Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Иркутский государственный технический университет»

На правах рукописи

### ФЕДОТОВ ПАВЕЛ КОНСТАНТИНОВИЧ

# ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ДЕЗИНТЕГРАЦИИ РУДЫ В СЛОЕ ЧАСТИЦ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

Специальность 25.00.13. «Обогащение полезных ископаемых»

Диссертация на соискание ученой степени

доктора технических наук

Научный консультант: доктор технических наук, профессор Б.А. Байбородин

# оглавление

Введение	6
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ ДЕЗИНТЕГРАЦИИ	
ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ РУДОПОДГОТОВКИ	. 15
1.1. Анализ современных способов разрушения руды	. 16
1.2. Объемное разрушение руды в теории дислокационного	
механизма разрушения хрупких материалов	. 37
1.3. Обзор теорий дробления	. 43
1.4. Научные исследования в области моделирования процессов	
дезинтеграции руды в слое частиц под давлением	. 46
1.5. Выводы к главе. Постановка задачи исследования разрушения	
руды в слое частиц и ее применение в условиях эксплуатации	
валковых прессов	. 66
ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ ПРОЦЕССА ДЕЗИНТЕГРАЦИИ РУД В СЛОЕ ЧАСТ	ИЦ
ПОД ДАВЛЕНИЕМ. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЯ	
ЧАСТИЦ ПОД ДАВЛЕНИЕМ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ	
ЭЛЕМЕНТОВ И КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ	. 69
2.1. Современное состояние и теоретические аспекты механики	
разрушения горных пород	. 71
2.1.1. Критерии разрушения горных пород	. 72
2.1.2. Характеристики прочности горных пород	. 76
2.1.3. Взаимосвязь гранулометрической характеристики горных	
пород и теорий дробления	. 82
2.1.4. Эмпирическая зависимость предела прочности горных поре	эд
от размеров их кусков	. 85
2.2. Реализация вариационно-энергетического принципа механики	
твердого деформированного тела на основе метода конечных	
элементов	. 93
2.3 Разработка модели конечного элемента и модели силового	
воздействия	100
2.3.1. Разработка модели силового воздействия на породу со	
стороны валков валковый пресса перемещением	112
2.3.2. Разработка модели конечного элемента «жесткая вставка»	
для моделирования силового воздействия на породу со стороны	
валков	117

2.4. Математическая модель контактного конечного элемента для
моделирования процесса взаимодействия кусков горной породы 120
2.4.1. Разработка модели контактного конечного элемента
взаимодействия кусков горной породы 125
2.5. Методология оценки технологических параметров дезинтеграции
руды в слое частиц под давлением132
2.6. Выводы к главе 135
ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ И СХОДИМОСТИ ЧИСЛЕННОГО
РЕШЕНИЯ МКЭ ДЛЯ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА НДС ГОРНЫХ ПОРОД 137
3.1. Анализ точности и сходимости численного решения методом
конечных элементов при исследовании НДС горных пород 142
3.1.1 Анализ точности и сходимости численного решения МКЭ для
объемного напряженно-деформированного состояния образцов
горных пород в условиях одноосного сжатия в поршневом прессе
без применения контактной задачи теории упругости 143
3.1.2. Анализ точности и сходимости численного решения МКЭ в
условиях одноосного сжатия образцов горных пород в поршневом
прессе с применением контактных конечных элементов
взаимодействия породы 152
3.1.3. Эффект неравномерности поля напряжений в образцах горных
пород в условиях одноосного сжатия в поршневом прессе 165
3.2. Масштабный фактор напряженно-деформированного состояния
образцов горных пород в поршневом прессе с дополнительным
применением контактных конечных элементов 173
3.3. Анализ достоверности применения конечного элемента «жесткая
вставка» для моделирования силового воздействия на слой породы 183
3.4. Анализ гранулометрической характеристики продукта разрушения
образцов породы относительно их напряженно-деформированного
состояния при воздействии осевой сжимающей силы в поршневом
прессе
3.5. Выводы к главе
ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ГОРНОЙ ПОРОДЫ ПРИ СИЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ В
ВАЛКОВОЙ МЕЛЬНИЦЕ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ С ПОЛУЧЕНИЕМ
ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ
4.1. Построение конечно-элементной модели слоя руды между валками
под давлением

411 Создание геометрии конечно-элементной молели 2	11
4.1.2 Генерация сетки коненно-элементной модели 2	15
4.1.3 Молецирование граничных условий конечно-элементной	15
молеци 2	17
4 1 4 Построение молели силового возлействия в конечно-	17
элементной модели сплового возденетьня в коне ню 22	20
4 1 5 Свойства материалов используемых в конечно-элементной	
молели 2	21
4.2. Алгоритм решения математической задачи	22
4.3. Анализ напряженно-деформированного состояния модели слоя и	
определение энергии упругой деформации	23
4.4. Методика и условия проведения полупромышленных испытаний 2	33
4.4.1. Результаты дробления руды месторождения Нурказган 2	36
4.5.Построение гранулометрической характеристики продукта	
дробления	43
4.6. Выводы к главе	47
ГЛАВА 5. ПРОМЫШЛЕННОЕ ВНЕДРЕНИЕ МЕТОДОЛОГИИ ОЦЕНКИ	
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ДЕЗИНТЕГРАЦИИ	
РУДЫ В СЛОЕ ЧАСТИЦ ПОД ДАВЛЕНИЕМ	49
5.1. Внедрение технологии разрушения руды в слое частиц под	
давлением на горно-обогатительном комбинате «Западный» 24	49
5.1.1. Рекомендуемая технологическая схема переработки руды	
месторождения «Западное»25	51
5.1.2. Рекомендуемые параметры и режимы технологических операций	í
стадии рудоподготовки2:	54
5.2. Внедрение технологии разрушения руды в слое частиц под	
давлением на горно-обогатительном комбинате «Нурказган» 2.	57
5.2.1. Краткая характеристика исследовательских работ 2.	57
5.2.2. Рекомендуемая технологическая схема переработки руды	
месторождения «Нурказган» 2.	59
5.2.3. Расчет схемы дробления	62
5.2.4. Рекомендуемые параметры и режимы технологических	
операций2	67
5.2.5. Рекомендуемая схема цепи аппаратов	69
5.3. Внедрение технологии разрушения руды в слое частиц под	
давлением на горно-обогатительном комбинате «Васильковский» 2	73
5.3.1. Физико-механические свойства руды	13

5.3.2. Рекомендуемая технологическая схема переработки руды	
месторождения «Васильковское»	.274
5.3.5. Схема цепи аппаратов	. 278
5.4. Выводы к главе	. 283
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	. 284
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	. 287

#### Введение.

#### Актуальность работы.

Дезинтеграция минерального сырья с целью извлечения ценных компонентов является весьма сложным и энергоемким физическим процессом. Фактически, от его оптимизации зависит рентабельность переработки полезного ископаемого в целом.

Большинство руд, добываемых в настоящее время в мире, имеют мелкозернистую структуру и требуют более тонкого измельчения, чем традиционное. Прямым следствием этого обстоятельства является необходимость решения проблемы применения промышленных технологий позволяющих реализовать оптимальное соотношение производительности процесса рудоподготовки, его энергоемкости и грансостава руды подаваемой на обогащение.

Результаты исследований, проводимых в области дезинтеграции руды, посвящены прежде всего изучению механизма разрушения кристаллических образований. Они позволяют наметить пути рациональной организации процесса селективного, так энергоёмкого как И менее раскрытия минеральных сростков, базирующегося на развитии ряда гипотез, в зарождении частности гипотезы дислокационном 0 микротрещин Гриффитса-Орована-Ребиндера и ряда других. Используя эти гипотезы, а так же новые экспериментальные и теоретические данные можно утверждать, что технология рационального разрушения руды состоит из двух этапов, а именно: первый – подготовка руды к раскрытию (разупрочнение), второй – само её раскрытие (диспергирование).

Изучению проблем повышения производительности и ресурсосбережения различных технологий переработки руды, используемых на стадиях её дробления и измельчения, посвящены работы И.Н. Артобольского, Л.И.Барона, Д.П.Беренова, И.И.Блехмана, Л.А.Вайсберга, Г.В.Гапонова, С.А.Гончарова, Л.П.Зарогатского, И.М.Костина, В.Р.Кубачека,

Л.Б.Левенсона, О.П.Малюка, Ю.Н.Панкратова, В.Н.Патураева,
А.А.Першукова, В.А.Петрова, В.И.Ревнивцева, А.Н.Ставрогина,
К.В.Уралохва, Г.А.Финкельштейна, К.В.Фролова, Э.А.Хопунова,
В.А.Чантурия, В.П. Яшина и др.

Одним из современных способов рудоподготовки является разрушение частиц руды в слое под давлением в валковых мельницах высокого давления (валковых прессах, роллер прессах (РП)), который позволяет, одновременно реализовать несколько стадий дробления и измельчения руды в одном аппарате и значительно снизить затраты энергии на её разрушение. В его основе реализован способ объемного разрушения руды, позволяющий при определенном подборе силового воздействия на рудную массу значительно уменьшить удельные затраты энергии разрушения. Кроме этого управление параметрами процесса дезинтеграции в данной технологии позволит увеличить извлечение из руды ценных компонентов за счёт снижения переизмельчения последних.

Данная технология применяется в горно-обогатительной промышленности более десяти лет. Основной проблемой, препятствующей эффективной её реализации является недостаточно полная изученность механизмов её протекания.

В настоящее время отсутствует практическая возможность изучения подобных быстро протекающих массовых процессов дезинтеграция кусков руды при их разрушени. Динамика, кинематика, полнота физической картины и механизма дробления и измельчения массы кусков руды в объёме практически не может быть описана в реальном масштабе времени. Отсутствуют методики, позволяющие с достаточно высокой точностью и достоверностью управлять данными процессами, как в лабораторном, так и в промышленном исполнении.

Также, отсутствуют теоретические методики, позволяющие с высокой точностью и достоверностью управлять процессом от проведения лабораторных исследований и подбора аппаратов, до управления

параметрами процесса непосредственно рудоподготовке при на обогатительной фабрике. Существующие теории дробления носят эмпирический характер и применимы только при определенных условиях разрушения на конкретных рудах и материалах. Оптимальная дезинтеграция руды достигается тогда, когда разрушаемому материалу сообщается достаточный уровень необходимый И внешнего усилия энергии И деформации разрушения.

Выход из данной ситуации возможен на основе решения комплексной задачи, где, с одной стороны, используется накопленный к настоящему времени опыт экспериментальной работы, позволивший выявить устойчивые эмпирические зависимости процесса разрушения руд от величины работы внешних сил. С другой стороны, для определения энергии разрушения, используется теоретическое решение, построенное на основе современных технологий инженерного анализа. Эти компьютерных технологии базируются на матричных математических методах численного решения. В частности на наиболее эффективном из них - методе конечных элементов (МКЭ), используемом для определения напряженно-деформированного состояния (НДС) руды и, соответственно, потенциальной энергии её деформации. Для изучения механизма дезинтеграции руды в слое частиц под давлением реализация МКЭ необходима с решением контактной задачи теории упругости.

Таким образом, применение современных эмпирических теорий дробления, построенных на энергетическом принципе и используемых в совокупности с применением современного математического моделирования на основе МКЭ, с апробацией данного подхода для управления параметрами процесса разрушения руды в слое частиц под давлением, является актуальной задачей, имеющей важное промышленное значение.

#### Идея работы.

Определение основных технологических параметров процесса разрушения частиц руды в слое под давлением на основе моделирования

напряженно-деформированного состояния курсов рудной массы с применением теории дробления Бонда без проведения натурных экспериментов.

#### Цель работы.

Управление технологическими параметрами процесса дезинтеграции руды в слое частиц под давлением, с помощью разработанной математической модели, на основе метода конечных элементов, контактной задачи механики твердого деформируемого тела и теории дробления.

#### Задачи исследования.

Изучение и развитие фундаментальных аспектов теории дробления руд, построенных на энергетическом принцип зависимости выхода породы от работы внешних сил, применительно к процессу разрушения частиц в слое валковых мельниц под давлением.

Разработка и алгоритмизация математической модели метода конечных элементов (МКЭ), с реализацией контактной задачи теории упругости, предназначенной для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) и плотности потенциальной энергии деформации каждого из кусков горной породы в слое между валками валкового пресса, в процессе внешнего силового воздействия на них.

Определение достоверности применяемого анализа объемного напряженно-деформированного и энергетического состояния объемов породы в слое частиц под давлением, проводимое, как на основе точности, сходимости численного решения МКЭ и контактной задачи на образцах породы, так и на основе экспериментальных данных.

Построение конечно-элементной (КЭ) модели реального объекта в виде слоя руды и валков валкового пресса, включающее: формирование геометрии модели; генерацию КЭ сетки деформируемых тел и контактных конечных элементов между ними; граничные условия кинематического закрепления; действие внешней нагрузки; а также свойства материалов породы, с учетом масштабного фактора.

Всестороннее изучение механизма дезинтеграции минеральных частиц в слое под давлением на основе анализа НДС и энергетического состояния МКЭ модели слоя породы под давлением.

Установление количественных зависимостей между режимными и технологическими параметрами валковых мельниц высокого давления с целью оптимизации процесса дезинтеграции руды, а также разработка методики регулирования уровня разрушающего воздействия и гранулометрической характеристики выхода породы в зависимости от параметров процесса и материала.

На основе полученной картины напряженно-деформированного и энергетического состояния разрушения руд в слое частиц между валками, разработать научно-практические основы методологии оптимизации и управления процессом объёмного разрушения руды.

#### Научная новизна.

1. Впервые разработана математическая модель на основе метода конечных элементов с применением контактной задачи теории упругости, позволяющая получить качественную и количественную картину НДС и потенциальную энергию деформирования горной породы в слое частиц под давлением, подтверждаемая данными натурных экспериментов.

2. Впервые в определении НДС и величины потенциальной энергии деформации кусков породы в слое частиц под давлением использован масштабный фактор, определяемый через изменение модуля упругости материала. Зависимость получена на основе диаграмм деформирования образцов горных пород в виде прямой пропорциональной зависимости вплоть до разрушения, а также эмпирической зависимости Л.И Барона.

3. Выявлен механизм разрушения руды в слое частиц под давлением в валковой мельнице высокого давления. Установлено, что высокий уровень производительности и уменьшение энергоемкости при объёмном разрушении руды в слое обусловлены возникновением критических концентраторов напряжений при контактном взаимодействии частиц минерального сырья.

4. Разработана методология оценки технологических параметров дезинтеграции руды, на основе теории и практики процесса рудоподготовки с целью его оптимизации.

#### Методика исследования.

В теоретических исследованиях использованы основные положения механики твердого деформированного тела, с применением метода конечных (МКЭ) и принципа минимизации функционала потенциальной элементов энергии рассматриваемой деформируемой системы. Использован полный набор математического аппарата теории матриц, алгебраической сплайн интегрирования. Контактная аппроксимации И численного задача напряженно-деформированного состояния определения взаимодействия объемов породы, решается с использованием модифицированного подхода в перемещений теории упругости. Моделирование условий методе контактного взаимодействия между объемами породы осуществляется посредством решения вариационного неравенства с использованием метода штрафных функций. При моделировании силового воздействия в процессе работы валкового пресса использовался принцип Даламбера. Решение глобальной системы алгебраических уравнений осуществляется прямым методом исключения Гаусса, на основе алгоритма Холецкого и метода вложенных сечений для работы С разреженными матрицами. Для определения выхода породы в виде гранулометрической характеристики использовалась эмпирическая зависимость Бонда.

Для разработки программного модуля, реализующего представленный выше анализ, использовался алгоритмический язык Fortran. На основе этого модуля проводилось тестирование численных решений МКЭ представленной физической задачи. Построение геометрической модели кусков руды осуществлялось в графическом редакторе AutoCAD. Подготовка геометрии слоя породы в целом осуществлялась математическим моделированием на основе решения уравнения динамики движения, с применением программного комплекса MSC.Adams. Создание конечно-элементных (КЭ)

моделей объекта исследования (сетка дискретной модели, внешнее силовое воздействие, граничные условия, параметры контактного взаимодействия и другие), а также их визуализация и обработка результатов анализа проводились с использованием программного комплекса Msc.Patran. Анализ реального объекта моделирования проводился в программном комплексе Msc.Marc.

При обработке результатов натурных экспериментов применялись методы математической статистики. Эксперименты проводились на промышленных сертифицированных аппаратах, с соблюдением технологических параметров оборудования действующих обогатительных фабрик и установок.

Достоверность научных положений подтверждается достаточной базой исследований точности и сходимости численных и других теоретических решений. Лабораторные и опытно-промышленные исследования проводились с сопровождением современной методологии обработки статистической информации и планированием эксперимента, а так же результатами полупромышленных испытаний разработанной технологии объёмного разрушения руд с использованием валковой мельницы высокого давления.

#### Практическая реализация результатов работы.

Разработанная математическая модель напряженного состояния образцов слоя породы между прокатными валками под давлением позволяет с высокой эффективностью управлять процессом дезинтеграции руды в валковом прессе, определять гранулометрическую характеристику дробленого продукта. В зависимости от требуемой гранулометрической характеристики разрушенного продукта в слое частиц под давлением с высокой точностью и скоростью, без проведения натурного эксперимента подбирать основные параметры работы валкового пресса.

В промышленном масштабе внедрен и оптимизирован процесс объёмного разрушения руды в слое частиц под давлением на трех горно-

обогатительных комбинатах России (ГОК Западный) и республики Казахстан (ГОК Нурказган, ГОК Васильковский).

Техническая новизна конструкторских и технологических работ защищена 1 патентом РФ на изобретение.

#### Апробация работы.

Основные результаты и научные положения работы докладывались: на XXIV Международном конгрессе обогатителей (IMPC, Пекин, Китай, 2008 г); на VII Конгрессе обогатителей стран СНГ, (Москва, Россия, МИСИС, 2011 г.); на научно-практической конференции «Плаксинские чтения 2012» (Петрозаводск, Россия, 2012г.), на XXVI Международном конгрессе обогатителей (IMPC, Дели, Индия, 2012 г); 10-й Международной научной школы молодых ученых и специалистов ИПКОН РАН (Москва, Россия, 2013 г.); на научно-практической конференции «Плаксинские чтения 2013» (Томск, Россия 2013г.); на научно-практической конференции «Научные основы и практика переработки руд и техногенного сырья» (УГГУ, Екатеринбург, Россия, 2014 г.).

Полностью диссертационная работа была доложена в Иркутском государственном техническом университете (кафедра обогащения полезных ископаемых), Уральском государственном горном университете (кафедра обогащения полезных ископаемых), Московском государственном горном университете (кафедра обогащения полезных ископаемых), Санкт-Петербургском государственном горном университете (кафедра обогащения полезных ископаемых).

#### Личный вклад автора.

Автором произведена постановка цели и основных задач исследований и выполненных работ.

Проанализированы теории дробления руд, проведён анализ основных способов разрушения руд, представлены различные классификации аппаратов для разрушения.

Создана математическая модель анализа НДС и потенциальной энергии деформации руды в слое частиц под давлением с использованием метода конечных элементов и контактной задачи теории упругости.

Разработана методика проведения экспериментов дробления руды в валковом прессе. Проведены полупромышленные и лабораторные исследования разрушения руд в слое частиц.

Разработана методология определения основных технологических параметров процесса дезинтеграции в слое частиц руды под давлением с использованием математического моделирования и эмпирических теорий дробления.

Разработана методика определения оптимальных режимов работы валкового пресса.

Проведена проверка разработанных технологических схем и регламентов в опытно промышленных условиях.

Публикации. По результатам выполненных исследований автор имеет 40 печатных работы, в том числе две монографии, патент на изобретение.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы. Работа изложена на 301 страницах машинописного текста, содержит 137 рисунков и 32 таблиц.

## ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ ДЕЗИНТЕГРАЦИИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ РУДОПОДГОТОВКИ

Известны десятки способов и сотни разновидностей дробильных и аппаратов, которые успешно используются измельчительных В промышленности для подготовки сырья к обогащению. На дробление и измельчение минерального сырья ежегодно расходуется не менее 5 % всей энергии, КПД дробильно-измельчительного производимой В мире оборудования не превышает 2 %. Снижение энергозатрат и повышение КПД на переделе рудподготовки является основной задачей инженеров исследователей, ученых и практиков.

Минимум энергии требует разрушение материала посредством его растяжения, но реализовать данный способ на практике, наладив беспрерывную переработку, не удалось и по сей день. Следующим по величине энергозатрат идет срезание, при котором основным напряжением является сдвиговое. Самый энергозатратный способ – раздавливание, использующее сжатие как вид деформации. К сожалению, традиционные способы разрушения, а именно стадиальное дробление в дробилках и измельчение в мельницах, используют именно этот способ разрушения.

Кроме перечисленных причин нерационального ведения дезинтеграции минералов следует выделить невозможность, а иногда и нежелание точно подсчитать, спрогнозировать затраты при том или ином методе разрушения. Все подсчеты по затратам энергии сводятся к эмпирическим зависимостям, которые пригодны только для определенных методов разрушения и, самое главное, определенных видов разрушаемого материла. Не существует универсальных способов или законов, позволяющих определить затраты энергии независимо от того, в каком аппарате мы разрушаем материал.

Все это отвлекает исследователей от основной задачи рудоподготовки — максимального раскрытия минералов при минимальной вновь образованной поверхности.

#### 1.1. Анализ современных способов разрушения руды

Дробление и измельчение куска материала представляют собой процессы разрушения под действием внешних сил. Причем разрушение происходит в основном по ослабленным сечениям, имеющим дефекты, после перехода за предел прочности нормальных и касательных напряжений, возникающих в материале при его упругих деформациях – сжатии, растяжении, изгибе, сдвиге [31].

Если материал подвергается действию не статических усилий, а динамических нагрузок, то в этом случае применяют термины «ударное дробление» и «ударное измельчение», однако деформации остаются здесь теми же (сжатие, растяжение, изгиб и сдвиг). В теории и практике прочности определены два вида разрушения: отрыв – результат действия растягивающих напряжений и срез – результат действия касательных напряжений.

Выбор способа разрушения зависит от физических свойств руды и крупности материала. Для очень твердых руд целесообразно применять удар, раздавливание, излом; для вязких – раздавливание или удар в сочетании с истиранием, для хрупких – раскалывание [31].

Основные виды деформаций и способов разрушения материала, реализуемые в дробильно-измельчительных аппаратах различного типа, представлены в табл. 1.1.

Среди факторов нагрузки различают два вида режима деформирования – жесткий и мягкий, поскольку оба они в значительной мере определяют характер продуктов разрушения. Напомним, что принципиально различие этих двух режимов проявляется только в том случае, когда деформирование нагружаемого куска переходит из области упругих деформаций в область пластических или в область разрушения [76].

Тип аппарата	Вид деформации	Способ разрушения
Щековая дробилка	Сжатие	Раздавливание
Конусная дробилка	Сжатие / Растяжение	Раздавливание /
	(КИД) / Сдвиг	Раскалывание /
		Истирание
Ударная дробилка	Сжатие / Сдвиг	Удар / Раздавливание /
		Истирание
Валковая дробилка	Сжатие	Раздавливание
Шаровая мельница	Сжатие / Сдвиг	Истирание /
		Раздавливание (удар)
Валковый пресс	Сдвиг / Сжатие	Раздавливание

Характеристика воздействия дезинтеграционных аппаратов

При жестком нагружении трещина развивается исключительно за счет упругой энергии, накопленной в образце, поскольку потенциальная энергия жесткой машины при заданной деформации мала и практически не оказывает влияния на развитие трещин и характер разрушения. Если в структурном элементе раскрытия содержатся минералы с разными модулями упругости, то энергия упругой деформации накапливается преимущественно в более «жестких» (с большим модулем упругости) минералах, в которых, как правило, и начинают развиваться трещины [76].

В мягком режиме начало разрушения и деформация «подпитываются» не столько за счет энергии упругой деформации разрушаемого куска, сколько за счет энергии, накопленной нагружающим устройством. В этом случае происходит неконтролируемое разрушение с возможным кумулятивным и множественным эффектом. Как правило, подобные устройства имеют значительный уровень свободы перемещения рабочего органа, и при большом запасе его кинетической энергии возможна высокая степень сокращения размера куска за счет вторичного и множественного разрушений. Что касается селективности разрушения, то при данном режиме этот эффект возможен для существенно разнопрочных минералов, содержащихся в структурном элементе раскрытия. В режиме управляемого (жесткого, мягкого) деформирования разномодульных минералов можно создавать условия для селективного разрушения.

В режиме мягкого нагружения важным обстоятельством, влияющим на конечный результат, является величина деформации или величина хода рабочего органа машины. Возможны два случая – ограниченная и неограниченная деформация. В первом случае разрушаемый кусок подвергается деформации заданной (ограниченной конструктивными элементами) величины, которая должна соотноситься с возможностью достижения разрушающих усилий в соответствующих минеральных компонентах (при избирательном разрушении). Примеры такого нагружения можно встретить в валковых, щековых и подобных им дробилках. Для неограниченной деформации при мягком нагружении характерно то, что при начавшемся разрушении куска вся энергия, накопленная в нагружающем устройстве (кинетическая энергия подвижного конуса, например, в инерционной дробилке или потенциальная энергия пружин в других нагружающих устройствах), передается объекту разрушения независимо от того, «надо это ему или нет». Избыточная энергия в данном случае идет на переизмельчение уже разрушенных кусков или на деформацию (прессование) продуктов разрушения. Во многих устройствах, в частности инерционных дробилках, такой режим может способствовать интенсификации измельчения за счет объемного разрушения в слое. Наоборот, в барабанной мельнице значительная масса находящегося в ней материала подвергается воздействию шаров, обладающих избыточной кинетической энергией, необходимой только для первичного разрушения. В результате мы имеем переизмельчение и значительную потерю энергии на пластическую деформацию мелющих тел и футеровки, рассеиваемую в виде тепла [76, 77].

В связи с разнообразием физических свойств руды, требований к продукту дробления и видов разрушения существуют различные типы дробящих и измельчающих аппаратов.

Все рассматриваемые нами аппараты по факторам, характеризующим параметры окружающей среды и температуру, можно отнести к одной группе, различия в значительной мере проявляются по параметрам нагрузки, длительности процесса и месту разрушения. Очевидно, именно эти различия и определяют изменение степени и характера разрушения одинаковых материалов в разных устройствах. Большинство горных пород относится к материалам, разрушающимся по хрупкому типу, поэтому их реакция на внешние воздействия во многом определяется двумя группами факторов – видом нагружения и его длительностью, в частности жестким или мягким типом нагружения, квазистационарным или ударным типом деформаций.

Все дробилки так называемого ударного действия: роторные, молотковые, центробежные и прочие, аналогичные им, – можно отнести к устройствам, в которых дробление происходит за счет деформаций в зоне контакта разрушаемого тела с рабочими органами или отбойниками. Различия. порой существенно влияющие на результат разрушения, заключаются в основном в скорости, кратности ударов и условиях динамического контакта. Однако все ЭТИ устройства ПО типу деформирования можно отнести к устройствам с мягким типом нагружения, поскольку вся энергия, переданная куску нагружающим устройством, полностью переходит в энергию деформации. Кинетическая энергия кусков потенциальную ускоренных переходит В энергию упругих деформаций, которая далее трансформируется в другие виды [76].

Для дробления сравнительно мягких материалов (известняка, бокситов и т.д.) применяются дробилки ударного действия и молотковые(рис. 1.1) [35]. Дробление в них осуществляется ударом бил или молотков по кускам материала, ударом летящих кусков друг по другу и о специальные отбойные плиты и стержни, а также ударом, раздавливанием и истиранием материала

между молотками и колосниками внизу дробилки Характер разрушения – преимущественно единичный раскол, общая картина дробления – последовательность единичных расколов до размера, меньшего выходной щели.



Рис. 1.1. Ударная дробилка:

1 – ротор; 2 – била; 3 – отбойные плиты; 4 – корпус; 5 – футеровка

Для операции крупного дробления чаще применяются щековые и конусные дробилки. В щековой дробилке дробление осуществляется путем раздавливания кусков руды в пространстве между подвижной и неподвижной щеками машины. На рис. 1.2 приведена схема действия щековой дробилки с простым качанием щеки.



Рис. 1.2. Кинематическая схема щековой дробилки с простым качанием щеки:

подвижная щека; 2 – неподвижная щека; 3 – предохранительная
 боковая плита; 4 – ось маховика; 5 – распорная плита; 6 – шатун

При приближении качающейся щеки к неподвижной происходит раздавливание кусков руды, и когда последние достигают размера меньшего, чем разгрузочная щель, дробленые куски выпадают из дробилки при обратном ходе щеки. Ширину разгрузочной щели изменяют с помощью регулировочного устройства. Наибольшему износу при работе дробилки подвергаются рабочие плиты щек и распорные плиты. Последние также являются предохранительными частями: при попадании в дробилку очень твердых предметов, предупреждая аварию, в первую очередь разрушается одна из распорных плит. Рабочие плиты изготавливаются рифлеными или гладкими из марганцовистой стали или закаленного чугуна, а распорные плиты — из чугуна или стали. Щековые дробилки характеризуются шириной *В* и длиной *L* загрузочного отверстия, которые могут составлять от 100 × 150 мм до 1500 × 2100 мм [35].

Производительность щековых дробилок в зависимости от размера загрузочного отверстия, физических свойств руды (плотность, твердость и др.) и условий работы (частоты вращения вала) изменяется от 0,5 до 1000 т/ч. Средняя степень дробления  $i=3 \div 5$ .

Конусные дробилки подразделяются на дробилки крупного, среднего и мелкого дробления. В этих аппаратах, в отличие от щековых, происходит дробление между двумя усеченными конусами в момент приближения подвижного конуса к неподвижному с непрерывной разгрузкой материала.

Принципиальная схема конструкции конусной дробилки представлена на рис. 1.3 [35].



Рис. 1.3. Схема устройства конусной дробилки для среднего и мелкого дробления:

1 – неподвижный конус; 2 – подвижный конус; 3 – вал подвижного конуса; 4 – стакан эксцентрика; 5 – центральный вертикальный подшипник; 6 – подпятник

Внешний конус 1 неподвижный, его вертикально расположенная ось одновременно является осью аппарата. Внутренний конус 2 перевернут относительно внешнего и посажен на вал 3, нижний конец которого свободно входит во внутреннее отверстие стакана эксцентрика 4, а верхний шарнирно подвешен на траверсе, которая перекрывает загрузочное отверстие дробилки, опираясь своими концами на станину. Геометрическая ось вала подвижного конуса расположена под углом к главной оси машины, равным 2–3° (угол α). Эксцентрик вращается в центральном вертикальном подшипнике 5 станины

дробилки и поддерживается снизу подпятником 6. При вращении стакана эксцентрика нижний конец вала совершает движения по круговой траектории. При таком движении вала сидящий на нем конус будет обкатывать внутреннюю поверхность неподвижного конуса, а каждая из образующих первого будет то приближаться, то удаляться от внутренней поверхности второго. При этом движение подвижного конуса вокруг своей оси будет обратным по отношению к вращению стакана за счет сил трения. Руда загружается в рабочее пространство дробилки сверху. Дробленый материал разгружается ПО всему кольцевому пространству между основанием дробящего конуса и конической неподвижной чашей прямо под дробилку (дробилка с центральной разгрузкой дробленого продукта) или в специальный наклонный желоб (дробилка с боковой разгрузкой дробленого продукта).

В конусных дробилках в отличие от щековых происходит не только раздавливание материала между конусами, но и излом кусков на криволинейной поверхности, раскалывание и истирание. Конусные дробилки для крупного дробления характеризуются величиной загрузочного (D) и разгрузочного (d) отверстий. Угол между направлениями, образованными внутренней поверхностью неподвижного конуса и наружной поверхностью подвижного, называется углом захвата  $\beta$  дробимого материала и составляет  $24 - 28^{\circ}$ .

При разрушении руд в центробежных дробилках существенным отличием является высокая концентрация энергии в зоне соударения разрушаемых частиц. За счет этого происходит множественное разрушение и накопление трещин, что создает благоприятные предпосылки для дезинтеграции на последующих стадиях измельчения.

Для мелкого дробления могут также применяться валковые дробилки, в которых дробление достигается при раздавливании материала между двумя вращающимися навстречу друг другу валками. Поверхность валков может быть гладкой, рифленой (ребристой) и зубчатой. Валковая дробилка с гладкими валками показана на рис. 1.4 [35].



Рис. 1.4. Двухвалковая дробилка с гладкими валками

Валок 2 установлен в неподвижных подшипниках, закрепленных на станине 5, валок 4 – в подвижных подшипниках, положение которых определяется пружинами 3, зажатыми крышками на тягах. Эти тяги воспринимают как давление пружин, так и давление при раздавливании кусков руды. Каждый валок получает вращение от двигателя через редуктор. Исходный материал поступает через питательную воронку, раздробленный материал выгружается. Ширина щели между валками и, следовательно, крупность продукта дробления регулируются. Толщина рабочих бандажей на валках составляет 75 – 150 мм, а при тяжелых условиях работы достигает 250 мм. Валковые дробилки характеризуются размерами валков (шириной и диаметром), причем диаметр гладких валков должен быть в 20–25 раз больше диаметра максимального размера куска дробимого материала. Валковые дробилки с гладкими валками отличаются невысокой степенью дробления ( $i = 2 \div 4$ ).

Поскольку подача породы в валковой дробилке контролируется, зазор между двумя валками не полностью заполняется породой. Подаваемая для дробления порода подвергается воздействию только в одном направлении и иногда может проскакивать между валками. В результате движение подаваемых на валки кусков руды вызывает их износ. Разрушение происходит не эффективно по причине нерационального приложения энергии к частице.

Особого внимания заслуживают конусные инерционные дробилки (КИД) [13].

Созданы конусные инерционные дробилки (КИД) различных размеров. Их принципиальная конструктивная схема показана на рис. 1.5.



Рис. 1.5. Принципиальная конструктивная схема конусной инерционной дробилки

Наружный дробящий конус 1 и внутренний подвижный дробящий конус 2 дробилки защищены бронями, обращенными одна к другой. Поверхности конусов образуют камеру дробления 3. На валу 4 внутреннего дробящего конуса 2 с помощью подшипника смонтирован дебалансный вибратор 5. На корпусе также в подшипниках смонтирован противовибратор 6. приводимый являющийся BO вращение ОТ электродвигателя И одновременно толкателем первого вибратора и средством динамического уравновешивания дробилки. При вращении дебалансных вибраторов создается центробежная сила, заставляющая дробящий конус обкатываться по внутренней поверхности наружного конуса без зазора, если в камере нет измельчаемого материала, или через слой этого материала в рабочем режиме дробилки.

Регулируя статический момент дебаланса (что предусмотрено и легко осуществимо в инерционных дробилках), можно установить необходимую величину дробящей силы для любых условий работы и менять степень дробления от 4 до 30. Амплитуда колебаний дробящего конуса управляется

ограничительным кольцом, снабженным регулятором величины зазора между ним и вибратором [13]. В КИД происходит объемное разрушение в слое в нижней части конуса, в верхней – многократное одиночное разрушение. Учитывая, что деформация «чистого сжатия» не приводит к разрушению, можно предположить несколько механизмов разрушения данном случае: поверхностное истирание, сопровождаемое частиц в механоактивацией, раскалывание по трещинам, не реализованным В начальной стадии разрушения, разрушение сдвигом за счет неоднородности сдвиговых деформаций слоев по толщине слоя. Конечный результат трещиностойкости разрушения будет определяться показателем разрушаемых компонентов. По характеру воздействия на материал (в заключительной стадии разрушения) КИД схожи с валковым прессом, однако есть и принципиальное отличие: режим нагружения в КИД мягкий, с неограниченной величиной деформации, в отличие от валкового пресса, где при жестком нагружении ограничена также и величина возможных деформаций материала. При определенных соотношениях свойств минералов в структурном элементе раскрытия данное различие может влиять на селективность разрушения [76].

Валковые мельницы высокого давления (ВМВД или роллер-пресс, валковые дробилки высокого давления, валковые прессы) широко применяются для уменьшения размера материала [85, 86, 118].



Рис. 1.6. Валковый пресс

Процесс дробления основан на раздавливании (сжатии) материала между вращающимися навстречу друг другу валками (роликами). Принципиально аппарат выглядит следующим образом (рис. 1.6) [27, 129]. На раме смонтированы два одинаковых валка, вращающихся навстречу друг другу с одинаковой скоростью, первый из которых жестко закреплен, а второй имеет возможность перемещаться. Перемещение второго валка ограничивается системой, находящейся под давлением. Исходное питание (руда) подается из бункера (на рисунке не показан). В процессе дробления подвижный валок перемещается, образуя камеру дробления, размер которой 1,5-1,6 раза превышает зазор холостого хода. Вращение валков В осуществляется системой приводов и электродвигателей. Разрушение происходит за счет сжатия материала в слое частиц. Валковый пресс часто путают с обычными валковыми дробилками, но это совершенно разные аппараты. В данном аппарате используется принцип, отличный от технологий, использующих трение, удар или износ (как в случае обычных валковых дробилок и мельниц). Разрушение происходит за счет взаимодействия частиц между собой, при этом передача силы разрушения от валков на куски руды происходит с более высокой эффективностью, прежде всего за счет того, что каждая частичка руды большей частью своей поверхности воздействует на соседние, те в свою очередь на другие и т.д. Происходит объемное разрушение рудной массы или разрушение в слое частиц. Разрушение руды происходит в пласте рудных частиц, внутри которого эти частицы раздавливают друг друга. Контакт подаваемой руды с поверхностью валков ограничен. Дробление происходит в ограниченном объеме, который не позволяет частицам руды вырваться из него. Таким образом, производительность дробления в данном случае выше, чем при использовании обычных методов и технологий дробления. Еще одним из преимуществ использования принципа взаимодействия частиц руды при дроблении является более низкая, чем при других

технологиях, степень износа оборудования. Конечный продукт переработки валкового пресса отличается от конечных продуктов, получаемых при переработке с помощью обычных технологий и оборудования для дробления наличием 20–40 % готового продукта –0,074 мм (после одного прогона). Необходимо отметить, что дезинтегрированный материал в валковом прессе, при последующем измельчении имеет меньший индекс работы Бонда (табл. 1.2) [89, 90, 94, 119].

В реальных условиях, когда усилие разрушения куска нелинейно уменьшается с уменьшением его размера, важно правильно выбрать спектр прилагаемых усилий, чтобы реализовать возможность селективного разрушения и снизить переизмельчение с ненужными затратами энергии [76].

Таблица 1.2

Аппарат	Тип руды	Индекс Индекс Бонда		Разница
определения		Бонда	Бонда продукта	
индекса Бонда		питания валкового		
			пресса	
Стержневая	Кремнистый	33,6	31,1	2,5
мельница	роговик			
Шаровая	То же	25,6	24,4	
мельница	Окременелая	19,4	19,2	
	Кварцит	15,7	13,6	2,1
	Сланец	10,9	9,37	1,53
	Окремнелая	16,7	15,58	1,12
	вулканическая			
	порода			

Сокращение индекса работы Бонда золотосодержащих руд

Тонкое измельчение рудного материала проводится в барабанных мельницах, в которых механическое разрушение кусков происходит за счет удара и истирания при помощи свободно движущихся во внутреннем рабочем пространстве аппарата измельчающих тел. Мельница (рис. 1.7) представляет собой вращающийся стальной полый барабан 1 цилиндрической формы с торцевыми крышками 2 и 3, имеющими пустотелые цапфы 10; последние находятся в главных подшипниках 4, опирающихся на мощный фундамент 13 [35].



Рис. 1.7. Шаровая мельница с разгрузкой через решетку для мокрого измельчения:

1 – барабан; 2 – загрузочная крышка; 3 – разгрузочная крышка; 4 – подшипники; 5 – футеровка цилиндрической части барабана; 6 – футеровка крышки барабана; 7 – комбинированный питатель; 8, 9 – воронки; 10 – пустотелые цапфы; 11 – люк; 12 – зубчатое колесо; 13 – фундамент

Внутренняя часть корпуса и торцевых крышек футеруется съемными броневыми плитами 5 и 6, а внутренняя часть пустотелых цапф – съемными воронками 8 и 9. Доступ внутрь корпуса мельницы осуществляется через пустотелую цапфу или через специальный люк 11 на корпусе. Мельница с дробящими телами приводится во вращение через большое зубчатое колесо 12 от электродвигателя с редуктором. Материал в мельницу в виде пульпы загружается питателем 7 через специальную воронку в одну из пустотелых цапф 8. Разгрузка измельченного материала проводится через противоположную пустотелую цапфу 9.

В зависимости от вида рабочих тел существуют следующие типы мельниц: шаровые (чугунные или стальные шары); стержневые (стальные стержни); галечные (кремнистая, кварцевая, диабазовая, базальтовая галя); самоизмельчения (крупные куски самой руды) [35].

Принцип шарового измельчения заключается в следующем. Если мельницу начать вращать с небольшой скоростью, то вследствие трения между шарами и стенкой мельницы первые начнут подниматься в сторону вращения до тех пор, пока угол их подъема не превысит угол естественного откоса. После этого шары начнут скатываться вниз; такой режим работы мельницы называется «каскадным» (рис. 1.8, а).



Рис. 1.8. Контур измельчающей среды, схема движения измельчающих тел (шаров) при каскадном (а) и водопадном (б) режимах работы мельницы

Измельчение материала при этом может происходить только методами истирания и раздавливания. При увеличении интенсивности вращения мельницы развивающиеся центробежные силы заставляют подниматься шары на некоторую высоту. С момента превышения силы тяжести шаров над развиваемой центробежной силой шары начнут срываться со своей круговой орбиты и падать вниз по параболической кривой. Такой режим работы называется водопадным (рис. 1.8, б) [35]. Измельчение руды при этом осуществляется в основном ударом падающих шаров и частично истиранием. При достаточно большой скорости вращения мельницы центробежная сила даже для наивысшей точки подъема шара будет превышать силу его тяжести. В этом случае шары будут прижаты к стенкам барабана и вращаться вместе с ним. Скорость вращения мельницы в момент равенства сил тяжести и При центробежной называется критической. работе мельницы на эффект измельчения «сверхкритических» скоростях исчезает ударом, сохраняется только измельчение истиранием (шары и руда непрерывно движутся прижатые друг к другу). Максимальный эффект диспергирования руды достигается при падении шаров с наибольшей высоты. Эту задачу можно решить при условии равенства центробежной силы и силы тяжести шара (критические условия).

Наименее эффективные аппараты с точки зрения селективного и энергозатрат – барабанные мельницы. По характеристике разрушения нагружения они относятся к классу машин мягкого нагружения, в которых кинетическая энергия дробящих тел в основном трансформируется в пластическую деформацию футеровки, самих дробящих тел и лишь частично В разрушение измельчаемого материала. Говорить 0 селективности разрушения в данном аппарате можно лишь как о случайности. Процесс разрушения в барабанных мельницах носит непостоянный характер, поскольку частицы легко могут избежать давления шаров. Таким образом, производительность подобных невелика. Отсутствует установок возможность регулирования величины давления на породу, поскольку она воздействием реализуется лишь шара хаотично падающего или скатывающегося с внутренней поверхности.

Разрушение хрупкого тела зависит от ряда факторов, многие из которых не изучены даже на качественном уровне и возможно не все известны. Большое значение имеет структура материала, которая может быть сложной и нестабильной. Существенное влияние оказывают внешние условия – характер нагрузок, тепловой режим, агрессивность среды и т.д. Реальные материалы содержат многочисленные повреждения различных

размеров от субмикроскопических и микроскопических дефектов до крупных пор и магистральных трещин. Лишь сравнительно недавно стали успешно развиваться основы физических теорий течения и разрушения твердых тел, и до сих пор не всегда возможно даже качественное объяснение ряда особенностей разрушения [76].

		F F F	
	Валковая дробилка	Валковый	Шаровая
		пресс	мельница
	Частица –	Частица –	Частица –
	поверхность	частица	поверхность
Зазор	Устанавливается	Зависит от	Не
		прочности	устанавливается
		материала	
Движение	Дa	Нет	Дa
частиц			
Разрушающая	Неконтролируемая	Строго	Малая
сила		дозированная	
Спрессовывание	Нет	Есть	Нет

Рис. 1.9. Принцип разрушения в различных дробильноизмельчительных аппаратах

Рассмотренные выше дробильно-измельчительные аппараты реализуют различные принципы разрушения (рис. 1.9) [35, 123].

Любой аппарат, применяющийся для дезинтеграции руд, должен иметь свойство подстраиваться к изменяющейся структуре разрушаемого материала. Понятно, что основными параметрами для этого будут параметры реакции объекта разрушения на внешние воздействия. К сожалению, до сих пор нет количественных выражений, описывающих в полной мере связь параметров реакции свойств руды на внешние воздействия. Если параметры руды можно определить, то характеристики разрушающих аппаратов нет.

Предложенная проф. Хопуновым классификация видов разрушения в различных аппаратах основана на учете трех основных факторов, формирующих характер, причины и место разрушения (табл. 1.3).

Таблица 1.3

	Параметры классификации по факторам разрушения											
	Нагрузка					Длитель-		Место				
Аппарат							ность					
	жесткая	мягкая	циклическая	однократная	спектр	сил	квазистацио-	нарная	ударная	объемное	одиночное	рание
					узкий	широкий						ИСТИ
Конусные, КМД	+				+		+				-	ł
Щековые	+		+		+		+					
Роторные		+			+		+			+		ł
Центробежные		+				+			_	+ +		ł
Инерционные,		+	+		+		+		-	F	+	+
КИД												
Валковые	+			+	+		+		+	.*		-
Барабанные		+		+		+	+				+	+

Характеристика нагружающих устройств по факторам разрушения [77]

\* Для валкового пресса.

Дезинтеграция горных пород осуществляется с разными целями. Для получения оптимального результата разрушения для каждой цели должен существовать свой набор способов дезинтеграции.

Для получения щебня, например, требуется просто уменьшить исходный кусок в необходимое число раз. При этом кусок рассматривается как однородный, изотропный объем материала.

В обогащении дезинтеграция имеет совершенно другое назначение. Основная ее задача освободить ценный компонент от пустой породы, раскрыть его. Применив упрощение и обозначив в руде ценный компонент за 1-ю фазу (А), а остальное за 2-ю (Б), мы можем сказать, что нам необходимо сохранить 1-ю в целостности, освободив ее от 2-й [48].

В процессе дробления и измельчения разрушение происходит под действием внешних сил. Большинство способов разрушения, используемых в этом случае, было позаимствовано из строительства. В основе их лежит объекте поля деформаций создание В разрушаемом напряжений, превышающих предельные прочностные характеристики материала и направленных на разрыв связей кристаллической решетки с образованием поверхности разрушения. Процесс, в целом плохо контролируемый, протекает хаотично. Саморазрушение происходит В основном ПО ослабленным сечениям, имеющим дефекты, после перехода за предел прочности нормальных и касательных напряжений, возникающих В материале при его деформациях, – сжатии, растяжении, изгибе, сдвиге. Как указывалось выше, данные деформации, равно как и способы их реализации, имеют различную энергоемкость. Сжатие – самое энергозатратное, при растяжении и сдвиге расходуется значительно меньше энергии [48].

Один из современных способов разрушения хрупких материалов – дезинтеграция в валковых мельницах высокого давления. Идея создания валковых мельниц высокого давления возникла на основе представления о том, что если бы достаточное давление прилагалось к постели частиц, а не к одному слою, то можно было бы получить выгоду в отношении производительности, энергоэффективности и уменьшения износа. Описание более ранних аппаратов данного типа, использовавшихся в горной

промышленности, приведено в «Справочнике по обогащению полезных ископаемых» А.Ф. Таггарта [40].

При разрушении материала в слое частиц под давлением (см. рис. 1.6) в валковом прессе получается более тонкий продукт, чем в традиционных валковых дробилках, а в кусках накапливается большое количество микротрещин. Процесс показывает более высокий коэффициент измельчения при меньших, по сравнению с традиционными, энергозатратах.

Для точного определения разрушения хрупкого материала в слое частиц под давлением рассмотрим подробно дезинтеграцию руды в валковом прессе и дадим формулировку данному термину.

Возьмем две частицы в питании большие, чем указанный зазор, одна из них находится в зазоре и подвергается разрушению поверхностями роликов. Ролик диаметром D вращается с окружной скоростью u. В области, обозначенной как область A, частицы ускоряются и транспортируются вниз за счет трения, вектор скорости при этом равен или почти равен круговой скорости u (рис. 1.10).



Рис. 1.10. Зоны разрушения материала под давлением между валками

Область С – граница зоны сжатия. После прохождения зазора сжатия порода немного расширяется в области R. Угол α<sub>0</sub> и g соответствуют областям C и R в указанном порядке. Для гладких роликов величина α<sub>0</sub> равна 7°. Поток массы M, т/ч, через ролики выражается формулой

M = 3600 u W g p,

где u – окружная скорость роликов м/с;

W – ширина ролика, м;

g – толщина зазора или сжатого материала, м;

р – плотность сжатого материала, г/см<sup>3</sup>. [109]

Формула корректна только при условии, если сжатая порода получает точно такой же вектор скорости, как и поверхность роликов. Угол α<sub>0</sub> остается без изменения, так же как и связь между линейными измерениями. Следовательно, при увеличении диаметра роликов пропорционально возрастает зазор, если другие параметры оставить без изменений. В соответствии с приведенным выражением производительность возрастает пропорционально увеличению u, W и g (как функции D) соответственно. С учетом предварительных условий коэффициент трения между поверхностями роликов и подачей должен быть одинаковым для больших и маленьких роликов. Неровная или профильная поверхность роликов ведет к увеличению толщины сжатого материала увеличению И, следовательно, производительности [109].

Теперь можно дать определение новому термину, который будет применяться далее. Данный термин широко используется в иностранной литературе, и берет свое начало оттуда, а именно interparticle – взаимодействие частиц. Interparticle crushing – дробление при взаимодействии частиц друг с другом – межчастичное дробление (ABBYY Lingvo, Oxford).

Межчастичное разрушение руды – разрушение, которое происходит при действии друг на друга разрушаемых частиц в слое материала под давлением.
Разрушение руды в валковом прессе, как мы видим, многостадиальный, комплексный процесс. Современные представления физики твердого тела о природе разрушения реальных кристаллических образований и накопленный практический опыт позволяют наметить теоретические основы процесса раскрытия поликристаллических агрегатов при их разрушении между валками под давлением.

## 1.2. Объемное разрушение руды в теории дислокационного механизма разрушения хрупких материалов

Гриффитс [75] впервые заметил, что реальная прочность материала всегда ниже той, которую можно ожидать. Это предположение было позже доказано практически. Дело в том, что материал, даже на первый взгляд кажущийся монолитным, имеет огромное количество трещин разных размеров. В вершине этих трещин напряжения аккумулируются и способны превышать в несколько раз их среднее значение. Гриффитс определил, что трещина поглощает и концентрирует в себе упругую энергию. И при росте трещины происходит выгодное природе понижение энергии. Позже английский физик Тейлор и венгерский физик Орован выдвинули гипотезу о том, что в кристаллах существуют дислокации – линейные дефекты в кристаллической решетке, например, в виде недостающего ряда атомов. Эта теория была доказана, и сегодня мы сами можем наблюдать дислокации и их движение в микроскоп. Также известно, что любое, даже самое хрупкое тело обладает пластической деформацией. Энергия разрушения тратится именно на преодоление пластической деформации, а также на образование новой поверхности, обладающей своей энергией. При росте трещины за счет уменьшения пластической деформации материал вокруг дефекта упрочняется до предела, при этом вся упругая энергия идет на рост трещины, трещина как бы поглощает ее. Процесс разрушения становится подлинно хрупким, трещина стремительно разгоняется и ветвится. Далее разрушение происходит хаотично, то есть так, как требует поле напряжений в данной точке пространства и времени [74].

Дефектность кристаллической решетки минералов обусловлена процессом их рождения. В исследованиях Бюргера экспериментально показано, что трещины И дислокации сконцентрированы В межкристаллических зонах. Поэтому добытый из недр минерал уже наделен условиями для разрушения по межкристаллическим связям. Эту особенность процесса инженеры использовать дезинтеграции должны при руд. Множество дефектов достаточно развить, и мы получим раскрытый ценный компонент [74, 76].

В чем же причина столь высоких энергозатрат, а точнее – потерь энергии при разрушении в традиционных аппаратах дезинтеграции. Дело в том, что кроме разрушения по дислокационному механизму разрушения, который можно назвать «естественным», существует другой, с образованием трещин иного типа. Хрупкие силовые трещины возникают благодаря механическому силовому расщеплению кристалла. При этом рвутся межатомные связи, энергия которых очень велика. Именно так чаще всего происходит при хаотическом разрушении в шаровых мельницах, щековых дробилках и других подобных аппаратах [74].

Для эффективного использования природных дефектов, во-первых, необходимо, чтобы любая пластическая деформация, предшествующая разрушению была предельно малой. Это важно для обеспечения низкой энергоемкости процесса и сохранения формы разрушаемого материала. Добиться этого можно путем увеличения усилий максимально возможным крупным фронтом, при этом время пластической деформации будет кратчайшим. Далее трещина должна расти по наиболее выгодной для нас траектории, а именно по спайностям кристаллов. Только в этом случае раскрытие полезного компонента будет максимально селективным. Здесь задача упрощается, ведь такое же направление трещины выгодно и для природы. Первый путь – это создание узкого коридора напряжений вдоль

спайности кристаллов. Но практически это почти не осуществимо. Другой способ – обеспечение однородного напряженного состояния во всем районе распространения разрушения. Тогда за счет прилагаемых нагрузок будет происходить рост магистральной трещины по удобной для нее траектории. состояние, мы как бы подавляем все посторонние Создавая такое самом же деле просто создаем оптимальное поле напряжения, на напряжений. Единственным условием при этом является то, что приложенная нагрузка не должна превышать энергии связи спайности кристаллов, иначе мы получим тот же эффект, что и в традиционных аппаратах [74].

При разрушении горной породы необходимо уделить особое внимание процессам мелкого дробления и измельчения, а именно сохранению целостности ценных компонентов, содержащихся в рудах, так как их размеры в большинстве случаев менее 1 мм. Именно на этих этапах важно аккуратно раскрывать ценный компонент. При поступлении руды на стадии подготовки к обогащению основное количество материала имеет множество зародышевых микротрещин, которые образуются в процессе добычи и первичной переработки материала. Здесь начинают работать законы механики разрушения, поскольку большинство дефектов крупнее одной дислокации, то есть более 5–10 межатомных расстояний. Скольжение дислокаций начинается, когда соответствующая компонента напряжений сдвига достигает некоторой определенной критической величины. При резком превышении этой величины разрушение материала осуществляется беспорядочно.

Наличие в минералах дислокаций с различными векторами скольжения к направлению приложенной нагрузки говорит в пользу воздействия на разрушаемый материал не односторонней локальной нагрузкой, как это имеет место во всех промышленных дробильно-измельчительных машинах, а разнонаправленной нагрузкой, векторы напряжений от которой в полях дислокаций могут с этой нагрузкой не совпадать [74].

Таким образом, процесс измельчения многостадиален и в соответствии с теорией Гриффитса–Орована–Ребиндера о развитии микротрещин состоит из следующих этанов или стадий [31]:

1 – скопление дефектов, приводящее к концентрации напряжений;

2 – образование зародышевых микротрещин;

3 – развитие и объединение зародышевых микротрещин вплоть до образования магистральной трещины разрушения;

4 – разрушение твердого тела на несколько частей.

Основываясь на теории селективного разрушения материалов можно выделить несколько основных принципов рациональной организации рудоподготовки, а именно разрушения [31]:

 а) куски материала должны подвергаться силовому воздействию в объемной массе, формируемому из разнонаправленных локальных нагрузок, действующих внутри этого объема, например, слоя кусков;

б) одновременно для инициирования напряжений на границах кристаллов и зерен куски должны подвергаться многократному комбинированному нагружению, включающему элементы сдвига, изгиба и кручения;

в) нагружение должно быть импульсным с максимально крутым фронтом;

г) нагрузки должны быть строго дозированными, соответствующими прочности и выносливости дефектных зон;

д) в промежутках между циклами нагружения куски должны приобретать относительную подвижность, обеспечивающую их взаимную переориентацию, своевременное удаление из слоя частиц готовой крупности, а также возможность управления плотностью слоя;

е) соотношение величин сжимающих и комбинированных нагрузок и частота нагружения должны выбираться в зависимости от материала и поставленной технической задачи.

Данные принципы реализуются при межчастичном разрушении руды, в том числе в валковом прессе, следующим образом (рис. 1.11). В аппарате создается общее поле напряжений (принцип «а»), на материал действует сила, равная величине сопротивления материала, ее мы можем заранее выбрать и задать (принцип «г»). Изменение нагрузки имеет пиковый характер с резким максимумом в районе оси валков (принцип «в»).

На материал не действуют рабочие органы, отличные по твердости от него самого, зазор между валками в несколько раз больше максимального размера ценного компонента. По этой причине сохранность ценного компонента удается повысить в несколько раз. Разрушение происходит при действии друг на друга частиц в слое материала (принцип «б»).



Рис. 1.11. Механизм межчастичного разрушения:

1, 2 – валки; 3 – дезинтегрированная руда; Мкр – крутящий момент; F<sub>осев</sub> – осевая сила давления

Время воздействия на материал значительно. Крупные частицы разрушаются на несколько частей, которые в свою очередь успевают перейти в более мелкие классы, присутствует несколько зон разрушения (принцип «д»). Как следствие вышесказанного, мы имеем минимум переизмельченного класса, при этом, если необходимо, регулируя прикладываемую к валку силу, возможно регулировать выход мелкого класса (принцип «е»).

На практике были установлены следующие преимущества технологии разрушения материала в слое частиц под давлением:

• снижение потребления энергии и меньший износ оборудования при последующем измельчении в шаровой мельнице;

• увеличение производительности существующих фабрик при сравнительно небольших инвестициях;

• повышение извлечения ценных компонентов;

• увеличение интенсивности процесса выщелачивания;

• сокращение производственных площадей в зависимости от

выбранной технологической схемы.

Основные достоинства применения межчастичного разрушения в технологии обогащения и выщелачивания золотосодержащих руд приведены в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Обогатительные операции		
Измельчение	Выщелачивание	Флотация
• Снижение энергозатрат	• Стабилизация схем	• Повышение
• Снижение износа	выщелачивания	эффективности работы
мельниц	• Повышение	циклонов
• Увеличение	извлечения золота	• Уменьшение
производительности	• Повышение скорости	ошламования
• Повышение	выщелачивания	• Снижение количества
коэффициента	• Снижение расхода	крупнозернистой фракции
использования	реагентов	• Повышение раскрытия
оборудования		сульфидных минералов
• Снижение индекса		• Повышение
работы Бонда		флотационного извлечения
• Снижение количества		из крупных фракций
крупных классов в питании		• Повышение
шаровых мельниц		селективности извлечения
• Снижение		
переизмельчения		

Преимущества от внедрения валкового пресса при обогащении руд

### 1.3. Обзор существующих теорий дробления

В настоящее время еще не разработана теория, которая бы полностью объясняла процесс измельчения и давала достаточно точный математический аппарат для выбора способа измельчения, расчета гранулометрического состава измельченного материала и необходимой энергии на процесс измельчения.

Впервые попытка увязать работу, затрачиваемую на измельчение, с размерными характеристиками исходного и конечного материалов была предпринята в 1867 г. Риттингером, согласно гипотезе которого работа, расходуемая на измельчение, прямо пропорциональна разности площадей поверхности частиц исходного и конечного продуктов. Эту гипотезу в общем виде Б.А. Герсам [78] выразил следующим образом:

$$A = k \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right),$$

где A – работа, которая расходуется на измельчение; D и d – размеры частиц до и после измельчения; k – опытный коэффициент.

В 1874 г. В.А. Кирпичев, а за ним Кик в 1885 г. пришли к выводу, что работа, требуемая для измельчения геометрически подобных тел одинакового материала, изменяется пропорционально не площадям поверхности тел до и после измельчения, а их первоначальному объему.

Л.Б. Левенсон [78] выразил формулу Кирпичева–Кика следующим образом:

$$A = \frac{\sigma_{c \varkappa}^2}{2E} v_0,$$

где А – работа, расходуемая на измельчение;

σ<sub>сж</sub> – предел прочности материала при сжатии;

Е – модуль упругости материала;

v<sub>0</sub> – первоначальный объем материала.

Р. Гийо [8] указывает, что при измельчении кусков больших размеров может применяться гипотеза Кирпичева–Кика, а при тонком измельчении с

получением очень мелких частиц – гипотеза Риттингера. Он приводит также гипотезу Ф. Бонда [35], предложенную последним в 1951 г., согласно которой энергия, передаваемая телу при сжатии, распределяется сначала по его массе и, следовательно, пропорционально  $D^3$ , а затем в момент образования трещины на поверхности тела концентрируется у краев трещины и тогда она пропорциональна  $D^2$ . На этом основании он считает, что работа, необходимая для разрушения тела, пропорциональна  $D^{2,5}$ , и следовательно, работа измельчения может быть выражена формулой

$$A = 2k \left(\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}}\right),$$

где k – коэффициент пропорциональности.

По мнению Р. Гийо, гипотеза Ф.Бонда является промежуточной между гипотезами Риттингера и Кирпичева–Кика.

А.К. Рундквист в 1956 г. предложил так называемую обобщенную формулу дробления, в которой степень n у линейного размера частицы находится опытным путем для каждого конкретного случая измельчения. Его формула имеет вид

$$A = kD^n \frac{R^{3-n} - 1}{3-n},$$

где A – энергия, расходуемая на измельчение; D – коэффициент пропорциональности; R – степень измельчения.

При значениях n = 2 и n = 2,5 формула А.К. Рундквиста переходит соответственно в формулы Риттингера и Бонда, а при n = 3 после раскрытия неопределенности при n→ 3 получается формула Кирпичева–Кика.

В том же 1956 г. П.А. Ребиндер выдвинул гипотезу, согласно которой энергия, идущая на измельчение, слагается из энергии, расходуемой на деформацию тела при доведении его до разрушения, и энергии поверхности вновь образованных частиц после разрушения. Таким образом, энергия, идущая на измельчение, представляет собой сумму двух энергий, из которых

первая определяется по гипотезе Кирпичева–Кика, а вторая – по гипотезе Риттингера:

 $A = k_{\rm V}V + k_{\rm S}\Delta S.$ 

Согласно гипотезе П.А. Ребиндера, под действием внешних сил в каждом куске материала, подвергающегося дроблению, всегда возникают микротрещины, общая поверхность которых пропорциональна работе деформации. При снятии напряжений микротрещины смыкаются, возвращая энергию [19].

Работа деформации приводит к разрушению тел в результате разрастания микротрещины в замкнутом пространстве отдельных частиц. Таким образом, энергия, необходимая для измельчения, здесь тождественна поверхностной энергии микротрещин.

В области тонкого и сверхтонкого измельчения, когда количество микротрещин в каждой отдельно взятой частице уменьшается, дальнейшее раскрытие новых поверхностей, т.е. дальнейшее измельчение, может идти только более высоких разрушающих напряжениях. Этим, при как предполагает П.А. Ребиндер, объясняется замеченное целым рядом исследователей упрочнение материала с уменьшением размеров его частиц в процессе измельчения.

В.А. Елисеев [11], используя формулу, предложенную П.А. Ребиндером, путем преобразований выводит следующую формулу работы, необходимой для измельчения зерна:

$$A = B \lg \frac{S_k}{S_0} + C(S_k - S_0),$$

где S<sub>k</sub> и S<sub>0</sub> – конечная и начальная поверхности частиц;

В и С – опытные коэффициенты, выраженные в единицах работы.

Ни одна из перечисленных выше гипотез не в состоянии учесть всего многообразия механических, химических и тепловых воздействий и реакций, протекающих в измельчаемом материале, и, как следствие, не может быть

широко применима для качественного описания процесса измельчения и подсчета затрат энергии на измельчение материалов.

В связи с этим многие ученые приходят к выводу о целесообразности акцентировать внимание в основном на экспериментальных исследованиях процесса измельчения применительно к конкретным материалам и машинам.

Так как на практике измельчению подвергаются тела преимущественно неправильной формы, Г. Румпф [33], например, считает невозможным рассчитать возникающие в них напряжения и предлагает экспериментально исследовать явления, происходящие в измельчающей машине, для чего разработать пригодные для этих целей методы испытаний.

Эффективность процесса измельчения обычно оценивают ПО следующим показателям: удельной энергоемкости, степени измельчения частиц, гранулометрическому составу продуктов измельчения, прочим показателям (зольности, отношению поверхности частиц к их объему или массе и др.). Для оценки эффективности процесса измельчения по удельной энергии, расходуемой на измельчение, применяется отношение расходуемой энергии к количеству измельчаемого материала или количеству полученного продукта или к площади поверхности вновь образованных частиц. процесса измельчения определяют чаще всего путем Энергоемкость непосредственных замеров потребляемой электроэнергии.

# 1.4. Научные исследования в области моделирования процессов дезинтеграции руды в слое частиц под давлением

В 2008 г. финскими инженерами было проведено глубокое изучение процессов разрушения руды в шаровой мельнице и валковых дробилках высокого давления в сравнении. С целью определения эксплутационных различий и характеристик измельчения в шаровой мельнице и в валковом прессе учеными из Технологического центра исследований VTT (Финляндия) было решено провести сравнительные эксперименты [83]. В качестве тестового материала была выбрана

хромитовая руда. Тип руды – тальк-карбонатная, природные примеси в сравнении с хромитом мягкие. Используемый метод обогащения – гравитация (крупность 500 мкм).

При испытаниях сравниваемыми методами были: измельчение в стержневой мельнице, в шаровой мельнице и валковом прессе на первой стадии измельчения. Питание для тестов было предварительно раздроблено до –10 мм и усреднено. Проектная производительность питания схем 1–3 т/ч.



Рис. 1.12. Схема измельчения в валковом прессе

Было создано несколько типов схем измельчения – валковый пресс (рис. 1.12) и шаровая мельница. Валковый пресс, к примеру, может быть установлен на стадии мелкого дробления или предварительного измельчения. Необходимая аппаратура и система управления схемы подключаются к главному компьютеру пилотной фабрики. Было установлено отдельное устройство записи и выдачи данных.

Материал подается из расходного бункера, оснащенного датчиками нагрузки. Ленточный питатель инверторно-управляемый. Количество питания поддерживается на необходимом уровне с помощью весов, находящихся в едином контуре управления с питателем.

Валковый пресс оснащен загрузочным лотком с контролем необходимого уровня постели материала. Материал проходит между двумя валками (диаметр валка 350 мм) пресса. Оба валка имеют свои собственные

независимо-управляемые приводы мощностью 11 кВт. Номинальная частота вращения привода – 1500 об/мин при частоте вращения валков 58,5 об/мин.

Один из валков – неподвижный, другой – подвижный. Сила сжатия руды обеспечивается гидравлической системой с 4 цилиндрами и азотфиксирующими баллонами с диафрагмами, и может достигать 500 кН.

Продукт разделяется специальным устройством, расположенным под валками, на две фракции. Крупная фракция подается обратно в пресс с помощью ковшового элеватора, а мелкая фракция, как продукт валкового пресса, подается на следующую стадию переработки другим ковшовым элеватором.

Параметры, которыми управляли: скорость и потребляемая мощность валков, давление измельчения, зазор между валками, объем свежего питания и циркулирующая нагрузка.

Для измельчения в стержневой и шаровой мельницах параметры питания были идентичными тем, что описано выше для валкового пресса.

В тестах использовалась стержневая мельница SALA SRR RP-DR с диаметром 1000 мм и длиной 1800 мм (рис. 1.13). Установленная мощность мельницы – 15 кВт, скорость – 71 % от критической скорости.



Рис. 1.13. Схема измельчения в стержневой мельнице

Для шарового измельчения в тестах использовалась мельница SALA SRR AG-WR с диаметром 1800 мм и длиной 1600 мм. Установленная мощность мельницы – 45 кВт, скорость – 72,5 % от критической скорости (рис. 1.14).



Рис. 1.14. Схема измельчения в шаровой мельнице

Регулируемые параметры работы мельниц: питание, количество воды, скорость и потребляемая мощность мельницы, объемная загрузка мельницы.

Все тесты на измельчение выполнялись при производительности питания 0,5–2,0 т/ч. Полезная энергия рассчитывалась по тестам удельной производительности. В каждом тесте испытание начиналось с заданной величины подачи питания и проводилось опробование при достижении баланса в схеме. В каждом тесте брались пробы питания, промежуточного и конечного продуктов.

Пробы взвешивались влажными, отфильтровывались, сушились и снова взвешивались сухими. Затем каждая проба делилась на части, каждая часть пробы размягчалась и диспергировалась ультразвуковым методом. После ультразвуковой переработки подвергалась мокрому грохочению (сетка 32 мкм). Фракции фильтровались и сушились, и фракция +32 мкм подвергалась сухому грохочению. Грансостав всех фракций направлялся на минералогический анализ.

Каждая проба хромитовой руды делилась на 6 различных фракций (-32 мкм, +32/-75 мкм, +75/-125 мкм, +250/-500 мкм и +500 мкм). Фракции -32 мкм не исследовались, поскольку хромит полностью высвободился. Фракции +250/-500 и +500 мкм исследовались с помощью оптического микроскопа. Фракции +32/-75 мкм, +75/-125 мкм и +125/-250 мкм исследовались на сканирующем электронном микроскопе.

Для пресса высокого давления скорость валка была установлена на 1,1 м/с, зазор между валками – 6 мм, между режущими пластинами под валками – 40 мм.

Стержневая и шаровая мельницы работали при 50%-ной плотности пульпы. Загрузка стержней была 600 кг (66 % диаметром 75 мм и 34 % диаметром 45 мм) и загрузка шаров – 400 кг (50 % диаметром 25 мм и 50 % диаметром 50–60 мм).

Соотношение между производительностью и полезной энергией показано на рис. 1.15.



Рис. 1.15. Зависимость полезной энергии измельчения от производительности по питанию

Начальные точки кривых для валкового пресса значительно ниже, чем для традиционных мельниц, и уровень полезной энергии ниже до значения производительности 1,3 т/ч.

Заданные значения гидравлического давления, использованные в тестах с прессом, составляли 5, 12 и 20 бар.



Рис. 1.16. Крупность продукта в сравнении с полезной энергией измельчения

Из рис. 1.16 видно, что валковый пресс по сравнению с традиционными мельницами потребляет больше энергии для получения такой же крупности. Однако кривая для шаровой мельницы очень приближена к кривым валкового пресса.

На рис. 1.17 показан гранулометрический состав питания измельченных продуктов, полученный при различных методах измельчения. При этом в каждом тесте полезная энергия измельчения составляла 4 кВт.



Рис. 1.17. Распределение размеров частиц продукта измельчения и питания с потреблением полезной энергии на разрушение 4 кВт

По классу –250 мкм пресс высокого давления производил больше мелких частиц, чем стержневая и шаровая мельницы. По классу +250 мкм традиционные мельницы производили меньше крупной фракции.

Разница во фракции –32 микрон составляет около 15 % между стержневой и прессом. Точка пересечения различных кривых лежит где-то в районе 250 мкм. В крупной фракции (1000 мкм) продуктов разница составляет лишь несколько процентов.

На рис. 1.18 приведены кривые регрессии для выходов трех различных фракций продукта мельницы (-32 мкм, -250 мкм, -500 мкм) как функция полезной энергии для различных методов измельчения.



Рис. 1.18. Выход фракций в зависимости от полезной энергии измельчения

При сравнении кривых стержневой мельницы и пресса видно, что кривые для валкового пресса растут быстрее, чем для стержневой, и при уровне полезной энергии 3 кВт·ч/т продукт пресса содержит больше мелких фракций (–32 мкм и –250 мкм), чем продукт стержневой мельницы.

Для шаровой мельницы то же самое происходит с фракцией –32 мкм, но для фракций 250 и 500 мкм точка пересечения уровня энергии увеличивается до 50 кВт·ч/т и 8,5 кВт·ч/т соответственно.

Каждая проба делилась на пять классов, в которых определялось содержание хромита. Исходя из результатов, общее количество высвободившегося хромита соотнесено на графике с каждым размером фракции.



Рис. 1.19. Общее извлечение высвободившегося хромита

Из рис. 1.19 видно, что в исследуемых фракциях хромита в продукте пресса высвободилось значительно больше, чем у стержневой мельницы. Разница в размерах классов составляет около 10 %. Однако высвобождение хромита в продуктах пресса и шаровой мельницы было почти идентичным. Высвобождение в продукте валкового пресса было лучше в классе до 125 мкм, в то время как в классах 125–500 мкм высвобождение в продукте шаровой мельницы было чуть выше.

Выполненные исследования указывают на то, что с точки зрения основных характеристик измельчения, валковый пресс является более эффективным устройством измельчения по потреблению энергии в сравнении со стержневой мельницей при измельчении хромитовой руды.

Минералогический анализ указал на различия в степени вскрытия ценных компонентов в продукте валкового пресса и стержневой мельницы.

Валковая дробилка высокого давления была разработана профессором Клаусом Шонертом в 1970 г. [106]. Поскольку данное оригинальное устройство оказалось на 30% эффективнее, чем шаровая мельница, она быстро промышленное применение, особенно нашла В случаях С использованием мягких материалов, таких как обожженный известняк для создания цемента или кимберлитов при извлечении алмазов [95, 99, 115, Первые математические модели для валкового пресса/валковой 127]. дробилки высокого давления были разработаны Шонертом, применившим основные законы физики, чтобы получить уравнения для прогнозирования энергопотребления и производительности. Размеры продукта были получены из эмпирических моделей, а также данных в процессе масштабирования результате лабораторных данных, полученных В И заводских экспериментальных тестов (Климовский, 2004). Подход к моделированию распределения продуктов был разработан в JKMRC (Даниил и Моррелл, котором многочисленные эмпирические соотношения были 2004), в пригодны для использования на фабриках и для лабораторных баз данных. Данные подходы моделированию масштабирования К аппаратов

относительно дорогие с точки зрения требований к объемам тестируемого материала. К тому же, некоторые полностью эмпирические модели обладают недостаточностью детальной информации.

В 2010 г. в Метсо (Хербст Д.А., Мулар Д.А., Патцель В.Е.) были проведены исследования ПО детальному моделированию процесса разрушения руды в слое частиц (рис. 1.20) [107]. Целью изучения стало определение, может ли тест сжатия слоя Шонерта быть применен в качестве метода, определяющего характеристики руды, позволяющего проводить масштабирование И оптимизировать технологическую схему С использованием валкового пресса. Использовались передовые способы моделирования, включающие моделирование с помощью дискретных элементов (DEM), количественную модель баланса (PBM), которые были модифицированы применительно к валковому прессу. Тест сжатия слоя Шонерта был использован для оценки энергозатрат и определения степени дробления.



Рис. 1.20. DEM-модель (модель конечных объемов), разработанная для валкового пресса

Сочетание методов моделирования PBM и DEM было интегрировано в симулятор ProSim – симулятор проектирования технологических схем. Доработанный тест Шонерта был использован для оценки потребления

энергии и степени дробления из тестов с навеской менее 500 г. Конечным результатом стала надежная методика, которая определяет параметры промышленного валкового пресса.

Валковый пресс завоевывает все более крепкие позиции В обогащению промышленности ПО полезных ископаемых, ОН стал конкурентоспособной технологией в связи с сокращением удельных энергозатрат на горно-обогатительных предприятиях. В то же время большой объем материала, требующегося для определения параметров разрушения, а также испытания износостойкости валкового пресса не позволяют провести исследования для ранних стадий проектов, когда имеются только керны. В связи с этим часть исследовательских работ посвящена моделированию и разработке корреляционных зависимостей между параметрами разрушения руды в слое на поршневых прессах и в валковых мельницах высокого давления

В MINTEK была проведена работа, целью которой являлась разработка методики, аппаратное оформление и разработка условий, которые дают идентичную гранулометрическую характеристику, полученную из тестов поршневого пресса и валкового пресса при одинаковом исходном питании [108]. Испытания проводились на поршневом прессе при давлении 2 МН (рис. 1.21) и валковом прессе на золотых, платиновых и железных рудах Южной Африки. Результаты показали, что тесты поршневого пресса могут сгенерировать данные для прогнозирования энергопотребления, гранулометрической характеристики валкового пресса и даже вычислять краевой эффект.



Рис. 1.21. Поршневой пресс

Акцент в работе был сделан на определение лучших условий эксплуатации в целях прогнозирования производительности валкового пресса, оценки различных поршневых конструкций и сравнение поведения измельчения между поршневым прессом и валковым прессом в отношении распределения частиц по размерам и энергопотребления.

Полученные результаты показывают, что производительность валкового пресса с диаметром валков 250 мм может быть предсказана путем испытаний на поршневом прессе. Сходство распределения по размерам получено между размером продукта валкового пресса и поршневого пресса при одинаковом исходном сырье. При низком давлении (63 МПа) поршневой пресс потребляет намного меньше энергии, чем валковый пресс (только 30% от потребления валковым прессом) при одинаковой степени дробления. Тем не менее при высоком давлении (377 МПа) энергоэффективность поршневого пресса приближается к валковому прессу. Этот вывод был сделан из сравнительной тестовой работы, проведенной на руде одного типа (железной руде). Краевой эффект анализируется путем модификаций плоского дна (75 мм) поршня с добавлением фасок под углами 10, 20 и 30 градусов. Полученные результаты показывают, что увеличение угла фасок увеличивает коэффициент измельчения в середине кривой распределения частиц по размерам, в то время как края кривой содержат крупный продукт.

Нами проводились исследования в поршневом прессе с целью сравнения эффективности дезинтеграции руды при ее разрушении в слое частиц и по традиционной схеме. Были проведены исследования ее разрушения помощью моделирования С схем рудоподготовки В лабораторных условиях: традиционной схемы рудоподготовки С (щековая дробилка, применением традиционных аппаратов валковая Испытательной дробилка), применением капсулы с межчастичного разрушения – ИКМР (рис. 1.22) [62, 63].

Для сравнения эффективности были определены показатели, по методике Ф. Бонда, на основании которых рассчитываются параметры (размеры, мощность) промышленной шаровой мельницы для измельчения данной руды на обогатительной фабрике с оптимальными (минимальными) затратами электроэнергии.



Рис. 1.22. Испытательная капсула межчастичного разрушения

Дезинтеграция руды с помощью разрушения в слое с использованием ИКМР при равных исходных условиях образует на 6,5 % больше мелкого класса –1 +0 мм, в сравнении с традиционной схемой. Данный эффект можно объяснить тем, что воздействию подвергается весь объем навески, тогда как в традиционных аппаратах часть материала проходит через процесс либо при недостаточном для разрушения уровне воздействия, либо вообще не попадает под воздействие мелющих органов аппарата.

По результатам определения рабочего индекса Бонда было выявлено, что требуется на 30 % меньше энергии для измельчения материала в шаровой мельнице, подготовленного по схеме с использованием разрушения руды в слое частиц, по сравнению с материалом, дезинтегрированным традиционным способом. Данный эффект можно объяснить наличием процесса разупрочнения кусков руды, которые подвергались разрушению в ИКМР.

Было зафиксировано увеличение извлечения на некоторых типах руд (Михаэлис, 1995 г.) [105]. При разрушении в условиях высокого давления происходит ослабление материала на границах минералов внутри частиц (Даниэльс, 2007 г.). Также были обнаружены микротрещины, что улучшает дальнейшее выщелачивание (рис. 1.23) (Патцельт, 2002 г. [125, 126]).



Рис. 1.23. Продукты шаровой мельницы и валкового пресса:

а – частицы руды после стандартного дробления (в руде заметна некоторая природная пористость, большинство ультрамелких золотонесущих сульфидов остаются закрытыми в пустой породе); б – разрушенные частицы руды после воздействия разрушения в слое частиц (видно обширное микроразрушение и высвобождение золота и несущих зерен пирита из матрицы кремния)



Рис. 1.24. 3D-изображение крупных частиц руды, подготовленных различными методами (а – щековая дробилка, b – валковая дробилка

высокого давления, с – конусная дробилка). Дано 2D-изображение частиц с целью показать наличие трещин в кусках руды

В университете химической технологии города Кейптаун были проведены томографические исследования руды до и после разрушения в конусной дробилке и в валковом прессе на предмет наличия микротрещин в продукте дробления (рис. 1.24). Было установлено, что при использовании валкового пресса увеличивается количество частиц с микротрещинами по сравнению с конусной дробилкой. С целью установления роли микротрещин в процессах выщелачивания также проводились тесты, которые показали, что материал, подготовленный на валковом прессе, выщелачивается в несколько раз быстрее, чем аналогичные по крупности частицы продукта конусной дробилки. Также большее количество мелких классов И наличие разупрочненных частиц с микротрещинами в разгрузке валкового пресса сыграли положительную роль в повышении извлечения металла из руды. Извлечение металла из продукта валкового пресса, полученного при давлении 9,5 МПа, было выше. Кроме того, исследования подтвердили, что при микробиологическом выщелачивании на частицах, подготовленных в валковом прессе, образовавшиеся поверхностные дефекты интенсифицируют материалами, рост популяции микроорганизмов, по сравнению С подготовленными традиционными методами.

Совместная исследовательская программа по валковым мельницам высокого давления CAMIRO, проведенная в университете Британской Колумбии в Ванкувере, была направлена на разработку масштабирования аппарата, а также как руководство для выбора аппарата для крепких руд [120].

Одна из областей механики очень хорошо коррелируется с процессами разрушения руды в валковых мельницах высокого давления – это террамеханика. Были проведены исследования с использованием закономерностей

терра-механики для определения рабочего зазора и удельной производительности.

Новый подход при проведении лабораторных исследований был предложен на основе существующих методов оценки проходимости почвы для средств наземного транспорта. Взаимовлияние колеса и грунтов со слабой несущей поверхностью было взято за основу как аналог для исследования взаимодействия валка валкового пресса и руды.

На рис. 1.25 показана схема взаимодействия жесткого колеса и мягкого грунта в том виде, в котором она рассматривается в терра-механике. Картина имеет очевидное сходство с изображением валков валкового пресса при разрушении руды.



<sup>(</sup>Bekker, M. G. 1956)

Рис. 1.25. Геометрическое взаимодействие колесо-грунт и валков валкового пресса

Такие исследования, как определение сдвиговых нагрузок и тест давления в поршневом прессе используются в терра-механике для исследования силы сцепления, уровня погружения и определения тягового усилия для транспортных средств на мягком грунте. Из результатов исследования было установлено, что сдвиговые нагрузки имеют важное значение в отношении определения зазора между валками. Дальнейшие исследования в получении модуля сдвиговой деформации при более высоких нормальных нагрузках (около 20 МПа) могут иметь особое значение в применении к валковому прессу. Исследования по данной методике позволят определить сдвиговые напряжения в руде, сжимаемость, известные в террамеханике как скольжение-погружение и нормальная нагрузка. Также были достигнуты улучшения в прогнозировании зазора между валками. Удалось с большей точностью определить производительность, энергию и степень дробления руды в валковом прессе.

В 2011 г. Д. Саромаг и З. Назимец провели исследования по определению угла захвата валковой мельницы высокого давления с целью определения оптимальной силы давления при разрушении руды [130]. Было разработано два метода определения: первый – основан на геометрии валков; второй – на изменении объема загрузки питателя аппарата в соотношении со скоростью вращения валков. Результаты определения зоны затягивания в обоих случаях совпадают и подтверждаются натурными исследованиями. Угол захвата  $\alpha$  влияет на измельчение определенного типа материала, позволяет смоделировать процесс разрушения руды в валковом прессе и оптимизировать его. В процессе данных исследований производилось дробление известняка в валковом прессе с диаметром валков 1 м, рабочее давление составило 9,5 МПа. Предел прочности на сжатие материала был определен в лабораторных условиях и составил 120 МПа. Для расчетного угла затягивания  $\alpha = 3^{\circ}$  было определено максимальное давление по формуле

 $P_{_{MAKC}} = \frac{F_{_{y\partial}}}{\pi \frac{\alpha}{360^{\circ}}}$ , где  $\alpha$  – угол захвата, град.,  $F_{yg}$  – удельная сила давления,

Н/мм<sup>2</sup>, и составило 129 МПа. При сравнении величины максимального давления с лабораторными данными видно, что оно полностью соответствует результату. Подтверждается методика определения угла затягивания. Основные преимущества разрушения руды в слое частиц очень сильно зависят от целого комплекса параметров, таких как давление, мелющие поверхности, система питания, производительность, размер продуктов и др. Максимальная величина разрушающего усилия (Р<sub>макс</sub>) очень сильно влияет не

только на степень дробления, но также и на измельчаемость материала в шаровой мельнице после разрушения материала в валковом прессе. Соответственно определение оптимальной силы разрушения позволяет с высокой точностью определить операционные параметры валкового пресса и полностью отвечает основному принципу рудоподготовки – «Не дробить ничего лишнего». Также повышенное давление при разрушении материала повлечет образование хлопьев, которые затем необходимо деагломерировать.

Разрушение материала в слое частиц под высоким давлением один из самых эффективных методов с точки зрения степени дробления. Известны следующие преимущества данной технологии: потребление энергии – от 0,8 до 3 кВт на 1 т; образование микротрещин, которое в дальнейшем позволяет снизить индекс работы Бонда более чем на 30 % в зависимости от технологических условий; высокий КПД – свыше 95 %; оборудование требует меньшее пространство по сравнению с мельницами самоизмельчения и даже по сравнению с бисерными мельницами.

Саромаг Д., Тумидаски Т. и Говэнда Т. разработали математический гранулометрической метод моделирования характеристики продукта валкового пресса, основанный на определении постоянных, которые получаются эмпирическим путем [131]. Для определения с высокой точностью распределения ПО классам продукта валкового пресса необходимо, чтобы они зависели от основных технологических параметров аппарата, таких как давление и скорость вращения валков. Наибольшее схождение по распределению размеров продукта дает формула Вейбула, которая позволяет достичь точного соотношения между давлением и размером исходного сырья путем аппроксимации. Она дает возможность определить выход каждого класса и спрогнозировать производительность. Разработанная методология дает точное схождение результатов. Она позволяет эффективно контролировать результаты дробления в валковом прессе посредством подбора операционных параметров аппарата, используя их вместе с параметрами аппроксимированной формулы. Эффективность

процесса измеряется через удельную энергию разрушения, производительность и содержание необходимого класса в продукте и зависит от давления в системе.

Профессор Шонерт доказал, что измельчение отдельно взятой частицы при медленном нагружении наиболее энергетически эффективный способ и все иные способы по уровню энергопотребления необходимо сравнивать с ним. В процессе измельчения минералов и цемента традиционными методами (например, разрушение в шаровых мельницах) частицы не каждый раз попадают под воздействие мелющих тел, что значительно снижает эффективность. Тонкое измельчение – это энергетически затратный процесс. Шонерт показал, что затраты энергии при разрушении материала в стесненных условиях следуют по уровню энергопотребления после процесса разрушения отдельно взятой частицы при медленном нагружении. В связи с этим он разработал процесс беспрерывного разрушения материала в слое под давлением в валковых мельницах высокого давления. В связи с природой самой валковой дробилки предварительные исследования и оптимизация процесса разрушения в них не могут быть проведены только в лабораторных условиях и требуют тщательного моделирования. Ферстенау предложил модель определения основных макропеременных процесса разрушения материала в валковых мельницах высокого давления, используя данные разрушения материала в поршневом прессе [91, 102,103].

Экспериментальные данные при разрушении в поршневом прессе определения могут быть использованы для макропеременных при разрушении в валковом прессе. Результаты моделирования с высокой точностью подтверждаются экспериментальными данными, полученными при разрушении руды на валковом прессе в лаборатории. Было определено, что распределение по классам, полученное в стационарном режиме, такое же, как в непрерывном режиме, однако измельчаемость отличается. Было определено, что они зависят скалярно и являются функцией отношения высоты слоя частиц при этих двух режимах измельчения. Данные

исследования подтвердили, что моделирование процесса разрушения в непрерывном режиме возможно с помощью стационарного режима, то есть разрушение в поршневом прессе, а полученные лабораторные данные могут быть использованы при расчетах промышленных схем измельчения, включающих в себя валковый пресс и шаровую мельницу [92, 93].

В Центре исследования полезных ископаемых университета Кейптауна «Рондебош» было проведено изучение влияния питания и циркуляционной нагрузки на работу валкового пресса [128]. Рабочее давление в валковом прессе зависит от гранулометрической характеристики разрушаемого материала, по мере того как крупность материала уменьшается, постель слоя частиц между валками становится более однородной. В случае наличия цикла в схеме с увеличением циркуляционной нагрузки в валковом пресс поступает более мелкий материал, соответственно продукт валкового пресса также имеет больше мелких классов, а степень дробления увеличивается. Было определено, что количество мелочи в материале, разрушаемом в прессе, является критическим фактором валковом С точки зрения потребления энергии. Мелкий класс заполняет пустоты в постели материала и оптимизирует затраты энергии. Тем не менее переизбыток мелких классов приводит к резкому ухудшению процесса сжатия, вызывая этим самым снижение степени дробления и резкое возрастание потребляемой энергии. Удельное потребление энергии каждого цикла измельчения в валковом прессе снижается, когда большую работу по разрушению материала в схеме «валковый пресс – шаровая мельница» выполняет валковый пресс. Гранулометрическая характеристика питания валкового пресса является фактором, производительность основным переменным влияющим на валкового пресса. Таким образом, производительность становится функцией распределения питания. Исследования показали, что удельная поверхность исходного материала может быть использована в качестве параметра в модели, характеризующей параметры частиц слоя разрушения. Удельная поверхность питания увеличивалась с увеличением циркуляции мелкого

продукта. После определенного содержания мелкого класса в питании валкового пресса избыток мелких частиц приводит к неэффективному процессу разрушения (сжатию), и степень дробления падает даже с увеличением потребляемой энергии.

### 1.5. Выводы к главе. Постановка задачи исследования разрушения руды в слое частиц и ее применение в условиях эксплуатации валковых прессов

Анализ современного состояния теории и практики традиционных рудоподготовительных процессов показал следующее:

традиционные процессы разрушения руд характеризуются низкой эффективностью;

при этом наблюдается переизмельчение материала с высокими энергетическими потерями;

измельчаемый материал теряет значительную часть поверхностной энергии, понижая тем самым физико-химическую активность поверхности, и негативно влияет на последующее обогащение материала;

существующие теории дробления носят эмпирический характер и применимы только при определенных условиях разрушения на конкретных рудах и материалах.

Необходим поиск путей управления процессом разрушения руды, один из которых – подбор оптимального оборудования для конкретных свойств исходного материала. Решение этих задач возможно только на основе полного понимания механизма разрушения с учетом свойств, определяющих его поведение при взаимодействии с рабочими органами. Иными словами, селективное разрушение при механическом воздействии реализуется тогда, когда разрушаемому материалу сообщается необходимый и достаточный для соответствующих минеральных компонентов уровень параметров, а именно энергия разрушения, деформация, усилие разрушения.

Новые способы подготовки руды (в виде разрушения руды в слое частиц под давлением) позволяют обозначить перспективные направления с целью повышения эффективности данных процессов и развития теории и практики дезинтеграции руд в целом, а именно:

опыт применения и результаты, полученные в ходе анализа работы валковых прессов, дают основание для дальнейшего изучения механики разрушения горных пород в аппаратах данного типа и дальнейшего широкого внедрения измельчающих валков высокого давления в горнорудной промышленности;

установлено, что главное достоинство валкового пресса – низкое потребление энергии и снижение переизмельчения при подготовке руд различного типа.

В то же время горно-обогатительная отрасль ставит новые задачи, а именно: увеличение степени дробления горных пород за счет интенсификации технологических процессов, повышение эффективности измельчения, снижение энергетических потерь, повышение селективности дезинтеграции руд.

Таким образом, на основе анализа теории и практики разрушения горных пород сформулирована научная проблема, имеющая важное промышленное значение и заключающаяся в изучении межчастичного процесса разрушения руды в слое частиц под давлением.

Основные задачи исследования:

всестороннее изучение механизма разрушения частиц в слое с применением современных способов моделирования на основе численного решения метода конечных элементов (МКЭ), включающего в себя энергию сил сопротивления и работу сил разрушения руды в условиях неравнокомпонентного бокового сжатия, с использованием контактной задачи;

обеспечение селективного разрушения руды по средствам управления параметрами разрушительных агрегатов;

определение качественных и количественных характеристик процесса разрушения руды в слое частиц под давлением;

уточнение этих данных для расширения применения существующих теорий дробления, применяемых для подсчета энергозатрат на дробление/измельчение;

регулирование уровня разрушающего воздействия в зависимости от характеристик процесса и материала;

обеспечение максимального совпадения необходимых и достаточных условий разрушения с фактическими свойствами разрушаемых тел;

установление количественных зависимостей между режимными и технологическими параметрами аппарата.

### ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ ПРОЦЕССА ДЕЗИНТЕГРАЦИИ РУД В СЛОЕ ЧАСТИЦ ПОД ДАВЛЕНИЕМ. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЯ ЧАСТИЦ ПОД ДАВЛЕНИЕМ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Разрушение горных пород с целью извлечения полезного ископаемого – весьма сложный и энергоемкий физический процесс. Фактически от параметров этого процесса зависит рентабельность его добычи.

К настоящему времени накоплен значительный материал по анализу физических параметров горных пород и обозначена проблема дальнейшего использования этих данных для совершенствования технологических аспектов процесса дробления породы с целью минимизации затрат при извлечении полезных ископаемых.

Использование существующего опыта в совокупности с применением современных компьютерных технологий инженерного анализа – это одна из концепций решения проблемы. В частности, при изучении механики деформирования горных пород в конкретных технологических условиях их дробления (внешнего воздействия) весьма информативным может быть объединение эмпирического подхода с информационными технологиями.

Математическое моделирование в инженерном анализе на его современном уровне развития базируется на численном решении уравнений физики процесса, где ведущую роль играет высокоэффективный метод конечных элементов (МКЭ). Моделирование на основе геометрии объекта деформирования, свойств его материала и других параметров можно сравнить с его тестированием или построением его виртуального прототипа с высокой степенью адекватности.

Математическое моделирование в настоящее время широко используется в машиностроении и других отраслях промышленности. Например, при создании инженерных конструкций, когда проектирование и

особенности испытание изделия, В на ранних этапах, ведется (осуществляется) без создания его физического (реального) прототипа. Экспериментальная же проверка (натурное испытание) реально созданных образцов проводится на завершающих этапах проектирования, когда уровень информации о работоспособности изделия максимально высокий. Такой подход В проектировании позволяет, соответственно, сократить В значительной степени материальные и временные затраты, а главное – выбрать наиболее оптимальное проектное решение.

Концепция изучения процесса дробления горной породы с применением математического моделирования на основе эмпирических (на основе многолетнего опыта) зависимостей параметров разрушения горной подобрать условия эффективно породы позволит И управлять промышленным процессом.

В данной главе представлены основные математические зависимости, используемые в работе при создании методологии теории и практики анализа процесса дробления горной породы в слое под давлением и других технологических способах.

В первом подразделе приведены условия подбора и обоснование критериев разрушения, зависящих от характерного для материала горной породы свойства хрупкости, что позволяет определиться с тем, что принимать за состояние "на грани разрушения". Рассмотрен предлагаемый в работе способ ослабления учета структуры породы за счет "неравномерностей" строения (трещины, дислокации, включения и др.), проводимый на основе эмпирических зависимостей модуля упругости от масштабного фактора зависимости И В ОТ гранулометрической характеристики ее исходных кусков [4]. Доказательство достоверности предлагаемого подхода приводится относительно данных, представленных в ряде работ [4, 12, 30, 34, 59], в условиях одноосного сжатия образцов, а также относительно экспериментальных данных (см. гл. 3).

Во втором, третьем и четвертом подразделах главы рассмотрено моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС) горной породы. Моделирование осуществлено с позиции определения баланса энергетических показателей процесса дробления: работы внешнего силового воздействия и величины внутренней потенциальной энергии деформации, необходимой и достаточной для разрушения объемов (кусков) горной Приведено математическое моделирование породы. самого процесса контактного взаимодействия кусков горной породы в технологическом процессе дробления для получения уровня энергозатрат В виде потенциальной энергии деформации породы в слое. Моделирование выполняется на основе метода конечных элементов (МКЭ) с применением контактной задачи теории упругости.

В пятом разделе на примере слоя в валковом прессе представлены основные составляющие используемой методологии, а также общий алгоритм ее работы при моделировании процесса дробления руды.

Полученные на основе анализа картины НДС горной породы и, соответственно, величины потенциальной энергии деформации породы используются в дальнейшем при определении гранулометрического состава продукта разрушения.

## 2.1. Современное состояние и теоретические аспекты механики разрушения горных пород

Механизм процесса разрушения руды, например, в таких сложных технологиях, как разрушение частиц в слое, изучен к настоящему времени недостаточно полно. Имеется в виду востребованность управления данным процессом с целью достижения его максимальной эффективности. Для этого необходимо обратиться к научным разработкам в области механики твердого деформируемого тела и теории разрушения материалов, чтобы в дальнейшем проводить моделирование с максимально близким уровнем по адекватности

реальному процессу разрушения руды в технологическом процессе ее подготовки.

#### 2.1.1. Критерии разрушения горных пород

Представления о прочности тела в виде объема (куска) горной породы логично построить на основе энергетического критерия разрушения Гриффитса [19], согласно которому трещина начинает распространяться в хрупком теле, если скорость освобождения энергии упругой деформации в процессе ее распространения будет больше прироста поверхностной энергии:

$$\frac{dU}{dl} = \frac{dW}{dl},\tag{2.1}$$

где U – поверхностная энергия трещины; W – потенциальная энергия упругих деформаций, обусловленная раскрытием трещины длиной 21 при воздействии на тело внешних нагрузок.

Однако учитывая стохастический характер распределения трещины в кусках горной породы, включений, дислокаций и других неравномерностей, модель Гриффитса, позже доработанная Ирвином, не содержит математических соотношений для определения размеров тела и трещины, когда это уравнение правомерно и, таким образом, не является полным.

Особая сложность возникает при оценке механических свойств горных пород в условиях слоя породы. В этом случае величины показателей деформации и прочности, при прочих равных условиях, будут определять прежде всего некоторое сложное напряженно-деформированное состояние горной породы, характеризуемое взаимодействием каждого куска (объема) породы с другими кусками.

На практике используются так называемые критерии разрушения (прочности), по которым и определяется момент разрушения породы в процессе внешнего воздействия на нее. Представленный подход предполагает изучение таких характеристик прочности материала, как модуль упругости и предел прочности. Их получают экспериментальным
путем в условиях одноосного сжатия образцов [1, 4, 32], где эти характеристики усредняются в зависимости от размеров образцов.

Переход от результатов одноосного сжатия к характеристикам прочности в условиях сложного напряженного состояния осуществляется на основе критериев (теории) прочности (разрушения), которые выбирают в зависимости от специфических свойств исследуемого материала.

Известные работы в этом направлении [4, 32], а также исследования, проводимые в рамках данной работы, показывают, что для описания разрушения хрупкого материала, к которому относится подавляющее большинство руд, наиболее близким является критерий Кулона–Мора [16]. Исследуемый тип материала, к которому также относятся камни, бетон и т.д., различным образом сопротивляется сжатию и растяжению, а именно: прочность на сжатие выше прочности на растяжение. Это влияние можно учесть, например, если принять, что величина касательного напряжения  $\tau_n$ , действующего на «площадке разрушения», зависит от величины нормального напряжения  $\sigma_n$  на той же площадке [9, 21], т. е. имеем

$$\tau_n = f(\sigma_n). \tag{2.2}$$

Данное условие предложил О. Мор в 1900 г. В этом случае на плоскости в координатах  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  соотношение (2.2) представляет собой предельную кривую, ограничивающую область безопасных состояний. Напряженное состояние на этой же плоскости характеризуется системой кругов Мора. Нетрудно видеть, что наибольший круг напряжений должен касаться предельной кривой. Действительно, если бы он пересекал ее, то для данного значения  $\sigma_n$  можно было бы указать касательное напряжение, которое превышает величину, вызывающую разрушение. Таким образом, предельная кривая является огибающей наибольших кругов напряжений (рис. 2.1). Рассмотрим условия межчастичного разрушения руды в валковом прессе. Технология его работы предполагает сложное взаимодействие кусков породы между собой, которое можно представить системой контактных сил, действующих на отдельно взятый кусок породы (рис. 2.2)



Рис. 2.1. Огибающая кругов напряжений Мора



Рис. 2.2. Механизм межчастичного разрушения

В нашем случае разрушение происходит за счет сил, давящих на слой, в котором концентрируются растягивающие и сдвиговые напряжения. При отсутствии бокового давления или малых его значениях сопротивление сдвигу внутри зерна на порядок больше сопротивления сдвигу по границе. При сдвиге может происходить смещение в направлении, перпендикулярном поверхности трещины. При высоком боковом давлении и невозможности смещения прочность на сдвиг по границе приближается к пределу прочности зерна. В точке пересечения прямой трения Кулона для границ зерна и огибающей Мора для зерна прочности выравниваются, и скол по зернам становится более вероятным [9]. В нашем случае между валками возникает боковое давление, в связи с этим существует возможность смещения зерен друг относительно друга из-за неоднородности по крупности всего слоя материала. Это условие необходимо для повышения эффективности разрушения, снижения энергозатрат и селективности раскрытия минералов по границе зерен [37].

Экспериментально доказано [20], что при отсутствии условия неоднородности слоя материала или же при отсутствии слоя как такового разрушение происходит с нарушением целостности зерен и резким возрастанием затрат энергии.

Анализ большого числа экспериментальных результатов показал [37, 38], что в условиях объемного неравнокомпонентного сжатия, когда  $\sigma_1 < \sigma_2$  $<\sigma_3$  и  $0 \le \mu \sigma \le 1$ , горные породы разрушаются за счет скачкообразного прорастания критически ориентированных сдвиговых трещин.

На основе вышепредставленного анализа можно выдвинуть гипотезу о наличии сдвигового механизма разрушения материала в валковом прессе, который является основной причиной процесса дезинтеграции.

В частности, в работах лаборатории [76] на основе многолетних экспериментальных исследований принята концепция о существовании двух видов прочности твердых тел: прочность на отрыв и прочность на срез (сдвиг). Как установлено, эти два вида прочности, а соответственно два вида сопротивления разрушению в чистом виде являются крайними случаями. Первый из них относится к области действия исключительно растягивающих напряжений, а второй – к области сдвигающих напряжений, действующих при высоких значениях бокового давления.

Для изучаемого технологического процесса дробления горной породы, учитывая то, что основным силовым фактором в нем является боковое давление (в виде силы и момента), при оценке сопротивления горной породы разрушению наиболее целесообразно принять концепцию оценки ее прочности по максимальным сдвиговым напряжениям.

В пользу принятого утверждения свидетельствует и установленный экспериментально [33, 39] механизм развития деформации за пределом прочности, одним из важных моментов которого является неизменность коэффициента необратимой поперечной деформации и как до, так и за прочности горной Это (равенство) пределом породы. постоянство свидетельствует о развитии деформационного процесса за пределом прочности по плоскостям сдвига, сформированным до предела прочности. Число плоскостей сдвига в разрушаемом фрагменте возрастает до (момента наступления) предела прочности и убывает за этим пределом, при этом, согласно статистической модели, это число не влияет на показатель µ.

Зависимость остаточной прочности пород от вида напряженного состояния по аналогии с предельными зависимостями прочности и упругости можно описать экспоненциальным уравнением такого же вида.

### 2.1.2. Характеристики прочности горных пород

Экспериментальные исследования [37, 38, 39] видов напряженного состояния при больших необратимых деформациях вплоть до остаточной прочности позволили установить, что возрастающая с ростом бокового давления σ<sub>2</sub> степень измельчения пород при деформации имеет предел. размера, дробления Достигнув минимального элементы перестают измельчаться при дальнейшем увеличении  $\sigma_2$ . Минимальный размер элементов дробления может определяться размерами структурных элементов: зерен и кристаллов. Обнаружение этого факта позволило понять механизм развития деформационных процессов в условиях больших давлений и внести принципиальные коррективы в деформационную модель.

Без введения принципа ограничения степени дробления горной породы модель предполагала беспрерывное дробление материала и не содержала условий прекращения увеличения предела упругости тела с ростом  $\sigma_2$  (условий выхода предельных кривых на горизонтальный участок). Введение этого принципа позволило сформулировать критические условия выхода

предельных кривых на горизонтальный участок и условия возможности развития разрыхления в горных породах при высоких давлениях, а также объяснить стремительный рост пластичности в этих условиях [34].

Исследования механизма упрочнения горных пород с ростом бокового давления σ<sub>2</sub> показали, что до 70 % общего упрочнения может приходиться на долю деформационного упрочнения, роль которого возрастает с увеличением пластичности материала.

Диаграмма "напряжение–деформация", наиболее общий вид которой представлен на рис. 2.3, является основным результатом экспериментальных испытаний материалов горных пород. Этот результат подвергается всестороннему анализу с целью получения более полной информации о механических свойствах исследованных материалов [19, 40].

При испытании образцов на сжатие в начале нагружения они проходят область упругих деформаций, где представленная диаграмма описывается законом Гука. Наклон прямолинейного участка диаграммы характеризуется модулем упругости Юнга – Е. После достижения предела упругости в материале накапливаются необратимые деформации.



Рис. 2.3. Типичная диаграмма "напряжение-деформация" горных пород

Далее, после перехода через предел прочности наступает область запредельного (за пределом прочности) деформирования, которая продолжается до достижения предела остаточной прочности. Запредельная ветвь диаграммы для большего числа материалов горных пород имеет прямолинейный характер, наклон прямой характеризуется модулем спада М. Полная диаграмма, включающая запредельную ветвь, позволяет оценить в породе степень ее хрупкости. Этот показатель является важным при определении склонности породы к концентрации напряжений в процессе разрушения при некотором сосредоточенном силовом воздействии [39]. На рис. 2.4 представлены реальные диаграммы для руды месторождения Нурказган и сланца.

Эти диаграммы получены при испытании образцов в условиях одноосного сжатия. Основные характеристики этих пород представлены в табл. 2.1.



Рис. 2.4. Полные диаграммы "напряжение–деформация" для пород: 1 – руда мест. Нурказган ; 2 – сланец

Диаграммы показывают, что испытанные образцы горных пород отличаются по своим механическим характеристикам, но каждый из них имеет три области (стадии) деформирования: устойчивую прямую область упругой деформации, относительно короткий участок предела прочности и довольно крутой участок диаграммы за пределом прочности (спада).

Для образцов с одинаковым соотношением L/F (где L – длина образца, F – площадь его поперечного сечения) модуль спада M может служить мерой относительной хрупкости материала. По этому показателю руда мест. Нурказган является наиболее хрупкой горной породой из пород, приведенных в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Порода	Модуль Юнга Е 10 <sup>5</sup> , МПа	Модуль спада, M10 <sup>5</sup> , МПа	Предел прочности на сжатие $\sigma_n$ , МПа	Деформация $\mathcal{E}_n, 10^{-3},$ мм	Коэффи- циент хрупкости
Руда мест.	0,68	3	200	0,5	0,91
Нурказган					
Сланец	0,67	13,2	295	0,28	0,95

Характеристика исследуемых горных пород [36]

Коэффициент хрупкости К<sub>хР</sub> зависит от энергии упругой деформации и энергии запредельного деформирования. Он изменяется от 0,0 до 1,0, и тем ближе к 1,0, чем меньше доля энергии запредельного деформирования.

Количественная оценка показателя хрупкости позволяет более определенно классифицировать по механическим свойствам горные породы.

Несмотря на высокую хрупкость горных пород, процесс деформации их за пределом прочности осуществляется в режиме устойчивого деформирования. В любой точке запредельной кривой процесс может быть остановлен и при необходимости осуществлена разгрузка образца.

Количественная оценка показателя хрупкости позволяет более определенно классифицировать горные породы по их механическим свойствам.

Основной объем экспериментальных исследований проводился в условиях трехосного неравнокомпонентного сжатия, когда выполняется условие

 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \tag{2.3}$ 

Значительно меньший объем исследований был проведен при напряженных двухосного растяжения, двухосного "растяжения-сжатия" и растяжения под боковым давлением.

При проведении испытаний в условиях высоких боковых давлений порода перестает быть хрупкой, модуль запредельного деформирования уменьшается. С практической точки зрения чаще всего наиболее интересными являются результаты, полученные при относительно низких уровнях бокового давления  $\sigma_2$ , поскольку в подобных условиях находятся породы, примыкающие к контуру обнажений в горных выработках.

Представленные диаграммы "напряжения–деформации" (см. рис. 2.3), помимо упругих констант и запредельных характеристик, позволяют получить условия трех предельных состояний: условия пределов упругости, условия пределов прочности и условия пределов остаточной прочности.

Представленное выше состояние горных пород в виде огибающих максимальных кругов Мора имеет недостаток, а именно отсутствие универсальной аналитической формы представления огибающей в широком диапазоне видов напряженного состояния.

В работе [39] предложены все три вида предельного состояния в виде уравнений экспоненциального типа:

$$\tau_{\gamma} = \tau_{\gamma}^{0} l^{BC}, \quad \tau_{P} = \tau_{P}^{0} l^{AC}, \quad \tau_{O} = \tau_{O}^{0} l^{OC} .$$

$$(2.4)$$

Каждое из представленных экспоненциальных уравнений описывает соответственно условия: предельных упругих состояний, пределов прочности и пределов остаточной прочности.

Константы, стоящие справа в выражениях (2.4), означают пределы упругости, прочности и остаточной прочности при одноосном сжатии. В, А, О – константы (параметры), характеризующие упрочнение горных пород с ростом гидростатического давления. С= $\sigma_2/\sigma_1$  – параметр, характеризующий вид напряженного состояния.

На основе экспериментальных данных и полученных в работе [39] выражений (2.4) для исследуемых деформируемых тел в виде горных пород в качестве предела прочности используются максимальные сдвиговые (касательные) напряжения в них. Выражения этих напряжений через нормальные составляющие имеют вид:

$$\tau_{Y} = \frac{\sigma_{1}^{Y} - \sigma_{2}}{2}, \quad \tau_{P} = \frac{\sigma_{1}^{P} - \sigma_{2}}{2}, \quad \tau_{O} = \frac{\sigma_{1}^{O} - \sigma_{2}}{2}$$
(2.5)

Константы В, А, О в интерпретации огибающих кругов Мора являются углами внутреннего трения, правда, в данном случае они не зависят от  $\sigma_2$ . Константы  $\tau_Y^0$ ,  $\tau_P^0$  и  $\tau_O^0$  – аналоги коэффициента сцепления. Предлагаемые в работе [39] аналитические уравнения, так же как и огибающие кругов Мора, не учитывают влияния промежуточного главного нормального напряжения.

Таким образом, на основе изложенного выше обзора экспериментально-аналитических данных можно сделать утверждение, что при расчете напряженного состояния материала при деформации его, например в слое между валками валкового пресса, целесообразно и допустимо:

в качестве основной характеристики прочности горных пород использовать предельное значение сдвиговой составляющей напряженного состояния;

в качестве предельного по сдвиговым напряжениям значения использовать предел упругости, так как пределы прочности и запредельной прочности имеют у большинства видов горных пород на порядок меньшую зону (область) существования, а также высокий коэффициент хрупкости;

для изучения напряженного состояния горных пород в условиях неравнокомпонентного сжатия использовать данные о свойствах горных пород, полученные экспериментально в условиях одноосного сжатия, при минимальных значениях на образцах бокового давления  $\sigma_2$ .

Кроме дальнейшее того, ИЗ вышеизложенного следует, что без накопленного невозможно применения использование опыта современных компьютерных технологий ДЛЯ инженерного анализа, построенных на основе численного решения контактной задачи с помощью метода конечных элементов и позволяющих моделировать технологические процессы деформирования пород с целью извлечения полезных ископаемых с минимальными энергетическими затратами.

### 2.1.3. Взаимосвязь гранулометрической характеристики горных пород и теорий дробления

Горные породы имеют явно выраженное свойство хрупкости, то есть минимальный размер площадки текучести на диаграмме испытаний на сжатие образцов горной породы. Практически до момента разрушения эта диаграмма может быть описана прямой пропорциональной зависимостью [39] между напряжением, возникающим в теле образца под действием внешней сжимающей силы, и его деформацией.

Кроме того, структура горных пород имеет стохастический характер распределения трещин, дислокаций, включений и других факторов, не поддающийся с точки зрения математического анализа детерминированию или формализации. Поэтому определение упругих свойств этих материалов и их предела прочности носит сложный эмпирический характер, определяемый комплексом экспериментальных методик исследований, представленных в ряде известных работ по данному научному направлению [33, 34, 35, 39, 41, 43].

Основным распространенным лабораторным методом общей оценки прочностных свойств настоящее горных пород В время остаются лабораторные испытания на одноосное сжатие (раздавливание). Критерием прочности, определяемым при этих испытаниях, является предел прочности при одноосном сжатии ИЛИ максимальная величина сжимающего напряжения, испытываемого горной породой в момент разрушения образца.

Также экспериментальные исследования горных пород на предел прочности имеют первостепенное значение для определения энергетических параметров процесса дробления, используемых в дальнейшем для любой, предназначенной для этого промышленной технологии, в особенности для наиболее эффективных, таких, например, как дезинтеграция руд в слое частиц под давлением.

Лабораторные исследования на сжатие образцов породы показывают свои закономерности процесса деформирования и разрушения материала

горных пород. Эти закономерности устойчивые и позволяют проводить с достаточной для практики точностью формализацию (детерминирование) процесса дробления пород. В частности, одной из главных таких закономерностей является зависимость гранулометрических параметров разрушения породы от работы внешних сил, определяющей в процессе дробления потенциальную энергию деформирования кусков породы.

Таким образом, зная величину работы внешних сил и исходные размеры разрушаемых кусков породы в слое, можно оценить гранулометрический состав на выходе процесса разрушения.

Представленная закономерность определяет теории дробления (подраздел 1.5), подходящие для различных условий дробления, главным образом, в зависимости от исходного гранулометрического состава породы. Обобщенная формула теорий дробления [35] имеет вид

$$A = k D^{n} \frac{R^{3-n} - 1}{3-n},$$
(2.6)

где A – энергия, расходуемая на измельчение; n – степень линейного размера частицы (находится опытным путем для каждого конкретного случая измельчения); k – коэффициент пропорциональности; R – степень измельчения.

Практика механического дробления горных пород показывает, что с уменьшением объема разрушаемых тел величина показателя степени n закономерно возрастает. При n = 2 формула (2.6) переходит в формулу Риттингера, при n = 3 после раскрытия неопределенности получается формула Кирпичева–Кика и при n = 2,5 -формула Бонда в виде

$$W = 2k \left(\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}}\right),\tag{2.7}$$

где *W* – работа, необходимая для разрушения куска породы; *D* – диаметр куска породы до разрушения; *k* – коэффициент пропорциональности [19, 31].

Показатель степени *n* отражает масштабный эффект в горных породах и их структурную неоднородность. Сравнение результатов интегрирования

уравнения Чарльза с формулами дробления показывает, что коэффициент пропорциональности *k* имеет смысл удельной энергоемкости дробления. Тогда, установив соответствие реального процесса дробления для одного из этих уравнений, можно по опытным данным *(E, D, d)* количественно оценить энергоемкость дробления как свойства данной горной породы.

Как известно, удельная работа разрушения единичного объема V горной породы определяется соотношением:

$$\frac{W}{V} = t \frac{\sigma^2}{2E}$$
(2.7a)

где σ – предел прочности горной породы; *E* – модуль упругости Юнга; t – коэффициент пластичности горной породы.

На основании формулы (2.7) получаем формулу для вычисления диаметра частиц (кусков) горной породы после процесса дробления:

$$d = \frac{4k^2 \cdot D}{\left(W \cdot \sqrt{D} + 2k\right)^2}.$$
(2.8)

По закону сохранения энергии работа внешнего силового воздействия, затрачиваемая на разрушение кусков породы, реализуется в виде потенциальной энергии их деформации при данном технологическом процессе рудоподготовки, например, в слое частиц под давлением в валковом прессе.

Плотность потенциальной энергии деформации для бесконечно малого объема тела, накапливаемой каждым куском породы в слое под воздействием внешних сил до момента его разрушения, для некоторого мгновенного положения напряженно-деформированного состояния определяется по формуле

$$d\Lambda = \frac{1}{2} \{ \varepsilon \}^T \{ \sigma \}, \qquad (2.9)$$

где {ɛ} и {σ} – тензоры деформаций и напряжений, представленные в подразделе 2.3 настоящей работы, определяются для объемного напряженно-

деформированного состояния слоя породы. Полная энергия деформации получается интегрированием (2.9) по объему тела:

$$\Lambda = \int_{V} \frac{1}{2} \{\varepsilon\} \{\sigma\} dV.$$
(2.10)

Для отдельного конечного элемента, на которые разбивается объем тела горной породы, выражение (2.10а), например, с использованием изопараметрического гексаэдра [12] имеет вид

$$\Lambda^e = \int_{V^e} \frac{1}{2} \{\varepsilon\} \{\sigma\} dV.$$
(2.10a)

Таким образом, из теоретических исследований, проводимых на основе метода конечных элементов и контактной задачи теории упругости взаимодействия кусков породы в слое, используемых в данной работе, вычисляется потенциальная энергия деформирования кусков породы в слое в процессе воздействия на него внешних сил. Далее, по значению этой энергии определяется гранулометрическая характеристика продукта дробления.

## 2.1.4. Эмпирическая зависимость предела прочности горных пород от размеров их кусков (масштабный фактор)

Под "разрушением руд" в производственной практике обогащения принято два понятия [31, 32, 36]: "дробление" – с продуктом переработки диаметром до 5 мм; "измельчение" – с продуктом диаметром от 5 мм и меньше. Представленное утверждение носит несомненно условный характер, но имеет своим основанием реальные производственные параметры, связанные прежде всего с энергетическими затратами на процесс разрушения породы.

Эти затраты определяются прочностью горной породы, главным критерием которой является временное сопротивление одноосному сжатию. То есть максимальная величина напряжения, испытываемого образцом (объемом, куском) горной породы в момент разрушения. Этот показатель называют также пределом прочности на одноосное сжатие [80]. Его

определение, а также других упругих свойств материалов горных пород имеет технически сложный характер, предполагающий для организации исследований комплекс специальных экспериментальных методик, представленных в ряде известных работ [4, 39, 80].

В данном подразделе рассматривается закономерность, связанная со специфической особенностью прочностных характеристик материала горных пород, – это зависимость предела прочности образца породы от его размеров, называемая масштабным фактором. Использование этого фактора при моделировании напряженно-деформированного состояния породы позволит более точно определять энергозатраты, связанные с процессом дробления горных пород.

Очевидное объяснение (гипотеза) представленному фактору может быть сформулировано следующим образом: бо́льшие по размеру (диаметру) образцы породы содержат бо́льшее удельное количество трещин, включений, дислокаций и других подобных природных факторов структуры материала и, соответственно, они имеют меньший предел прочности и для их разрушения требуется меньшее удельное количество энергии.



Рис. 2.5. Растяжение пластины с трещиной (модель Гриффитса)

Данное предположение о снижении предела прочности деформируемого тела при наличии в нем трещины доказано в работе Гриффитса [19] на примере растяжения (сжатия) пластины (рис. 2.5) с моделью трещины.



Рис. 2.6. Диаграмма «напряжение – деформация» пластины с трещиной Гриффитса

Энергетическое состояние пластины определяется диаграммой "напряжение – деформация", представленной на рис. 2.6. При заданной деформации пластины "без трещины" величина накапливаемой в ней энергии определяется площадью треугольника ОАВ [19]. Для достижения этой же деформации пластине "с трещиной" нужны меньшие напряжения (линия ОС), при этом величина потенциальной энергии деформации соответствует площади треугольника ОСВ.

Таким образом, наличие трещины в материале деформируемого тела сопровождается уменьшением площади под диаграммой "напряжение – деформация" на величину, обозначенную на диаграмме (см. рис. 2.6) заштрихованным треугольником ОАС. Представленное уменьшение произошло за счет изменения угла наклона прямой ОА к прямой ОС, а следовательно, с появлением трещины происходит уменьшение (изменение) и модуля упругости рассматриваемого деформируемого тела.

Величина площади треугольника ОАС (заштрихованного на рис. 2.6) зависит от размера трещины [19] либо, очевидно, при малости размера трещин от их количества, приходящегося на единицу объема деформируемого тела.

Доказательство справедливости гипотезы Гриффитса подтверждается натурными испытаниями образцов горных пород в отношении их

разрушения при одноосном сжатии [39]. Эти испытания сопровождаются большим количеством известных материалов образцов, наличие трещин в которых является специфической особенностью природного происхождения горных пород.



Рис. 2.7. Диаграмма "напряжение – деформация" образцов серии различных горных пород, испытанных при одноосном сжатии

В этих условиях, прежде чем перейти к изучению масштабного фактора, то есть зависимости предела прочности (модуля упругости) образца горной породы от его размеров, необходимо проанализировать некоторые особенности физического смысла напряженно-деформированного состояния образцов горных пород с точки зрения диаграмм "напряжение – деформация", полученных в лабораторных условиях при одноосном сжатии образцов. В частности, на рис. 2.7 представлены диаграммы, для достаточно большого числа образцов горных пород [37]. Анализ этих диаграмм показывает два отличительных свойства горных пород. Первое из них заключается в том, что вплоть до момента наступления разрушения при увеличении силы сжатия, допустимо предположение о сохранении действия закона Гука, то есть прямой пропорциональной зависимости между напряжением, возникающим в теле образца и его упругими деформациями:

$$\sigma_{c} = E_{c} \cdot \varepsilon, \qquad (2.11)$$

где  $\sigma_{cm}$  – напряжение в образце в условиях одноосного сжатия;

 $E_{c \varkappa}$  – модуль упругости на сжатие;

*е* – деформация образца в условиях одноосного сжатия, определяемая на основе обобщенного закона Гука,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1 - \boldsymbol{\mu} \cdot \varepsilon_2 - \boldsymbol{\mu} \cdot \varepsilon_3), \qquad (2.12)$$

где µ – коэффициент поперечной деформации (Пуассона) при сжатии;

ε<sub>1</sub> – продольная деформация образца при сжатии;

 $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$  – поперечная деформация при сжатии.

Второе свойство горных пород касается деформации образцов горных пород при одноосном сжатии. Оно заключается в том, что главную составляющую сжатия –  $\varepsilon_1$  допустимо принять как величину постоянную (относительно прямой пропорциональной зависимости), а поперечные деформации  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$  в процессе одноосного сжатия не превышают 5% от продольной деформации (см. рис. 2.7, а, диаграмма слева).

Обе составляющие допущения связаны со свойством хрупкости горных пород [4, 20]. То есть деформацию горных пород на всем пути повышения напряжения в процессе одноосного сжатия вплоть до момента разрушения допустимо считать величиной постоянной.

Продолжая изучение зависимости предела прочности образцов породы от их размеров (называемой масштабным фактором), необходимо отметить, что этому научному вопросу уделено внимание практически всеми авторами

работ по определению прочностных свойств горных пород, где отражены все нюансы испытаний (смазка, прокладки и др.). В основном эти данные представлены в табличном и графическом виде.

В работе [30] приведена зависимость предела прочности образцов породы от их размеров (рис. 2.8). В частности, отмечается, что вне зависимости от соотношения линейных размеров образцов, по мере увеличения их объема, средняя прочность материала снижается. И это снижение не беспредельно. Кривая (см. рис. 2.8), характеризующая изменение прочности от размеров образца, асимптотически приближается к минимальному значению, которое можно принять за прочность породного массива.



Рис. 2.8. Диаграмма «напряжение – деформация» образцов серии горных пород

В работе [34] приведены результаты (см. рис. 2.8, 2.9, табл. 2.2 и 2.3), также характеризующие влияние масштабного фактора на предел прочности и модуль упругости материала горных пород.

### Таблица 2.2

Зависимость прочности на одноосное сжатие мела от размера образца

Диаметр образца, мм	37.0-39.6	49.2-52.3	69.9	98.0
(площадь образца, см²)	(10.75 - 12.31)	(19.0-21.5)	(38.4)	(75.4)
Прочность на одноос-	1.18-0.95 (15*)	0.80-0.89 (10*)	0.65-0.78 (5*)	0.51-0.59 (3*)
ное сжатие, МПа	1.03	0.83	0.69	0.54



Рис. 2.9. График масштабной зависимости

Таблица 2.3

Средний модуль деформации для образцов разного размера

Модуль деформации, МПа				
Диаметр 39 мм	Диаметр 50 мм	Диаметр 70 мм	Диаметр 100 мм	
339	228	209	174	

С получением физического смысла масштабного фактора прочности образцов горных пород имеются достаточно обоснованные попытки представления этих данных на основе определенного вида эмпирических зависимостей [30].

Один из вариантов таких зависимостей представлен в работе Л.И. Барона. Эта зависимость получена на основе обработки большого числа экспериментальных данных и проверена на основе результатов собственных испытаний и представленных в других работах [4]. Приближенная эмпирическая формула в этом случае имеет вид

$$\sigma_{c \varkappa_2} = \sigma_{c \varkappa_1} \sqrt[3]{\frac{d_1}{d_2}}, \qquad (2.13)$$

где  $\sigma_{cm_1}$  – временное сопротивление раздавливанию равностороннего образца породы сдлиной ребра  $d_1$  и высотой  $h_1 = d_1$ ;  $\sigma_{cm_2}$  –

временное сопротивление раздавливанию образца той же породы с длиной ребра  $d_2$  и высотой  $h_2 = d_2$ .

Формула (2.13) основана на данных испытаний однородных образцов разных размеров при одноосном сжатии (раздавливании) при постоянном отношении d/h=1. Образцы диаметром (с длиной ребра) до 50 мм изготавливали в соответствии с ГОСТ кубической и цилиндрической формы. При нагружении образцов давление в гидравлическом прессе повышают на 5–10 МПа в секунду. Предел прочности измеряют (вычисляют) с точностью до 10 МПа.

Правильность формулы (2.13) в интервале диаметров от 50 до 200 мм подтвердили данные румынского исследователя проф. М. Стаматиу [4].

Попытка связать прочность породы с прочностью слагающих ее минералов не позволяет получить зависимости ни для одного из изученных типов пород. Это объясняется тем, что прочностные свойства горной породы в значительной мере связаны с ее структурой и текстурой. Кроме того прослеживается взаимосвязь прочности и структуры: менее прочностными являются разновидности, обладающие крупнозернистой структурой, т. е. наличием большего числа более крупных дефектов [15].

Суммируя изложенное о зависимости предела прочности образцов горной породы от их размеров (называемой масштабным фактором), допущение, справедливо принять ЧТО В условиях одноосного (противоположно направленного) силового воздействия их потенциальная энергия деформации, необходимая для разрушения куска породы с учетом масштабного фактора, определяемого, например, формулой (2.13).вычисляется относительно изменения модуля упругости (как угла наклона прямой пропорциональной зависимости на диаграмме сжатия [33]) с использованием табличных данных или эмпирической зависимости, построенной, к примеру, на основе формулы (2.13), в виде

$$E_{6,2} = E_{6,1}\sqrt[3]{\frac{d_1}{d_2}}$$
(2.14)

где  $E_{e,1}$  – модуль упругости равностороннего образца горной породы с длиной ребра  $d_1$  и высотой  $h_1 = d_1$ ;  $E_{e,2}$  – модуль упругости образца той же породы с длиной ребра  $d_2$  и высотой  $h_2 = d_2$ .

Экспериментальные исследования [4] также показывают размеры образцов (равносторонних) оказывают влияние на предел прочности горных пород раздавливанию лишь до некоторых пределов, после которых получаемые при экспериментах значения этого показателя остаются примерно постоянными. Представленное положение также свидетельствует в пользу влияния масштабного фактора на прочность горных пород через количество трещин, приходящееся на единицу объема материала породы.

Таблица 2.4

d, мм	$d_1 = 50$	$d_2 = 30$	$d_2 = 15$	$d_2 = 5$
$\mathbf{E}_2 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_1$	$E_2 = 1,0 \cdot E_1$	$E_2 = 1,186 \cdot E_1$	$E_2 = 1,494 \cdot E_1$	$E_2 = 2,154 \cdot E_1$
Е (руда Нурказган), МПа	62 500	74 125	93 375	134 625

Изменение модуля упругости в зависимости от размеров образцов

# 2.2. Реализация вариационно-энергетического принципа механики твердого деформированного тела на основе метода конечных элементов

Построение уравнений физики процесса деформации тела осуществляется с применением вариационно-энергетического принципа минимизации функционала потенциальной энергии деформируемой системы. В качестве системы рассматривается набор (некоторое количество) кусков горной породы, находящихся под внешним силовым воздействием, с целью определения для них условий разрушения.

Математическое моделирование построено на основе численного решения методом конечных элементов (МКЭ), где основные зависимости напряженно-деформированного состояния горных пород представлены в описании типа конечного элемента. Дополнительно для решения задачи применяется математическое моделирование контактной задачи теории упругости, используемое для анализа взаимодействия объемов горной породы в слое (подразд. 2.3). Оно проводится с использованием определенной модификации в реализации энергетического принципа.

Основные зависимости метода конечных элементов (МКЭ) построены на основе анализа известных в этой области работ [5, 7, 26] с учетом особенностей напряженно-деформированного состояния (НДС) объемов горных пород.

В качестве базового конечного элемента для моделирования объемов (тел) породы в трехмерном пространстве используется изопараметрический гексаэдр [14] в декартовой системе координат, а также другие типы конечных элементов, необходимых при построении модели представленного процесса деформирования.

МКЭ развивался на основе концепции численного моделирования (аппроксимации) деформируемого тела как сплошной среды с бесконечным числом степеней свободы, совокупностью подобластей (конечных элементов), имеющих некоторое конечное число степеней свободы. То есть рассчитываемый объект, или область его определения (континуум), представляется в виде дискретной модели, разбитой на конечное число подобластей или конечных элементов [14].

В каждом конечном элементе изменение неизвестной функции, а также функций, определяющих известные свойства объекта, аппроксимируется на основе базисных функций N<sub>m</sub> (функций формы), которые построены с использованием простейших алгебраических полиномов, выраженных через значения этих функций в узлах конечных элементов [14].

Алгебраические полиномы, используемые при построении базисных функций, подбираются с учетом удовлетворения известным условиям непрерывности получаемого решения в межэлементной зоне [14]. Эти условия необходимы для достижения процесса сходимости используемого численного решения к точному при уменьшении размеров подобластей.

Дальнейший ход решения задач по МКЭ сводится к реализации вариационного принципа отыскания минимума функционала рассматриваемой физической задачи, позволяющей получить решение, не прибегая к прямому построению дифференциального уравнения физики процесса.

В основе решения задач механики твердого деформируемого тела лежит вариационный принцип стационарности или минимума изменения функционала виртуальной работы. Его использование является независимым общим подходом и заключается в том, что выражение рассматриваемого функционала определено как общее для каждого отдельно взятого конечного элемента, а построение соотношения для всей области – следующая отдельная процедура.

МКЭ Представленная математическая концепция позволяет использовать в качестве варьируемого параметра распределение самой неизвестной функции, входящей в выражение функционала и определенной области конечного элемента. Более совершенная на постановка представленной концепции заключается в использовании энергетического метода, когда построение соотношения для всего объекта моделирования осуществляется на основе "суммирования" – энергии деформирования совокупности отдельных конечных элементов.

в области механики Для исследований деформируемого тела основополагающими являются две энергетические формы реализации: принцип виртуальных перемещений и принцип виртуальных сил. Названные зависимости, в свою очередь, приводят к общеизвестным принципам стационарности, соответственно, потенциальной и дополнительной энергии деформируемой системы. Благодаря определенному набору преимуществ [14], наибольшее распространение получил принцип виртуальных перемещений. Его реализация предполагает, что на тело, находящееся в состоянии равновесия, действуют внешние силы, при этом для него задается некоторое виртуальное (предполагаемое, воображаемое) поле перемещений,

которое является искомым и характеризуется в каждой точке пространства значением вектора  $\{\delta\}$ . Равновесие будет полным только тогда, когда при вариациях перемещений виртуальная работа произвольных внешних воздействующих сил равна работе внутренних сил сопротивления (или потенциальной энергии) деформированного При тела. ЭТОМ поле виртуальных перемещений на континууме деформированного тела должно быть представлено непрерывными функциями пространственных координат и удовлетворять кинематическим условиям на его границах.

С учетом условия непрерывности используемый вариационноэнергетический принцип метода перемещений теории упругости (деформированного тела) утверждает, что сумма изменений потенциальной энергии воздействующих внешних нагрузок  $dW_p$  и внутренней энергии деформации dA при некотором поле перемещений { $\delta$ } равна нулю. То есть имеем:

$$d\left(\Lambda + W_p\right) = d\left(\Pi\right) = 0 \tag{2.15}$$

Работа воздействующих внешних нагрузок W равна по значению и противоположна по знаку потенциальной энергии сопротивления деформируемого тела –  $W_p$ ,  $W_p = -W$ .

Таким образом, энергетическое состояние деформируемой механической системы характеризуется выражением вида

$$\frac{\partial(\Pi)}{\partial\{\delta\}} = 0, \qquad (2.16)$$

в котором каждое из его составляющих потенциальной энергии деформирования П является некоторой функцией от вектора перемещений {δ}.

Функционал потенциальной энергии, представленный соотношением (2.16), для дискретной области определения деформируемого тела запишется в виде

$$\Pi = \sum_{e=1}^{E} \left( \Lambda^{(e)} - W^{(e)} \right) = \sum_{e=1}^{E} \Pi^{(e)} ,$$

(2.17)

где Е – число элементов дискретной области определения; П<sup>(е)</sup> – доля потенциальной энергии отдельного конечного элемента.

Выражения для составляющих в (2.17), построенных в виде зависимостей МКЭ метода перемещений теории упругости, представлены в подразд. 2.3 и 2.4. С их использованием можно записать необходимые выражения для составляющих полной потенциальной энергии деформируемого тела конечном элементе. Внутренняя энергия на деформации моделирования среды горных пород для определяется выражением вида:

$$\Lambda^{e} = \int_{v^{e}} \frac{1}{2} \left( \left\{ \varepsilon \right\}^{T} \left\{ \sigma \right\} \right) dv, \qquad (2.18)$$

где интегрирование ведется по объему конечного элемента – V<sup>e</sup>.

Раскрывая скобки и подставляя значения выражений для  $\{\sigma\}$  и  $\{\epsilon\}$ , получим:

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{V^{(e)}} \{\delta\}^{(e)T} [B]^{T} [D] [B] \{\delta\}^{(e)} dV, \qquad (2.19)$$

где {  $\delta$  }<sup>(e)</sup> – вектор узловых перемещений конечного элемента; [ *B* ] – матрица дифференцирования; [ *D* ] – матрица упругости материала пород.

Составляющие  $\{\delta\}^{(e)}$ , [B], [D] в подынтегральном выражении (2.19) представлены ниже (подразд. 2.3 и 2.4) при описании конечного элемента, используемого для моделирования объемов горных пород.

Работа внешних сил, совершаемая над породой, может быть разделена на следующие виды: 1) W<sub>p</sub> – совершаемая сосредоточенными (контактными) силами; 2) W<sub>q</sub> – совершаемая распределенной на поверхности нагрузкой; 3) W<sub>g</sub> – совершаемая массовыми объемными силами, например, силами гравитации.

Если принять за {р} вектор сосредоточенных в узлах сил, тогда имеем:

$$W_{p} = \{\delta\}^{T} \{p\} = \{p\}^{T} \{\delta\}$$
(2.20)

Работа объемных сил определяется выражением вида:

$$W_{g}^{e} = \int_{v^{e}} \{\delta\}^{T} [N] \{g\} dv$$
(2.21)

Вследствие того, что вектор объемных массовых сил {g} часто имеет на конечном элементе высокий градиент изменения, необходимо интегрирование по объему элемента – V<sup>e</sup>.

Общий вид выражения для работы поверхностных сил W<sub>q</sub> имеет вид:

$$W_{q}^{e} = \int_{S^{e}} \{\delta\}^{T} [N] \{q\} dS, \qquad (2.22)$$

с тем отличительным условием, что интегрирование проводится по площади некоторой поверхности элемента, где приложен вектор внешней распределенной нагрузки – {q}.

Подстановка (2.19) – (2.22) в выражение для полной потенциальной энергии механической деформируемой системы (2.2) дает:

$$\Pi = \sum_{e=1}^{E} \left[ \int_{v^{e}} \frac{1}{2} \{\delta\}^{T} [B]^{T} [D] [B] \{\delta\} dv - \int_{v^{e}} \{\delta\}^{T} [N]^{T} \{g\} dv - \int_{S^{e}} \{\delta\}^{T} [N]^{T} \{q\} dS \right] - \{\delta\}^{T} \{p\} (2.23)$$

Реализуя принцип стационарности или минимума изменений величины П по перемещению {δ}, имеем:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{\delta\}} = \sum_{e=1}^{E} \left[ \int_{v^{e}} [B]^{T} [D] [B] \{\delta\} dv - \int_{v^{e}} [N]^{T} \{g\} dv - \int_{S^{e}} [N]^{T} \{q\} dS \right] - \{p\} = 0 \qquad (2.24)$$

Первый интеграл под знаком суммы в выражении (2.24) определяет матрицу жесткости конечного элемента – [k<sup>e</sup>], коэффициенты которой физически представляют собой силу единичного перемещения в его узлах в соответствующем координатном направлении. Для отдельно взятого КЭ, имеем:

$$[k^{e}] = \int_{V^{e}} [B]^{T} [D] [B] dV$$
(2.25)

Остальные члены уравнения (2.24) составляют вектор-столбец эквивалентных узловых сил на элементе:

$$\{F^{e}\} = -\int_{v^{e}} [N]^{T} \{g\} dv - \int_{S^{e}} [N]^{T} \{q\} dS - \{p\}$$
(2.26)

Таким образом, глобальная матрица жесткости [K] и глобальный вектор-столбец узловых эквивалентных сил {F} можно записать в виде сумм:

$$[K] = \sum_{e=1}^{E} [k^{e}]; \qquad \{F\} = \sum_{e=1}^{E} \{F^{e}\}, \qquad (2.27)$$

которые как известные величины подставляются в общее уравнение равновесия рассматриваемой механической системы в виде глобальной системы алгебраических уравнений, представленной в матричном виде:

$$[K]{\delta} = {F}$$

$$(2.28)$$

Правило построения глобальной матрицы жесткости [К], то есть формирование ее суммированием из отдельных матриц жесткости элементов, осуществляется прямой жесткости методом c использованием топологической информации, которая представляет собой некоторый порядок номеров узлов КЭ, полученных им из глобальной нумерации в КЭ модели объекта. Формирование одномерного массива {F} также осуществляется на основании глобальной топологической информации конечных элементов, однако поэлементное суммирование ведется здесь только для некоторых видов нагружения, например для инерционного. Учет сил в виде различного рода приложенных внешне нагрузок осуществляется по номенклатуре и топологии тех областей конечно-элементной (КЭ) модели объекта, где эти нагрузки определены.

Решение глобальной системы алгебраических уравнений (2.28) получаем в виде поля перемещений, представленное в узловых точках значениями глобального вектор-столбца – { $\delta$ }.

# 2.3. Разработка модели конечного элемента и модели силового воздействия

В ряду конечных элементов (КЭ), используемых для моделирования объемного напряженно-деформированного состояния, наибольшее распространение получил восьмиузловой линейный изопараметрический [14] гексаэдр (рис. 2.10). Для расчета НДС твердых тел сложной геометрической формы в данной работе он реализован в декартовой системе координат: о, *x*, *y*, *z*.



Рис. 2.10. Изопараметрический гексаэдр объемного НДС

Без учета ограничений, связанных с первым порядком аппроксимации, данный тип КЭ позволяет оценить общее НДС объекта исследования с относительно небольшими ресурсными затратами.

Вектор перемещений i-го узла конечного элемента определяется тремя компонентами: u, v, w, измеряемыми в рассматриваемой системе координат:

$$\{\delta_i\} = \{u_i, v_i, w_i\}^T$$
. (2.29)

Общий вид интерполяционного полинома для линейной аппроксимации физических величин определяется выражением вида

$$U = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z + \alpha_5 xy + \alpha_6 yz + \alpha_7 zx + \alpha_8 xyz$$

Построение функций формы [N] на основе этого полинома для данного типа конечного элемента осуществляется с использованием местной системы

нормализованных координат (см. рис. 2.1). То есть если переменные  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  удовлетворяют условиям:  $-1 \le \xi \le 1$ ;  $-1 \le \eta \le 1$ ;  $-1 \le \zeta \le 1$ , то общий вид функции формы линейного восьмиузлового гексаэдра представляется как

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (1 + \zeta \zeta_i), \qquad (2.30)$$

где для координат узлов элемента:  $\xi_i = \pm 1$ ;  $\eta_i = \pm 1$ ;  $\zeta_i = \pm 1$ .

Выражения функций формы для принятой местной порядковой нумерации узлов конечного элемента (см. рис. 2.10) сведены в табл. 2.5 Таблица 2.5

Функции формы элемента

$$\begin{split} N_1 &= \frac{1}{8} (1-\xi) (1-\eta) (1-\zeta) & N_5 = \frac{1}{8} (1-\xi) (1-\eta) (1+\zeta) \\ N_2 &= \frac{1}{8} (1+\xi) (1-\eta) (1-\zeta) & N_6 = \frac{1}{8} (1+\xi) (1-\eta) (1+\zeta) \\ N_3 &= \frac{1}{8} (1+\xi) (1+\eta) (1-\zeta) & N_7 = \frac{1}{8} (1+\xi) (1+\eta) (1+\zeta) \\ N_4 &= \frac{1}{8} (1-\xi) (1+\eta) (1-\zeta) & N_8 = \frac{1}{8} (1-\xi) (1+\eta) (1+\zeta) \end{split}$$

Матрица функций формы гексаэдра имеет вид

$$\{N\} = \{N_1, N_2 \dots N_8\}^T.$$
 (2.31)

Переход от местной системы координат к глобальной осуществляется с применением зависимостей вида:

$$x = \{N\}^{T} \begin{cases} x_{1} \\ x_{i} \\ \vdots \\ x_{8} \end{cases}; y = \{N\}^{T} \begin{cases} y_{1} \\ y_{i} \\ \vdots \\ y_{8} \end{cases}; z = \{N\}^{T} \begin{cases} z_{1} \\ z_{i} \\ \vdots \\ z_{8} \end{cases},$$
(2.32)

где  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  – координаты узлов в глобальной декартовой системе координат,  $N_i$  – функции формы конечного элемента (см. табл. 2.5).

Составляющие вектора перемещений в произвольной точке изопараметрического гексаэдра определяются по выражениям, аналогичным (2.32):

$$u = \sum_{i=1}^{8} N_i u_i$$
;  $v = \sum_{i=1}^{8} N_i v_i$ ;  $w = \sum_{i=1}^{8} N_i w_i$ ,

где u<sub>i</sub>, v<sub>i</sub>, w<sub>i</sub> – значение глобальных перемещений в узлах конечного элемента.

Таким образом, выражение для аппроксимации неизвестного поля перемещений на рассматриваемом конечном элементе в матричной форме имеет вид

$$\{\delta\}^{e} = \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \{\delta\} = \begin{bmatrix} N_{1} & 0 & 0 & N_{2} & 0 & \dots & N_{8} & 0 & 0 \\ 0 & N_{1} & 0 & 0 & N_{2} & \dots & 0 & N_{8} & 0 \\ 0 & 0 & N_{1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & N_{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1} \\ v_{1} \\ w_{1} \\ \dots \\ u_{8} \\ v_{8} \\ w_{8} \end{bmatrix} .$$
(2.33)

Вектор деформаций {ɛ} в декартовой системе координат содержит все шесть компонент и определяется известным [Зенкевич] выражением вида

$$\left\{ \varepsilon \right\} = \begin{cases} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{cases}.$$

(2.34)

Дифференцируя функции формы элемента по соответствующим координатным направлениям вектора перемещений  $\{\delta\}^e$ , можно получить необходимое соотношение для определения вектора деформаций на элементе:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\} = [B_1, B_2, B_3, \dots, B_8]\{\delta\}$$

$$(2.35)$$

где матрица дифференцирования [В] для любого узла в элементе имеет вид

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial y} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial z}\\ \frac{\partial N_{i}}{\partial y} & \frac{\partial N_{i}}{\partial x} & 0\\ 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial z} & \frac{\partial N_{i}}{\partial y}\\ \frac{\partial N_{i}}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_{i}}{\partial x} \end{bmatrix}.$$
(2.36)

Вектор напряжений в рассматриваемой точке конечного элемента определяется из общего выражения

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{\rm r}, \sigma_{\theta}, \sigma_{\rm z}, \tau_{\rm r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{\rm zr}\}^{T} = [D]\{\varepsilon\}, \qquad (2.37)$$

где [D] – матрица упругости материала; определяется на основе системы уравнений общего соотношения между компонентами деформации и напряжениями теории упругости. Для объемного НДС матрица [D] имеет вид:

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 \\ Cum. & & & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix}, \quad (2.38)$$

где Е и µ – модуль упругости и коэффициент поперечной деформации (Пуассона) изотропного материала.

В общем случае матрицы конечного элемента, определяющие его физические свойства, имеют вид

$$\int_{V} [f] dV, \qquad (2.39)$$

где [f] – матрица, зависящая от функций формы N<sub>i</sub> или их производных по глобальным декартовым координатам *x*, *y*, *z*; V и dV – объем и элементарный объем конечного элемента.

Для вычисления величин, представленных на элементе, необходимо сделать два преобразования. Во-первых, выразить производные функций формы по глобальным декартовым координатам x, y, z через производные функций формы N<sub>i</sub>, которые, в свою очередь, выражены в локальной нормализованной системе координат  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ . Во-вторых, элементарный объем dV, по которому производится интегрирование, необходимо также представить в координатах  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  относительно пределов интегрирования по ним.

Для установления связи производных в местной нормализованной и глобальной системах координат используется правило частного дифференцирования. В трехмерном случае, например по координате ξ, это правило имеет вид:

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi}$$
(2.40)

Дифференцируя аналогичным образом по координатам ηиςи матричную получаем форму [14] необходимое используя записи, дифференцирование соотношение, позволяющее проводить аппроксимируемых местной величин относительно системы нормализованных координат. Имеем:

$$\begin{cases}
\frac{\partial N_{i}}{\partial \xi} \\
\frac{\partial N_{i}}{\partial \eta} \\
\frac{\partial N_{i}}{\partial \zeta}
\end{cases} = \begin{bmatrix}
\frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\
\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\
\frac{\partial N_{i}}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta}
\end{bmatrix} \begin{cases}
\frac{\partial N_{i}}{\partial x} \\
\frac{\partial N_{i}}{\partial y} \\
\frac{\partial N_{i}}{\partial z}
\end{cases} = \begin{bmatrix}
J
\end{bmatrix} \begin{cases}
\frac{\partial N_{i}}{\partial x} \\
\frac{\partial N_{i}}{\partial y} \\
\frac{\partial N_{i}}{\partial z}
\end{cases},$$
(2.41)

где [*J*] – матрица Якоби. В развернутом виде она представляется в виде

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

Для определения производных функций формы по глобальным координатам достаточно обратить матрицу [*J*]:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_2}{\partial r} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial r} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \theta} & \frac{\partial N_2}{\partial \theta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \theta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \zeta} \end{bmatrix},$$
(2.43)

После обращения Якобиана [J] находим выражение для вычисления матрице дифференцирования [B]. составляющих В \_ Выражения формы табл. 2.5) по производных функций (см. для локальным нормализованным координатам приведены в табл. 2.6.

### Таблица 2.6

Производные функций формы по локальным нормализованным координатам

$\frac{\partial N_1}{\partial \zeta} = -\frac{1}{8} (1 - \eta) (1 - \zeta)$	$\frac{\partial N_1}{\partial \eta} = -\frac{1}{8} (1 - \zeta) (1 - \zeta)$	$\frac{\partial N_1}{\partial \zeta} = -\frac{1}{8} (1 - \zeta) (1 - \eta)$
$\frac{\partial N_2}{\partial \xi} = +\frac{1}{8} (1-\eta) (1-\zeta)$	$\frac{\partial N_2}{\partial \eta} = -\frac{1}{8} (1 + \zeta) (1 - \zeta)$	$\frac{\partial N_2}{\partial \zeta} = -\frac{1}{8} (1 + \xi) (1 - \eta)$
$\frac{\partial N_3}{\partial \xi} = +\frac{1}{8} (1+\eta) (1-\zeta)$	$\frac{\partial N_3}{\partial \eta} = +\frac{1}{8} (1+\zeta) (1-\zeta)$	$\frac{\partial N_3}{\partial \zeta} = -\frac{1}{8} (1 + \zeta) (1 + \eta)$
$\frac{\partial N_4}{\partial \xi} = -\frac{1}{8} (1+\eta) (1-\zeta)$	$\frac{\partial N_4}{\partial \eta} = +\frac{1}{8} (1-\zeta) (1-\zeta)$	$\frac{\partial N_4}{\partial \zeta} = -\frac{1}{8} (1 - \zeta) (1 + \eta)$
$\frac{\partial N_5}{\partial \xi} = -\frac{1}{8} (1 - \eta) (1 + \zeta)$	$\frac{\partial N_5}{\partial \eta} = -\frac{1}{8} (1 - \zeta) (1 + \zeta)$	$\frac{\partial N_5}{\partial \zeta} = +\frac{1}{8} (1-\zeta) (1-\eta)$
$\frac{\partial N_6}{\partial \xi} = +\frac{1}{8} (1-\eta) (1+\zeta)$	$\frac{\partial N_6}{\partial \eta} = -\frac{1}{8} (1+\zeta) (1+\zeta)$	$\frac{\partial N_6}{\partial \zeta} = +\frac{1}{8} (1+\zeta)(1-\eta)$
$\frac{\partial N_{\gamma}}{\partial \xi} = +\frac{1}{8} (1+\eta) (1+\zeta)$	$\frac{\partial N_{7}}{\partial \eta} = +\frac{1}{8} (1+\zeta) (1+\zeta)$	$\frac{\partial N_{\gamma}}{\partial \zeta} = +\frac{1}{8} (1+\zeta) (1+\eta)$
$\boxed{\frac{\partial N_8}{\partial \xi} = -\frac{1}{8} (1+\eta) (1+\zeta)}$	$\frac{\partial N_8}{\partial \eta} = +\frac{1}{8} (1-\xi) (1+\zeta)$	$\frac{\partial N_8}{\partial \zeta} = +\frac{1}{8} (1-\zeta) (1+\eta)$

Выражение для элементарного объема, вычисляемого в области определения конечного элемента, преобразуется к виду

$$dV = dx \, dy \, dz = \det[J] \, d\xi \, d\eta \, d\zeta. \tag{2.44}$$

После представленных преобразований матрица определения величин на используемом типе конечного элемента записывается в виде

$$\int_{V} [f] dV = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} [f(\zeta, \eta, \zeta)] \det[J] d\zeta d\eta d\zeta.$$
(2.45)

Интегрирование осуществляется численно [14]. Точность вычислений при заданном количестве точек интегрирования достигается применением схемы Гаусса–Лежандра, которая основывается на выражении определенного интеграла на интервале [-1, 1] и имеет вид

$$\int_{-1}^{1} \left[ f\left(\xi\right) \right] d\xi = \sum_{i=1}^{n} H_i \left[ f\left(\xi_i\right) \right],$$
(2.46)

где n – число точек интегрирования; H<sub>i</sub> – весовые множители; ξ<sub>i</sub> – нормализованная координата точки интегрирования.

Для трехосного случая декартовой системы координат имеем [14]:

$$\int_{V^{(e)}} \left[ f \right] dV = \sum_{m=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} H_i H_j H_m \left[ f \left( \xi_i, \eta_j, \zeta_m \right) \right] \det \left[ j \left( \xi_i, \eta_j, \zeta_m \right) \right].$$
(2.47)

Точки интегрирования находятся решением полинома Лежандра соответствующей степени. Для двухточечной схемы интегрирования в трехмерном случае точки интегрирования и весовые множители представлены выражениями

$$\xi_i = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \ \eta_j = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \ \zeta_m = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \ H_{ijm} = 1$$
 (2.48)

Продолжая развивать построение основных используемых зависимостей МКЭ, необходимо определиться с выражениями для составляющих глобального вектора эквивалентных узловых сил.

Воздействие объемных массовых сил в виде сил гравитации определяет собой одну из составляющих силового воздействия на процесс дробления породы. Общее выражение для его определения, например, если направлением сил гравитации служит ось х, представляется выражением вида

$$\{F\}_{\rho}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} [N]^{T} (\{G_{x}\}) dV, \qquad (2.49)$$

где  $\{G_x\}$  – вектор-столбец объемных массовых сил гравитации в точках интегрирования.

$$\left\{G_x\right\} = \begin{cases} \rho g_x \\ 0 \\ 0 \end{cases}, \tag{2.50}$$

где  $g_x$  — ускорение свободного падения;  $\rho$  — плотность используемого материала.



Рис. 2.11. Распределенная нагрузка в виде давления на грани конечного элемента

Для моделирования распределенной внешней нагрузки используется алгоритм эквивалентных узловых сил, представленный в работе [14]. Областью определения вектора [q] на элементе является площадь грани гексаэдра – S<sup>e</sup> (рис. 2.11). Представленная грань имеет четыре узла и расположена произвольным образом в пространстве декартовой системы координат. Тогда область воздействия (определения) любого вида распределенной внешней нагрузки рассматриваемого объекта деформирования представляет собой некоторую непрерывную поверхность, составленную из граней элементов.

Пусть  $\xi$  и  $\eta$  (см. рис. 2.11) – нормализованные координаты граней 1, 2, 3, 4, связанные с поверхностью элемента  $\zeta$  = const. Если предположить, что  $-1 \le \xi \le 1$ ,  $-1 \le \eta \le 1$ , то закон изменения геометрии рассматриваемой грани в глобальной системе координат может быть представлен в виде
$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \sum_{i=1}^{4} N_{gi} \begin{cases} x_i \\ y_i \\ z_i \end{cases}$$
(2.51)

где  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  – значения глобальных координат узлов 1, 2, 3, 4;  $N_{gi}$  – функции формы для моделирования плоской грани конечного элемента:

$$N_{gi} = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i).$$
(2.52)

Выражения для функций формы в соответствии с принятой топологией грани (см. рис. 2.11) приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

Функции формы грани конечного элемента

$N_{g1} = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta)$	$N_{g3} = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta)$
$N_{g2} = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta)$	$N_{g4} = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta)$

Для определения составляющих эквивалентной узловой нагрузки от приложенной внешне распределенной нагрузки необходимо найти величину вектора нормали к рассматриваемой грани элемента, его численное значение равно площади грани *S*<sup>*e*</sup> (см. рис. 2.11).

Вектор нормали в точке поверхности грани определится как векторное произведение взаимно ортогональных векторов первых производных функций форм изменения глобальных координат x, y, z [выражение (2.67)] по нормализованным координатам  $\xi, \eta$ 

$$\{dS\} = \{dn\} = \begin{cases} dn_x \\ dn_y \\ dn_z \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} \end{cases} \times \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{cases},$$
(2.53)

где

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{g1}}{\partial \xi} & \cdots & \frac{\partial N_{g4}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_{g1}}{\partial \eta} & \cdots & \frac{\partial N_{g4}}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ \cdots & \cdots \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix}$$
(2.54)

Производные функций формы грани конечного элемента по локальным координатам сведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8

Производные функций формы грани по локальным координатам

$\frac{\partial N_{g1}}{\partial \xi} = -\frac{1}{4} (1 - \eta)$	$\frac{\partial N_{g2}}{\partial \xi} = +\frac{1}{4} (1 - \eta)$	$\frac{\partial N_{g3}}{\partial \xi} = +\frac{1}{4}(1+\eta)$	$\frac{\partial N_{g4}}{\partial \xi} = -\frac{1}{4} (1+\eta)$
$\frac{\partial N_{g1}}{\partial \eta} = -\frac{1}{4} (1 - \xi)$	$\frac{\partial N_{g2}}{\partial \eta} = -\frac{1}{4} (1 + \xi)$	$\frac{\partial N_{g3}}{\partial \eta} = +\frac{1}{4}(1+\zeta)$	$\frac{\partial N_g 4}{\partial \eta} = +\frac{1}{4} (1 - \xi)$

Выражение для вектора эквивалентных узловых сил имеет вид

$$\left\{F\right\}_{p}^{(e)} = p \int_{S} \left[N_{g}\right]^{T} \left\{dS\right\}, \qquad (2.55)$$

где *p* – прикладываемое к грани давление;

$$\begin{bmatrix} N_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I N_{g1} & \cdots & I N_{g4} \end{bmatrix}$$
(2.56)

Для вычисления интеграла используется двухточечная схема интегрирования Гаусса–Лежандра для двумерного случая. Точки интегрирования и весовые множители сведены в табл. 2.9.

$$\xi_i = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad \eta_j = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad H_{ij} = 1.$$
(2.57)

Таблица 2.9

Координаты точек и весовые множители двухточечной схемы интегрирования квадратуры для двумерного случая

№ точки интегрирования	1	2	3	4
ξi	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\eta_j$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\frac{1}{\sqrt{3}}$
$H_{ij}$	1			

Используя численное интегрирование, имеем:

$$\left\{F\right\}_{p}^{(e)} = p \sum_{\substack{i=1\\j=1}}^{4} \left[N_g\left(\xi_i, \eta_j\right)\right]^T \left\{ dS\left(\xi_i, \eta_j\right)\right\},\tag{2.58}$$

где

$$\left\{ N_{g}\left(\xi_{i},\eta_{j}\right)\right\} = \begin{cases} N_{g1}\left(\xi_{i},\eta_{j}\right) \\ \cdots \\ N_{g4}\left(\xi_{i},\eta_{j}\right) \end{cases}.$$
(2.59)

Вычисление вектора напряжений {σ}, проводимое после решения глобальной системы уравнений, осуществляется по известным узловым значениям поля перемещений и деформаций конечного элемента. Для представления результатов расчета достаточно вычислить напряжения в узлах и в центре конечного элемента. Вектор напряжений в узле конечного элемента записывается в виде

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}^{(e)}, \qquad (2.60)$$

где матрица деформаций [В] оставляется для интересующего узла конечного элемента. Вычисленные узловые значения напряжений соседствующих элементов колеблются относительно истинного. Поэтому для сглаживания разрывов напряжений при их представлении используется усреднение. При этом вектор напряжений в рассматриваемом узле суммируется из вкладов конечных элементов, приходящих в узел, в соответствии с их весом. Этот способ дает гладкую кривую напряжений, описывающую с высокой степенью точности их распределение во всей области определения, за исключением областей с высоким градиентом напряжений. В подобных случаях для получения необходимой точности по напряжениям используется локальное сгущение сетки конечных элементов.

# 2.3.1. Разработка модели силового воздействия на породу со стороны валков валкового пресса перемещением

Одним из эффективных способов разрушения горных пород с целью извлечения полезных ископаемых является использование валковых мельниц [28]. Технологически это весьма сложный и энергоемкий физический процесс. Однако от оптимизации его параметров зависит рентабельность добычи полезного ископаемого.

настоящему времени накоплен значительный К материал ПО экспериментальному изучению физики разрушения горных пород [1, 4, 8, 9, 10, 11, 22]. Вместе с тем решение проблемы его интерпретации с целью дальнейшего совершенствования технологических аспектов процесса дробления породы остается актуальным. Для реализации представленной задачи необходимо изучение напряженно-деформированного состояния (НДС) породы и, соответственно, определение условий ее разрушения. Успешность решения проблемы во многом зависит от обобщения и систематизации имеющегося экспериментального материала. Особая роль отводится компьютерному моделированию, построенному на современных подходах численного решения физической задачи. Наиболее эффективным из них является метод конечных элементов (МКЭ).

МКЭ хорошо зарекомендовал себя при изучении деформируемых механических систем. Его применение здесь можно сравнить С тестированием изделия. Процесс проектирования и доводки его в этом случае проводится без создания ряда промежуточных физических прототипов. Однако применение МКЭ в анализе процессов механики горных пород достаточно мало изучено, и это научное направление имеет актуальность и практическую значимость [2].



Рис. 2.12. Схема силового воздействия в технологическом процессе дробления горной породы в валках под давлением



Рис. 2.13. Схема слоя и анализируемый в нем фрагмент дробления породы



Рис. 2.14. КЭ модель фрагмента слоя разрушаемой породы в технологическом процессе ее дробления в валках под давлением

Одной из проблем решений МКЭ для определения НДС горной породы в слое, расположенном в области I (рис. 2.12) между валками цилиндрической формы под давлением, является выбор режима задания внешней приложенной нагрузки.

Решение этой проблемы проверено на примере фрагмента слоя (рис. 2.13). Его конечно-элементная (КЭ) модель (рис. 2.14) построена с применением КЭ объемного напряженно-деформированного состояния, где толщина фрагмента (в направлении оси Z) равна 1 мм. Свойства материалов, используемых в модели, также представлены в [59].

Одной из особенностей решения задачи МКЭ для рассматриваемого объекта является задание здесь граничных условий и нагрузки, определяемых в глобальной системе алгебраических уравнений,

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \{ \delta \} = \{ F \}, \tag{2.61}$$

где [K] - глобальная матрица жесткости деформируемой системы; {δ} – вектор-столбец неизвестных перемещений; {F} – вектор-столбец известных сил.

Проблема заключается в том, что узлы КЭ модели фрагмента, расположенные по его границе, имеют различные и не регулярно изменяющиеся параметры жесткости, что определяется спецификой физических свойств рассматриваемой деформируемой системы (среды). Поэтому прямое задание нагрузки в векторе {F}, то есть приложение ее к узлам боковой поверхности фрагмента слоя, приведет к искажению формы модели, что, соответственно, противоречит физике процесса.

Первым решением представленной проблемы является использование известного математического принципа модификации глобальной системы уравнений (2.61). В этом случае вектор нагрузки определяется через некоторую задаваемую величину перемещения всех узлов нагружающей (граничной) поверхности. Для этого модификация глобальной системы

уравнений, например, для первой степени свободы проводится ниже следующим образом. Первый член столбца неизвестных перемещений  $\{\delta\}$  определяется (задается) некоторым значением  $\delta_1 = \alpha$ .

Далее, вектор-столбец нагрузки видоизменяется таким образом [14], что

$$\overline{F}_1 = \alpha \quad \text{if } \overline{F}_i = F_i - k_{1i}\alpha, \qquad (2.62)$$

где i = 2, N.

При этом диагональный член матрицы [К] становится единичным, а соответствующие ему строка и столбец нулевыми. Таким же образом задается перемещение для узлов (степеней свободы) всей области приложения нагрузки.

Когда необходимо иметь по данной степени свободы нулевое перемещение (защимление), тогда

$$F_1 = \alpha = 0. \tag{2.63}$$

Нулевые граничные условия для рассматриваемой КЭ модели фрагмента (см. рис. 2.14) определяются во всех узлах верхней и нижней его границы, где равны нулю перемещения в направлении оси Y. Так же равны нулю перемещения в направлении оси X на левой боковой стороне фрагмента. Дополнительно нулевые граничные условия в модели используются на поверхностях ортогональных осей валков для выделения симметричной части деформируемого фрагмента в направлении оси Z; толщина модели слоя 1 мм [3].



Рис. 2.15. Изменение величины сжимающих напряжений  $\sigma_x$ 

Ненулевые граничные условия, представляющие собой нагрузку, определяются в узлах правой боковой границы модели слоя, где перемещения в направлении оси X (см. рис. 2.14) задаются некоторой величиной, например, порядка  $\alpha = 2$  мм.



Рис. 2.16. Схема силового воздействия

Этот способ задания нагрузки на фрагмент слоя можно условно определить как деформирование породы "без модели валков". Он дает вполне адекватные по качественной и количественной характеристике результаты (рис. 2.15). Однако его применение ограничено по ряду обстоятельств, главным из которых является то обстоятельство, что по технологии дробления породы в валковых мельницах не всегда известна величина представленного, определяющего нагрузку перемещения. Тогда, как всегда, известны сила  $\overline{F}$  и момент  $\overline{M}_{\kappa p}$ , приложенные к валкам.

Как показано выше, прямое приложение этих силовых факторов в виде распределенной нагрузки на границах модели деформируемого слоя приведет к его искажению. Кроме того,  $\overline{F}$  и  $\overline{M}_{\kappa p}$  могут варьироваться в технологическом процессе вне зависимости друг от друга. То есть определение величины и направления векторов их распределенной по поверхности слоя нагрузки (рис. 2.16) также затруднено.

# 2.3.2. Разработка модели конечного элемента «жесткая вставка» для моделирования силового воздействия на породу со стороны валков

В рассматриваемой работе для решения представленной проблемы предлагается способ (подход), который условно можно назвать «с моделированием валков». Он основан на использовании специального типа жесткого (rigid) конечного элемента (рис. 2.17).



Рис. 2.17. Жесткий конечный элемент

Представленный конечный элемент допустимо сравнить с невесомым стержнем с большой жесткостью (на 2–3 порядка большей по сравнению с исследуемой породой). Эта жесткость задается по определенной степени свободы, при этом матрица жесткости стержня для нее имеет вид

Процедура получения матрицы жесткости стержня рассмотрена в работе [14]. Форма (2.64) демонстрирует ее конечное выражение, где k – коэффициент большой жесткости. Применение представленного типа конечного элемента достигается суммированием  $[K']^{(k)}$ с глобальной матрицей жесткости для данной степени свободы в узлах.

Представленный способ позволяет объединять (не сшивая) несколько узлов (не менее двух). При этом в самом конечном элементе должен быть указан один узел, принимаемый в качестве независимого. То есть этот узел может совершать независимые (задаваемые) перемещения, либо к нему может быть приложена задаваемая нагрузка.

Термин «жесткий элемент» (rigid) следует понимать не в буквальном смысле, а по отношению к связываемым степеням свободы. Эти жесткие связи и используются для создания недеформируемых участков границ, передачи через них нагрузки на отдельные части рассматриваемой деформируемой области, а также для сопряжения конечных элементов различных типов.



Рис. 2.18. Модель силового воздействия

На рис. 2.18 представлена схема применения конечного элемента типа rigid, который используется в данном случае для моделирования силового воздействия со стороны правого валка на КЭ модель слоя породы. Связь между независимым и зависимыми узлами в этом случае осуществляется по трем степеням свободы: ТХ, ТҮ и ТZ. В качестве независимого взят узел на опоре. Приложение к нему нагрузки в виде М<sub>кр</sub> и F<sub>осев</sub> позволяет воздействие на Зависимые моделировать силовое ось валка. **УЗЛЫ** расположены по его наружному (рабочему) контуру.

Жесткий элемент, моделирующий левый валок, полностью идентичен предыдущему, отличие состоит только в том, что жесткая связь между независимым и зависимыми узлами осуществляется только по двум степеням свободы: ТҮ и ТZ. Такой подход позволяет моделировать силовое воздействие на ось валка только в виде М<sub>кр</sub>.

На рис. 2.19 представлена полная КЭ модель процесса дробления горной породы в валках под давлением. Определение величин F и М<sub>кр</sub> изложено в работе [59]. Сила F является определяющим силовым фактором, составляющим 60–70% энергоемкости, необходимой для обеспечения технологического процесса дробления породы в валках под давлением.



Рис. 2.19. КЭ модель с граничными условиями и условиями нагружения для решения задачи анализа НДС породы в процессе ее дробления в валковом прессе

Дополнительно для рассматриваемой КЭ модели (см. рис. 2.19) используются нулевые граничные условия. Они определяются по вышеизложенному математическому принципу во всех узлах верхней и нижней границ модели, где равны нулю перемещения в направлении оси Y. Также в модели используются граничные условия выделения в модели симметричной части деформируемого слоя породы, где равны нулю перемещения узлов в направлении оси Z, на поверхностях модели с толщиной слоя в 1 мм [59, 65, 44].

# 2.4. Математическая модель контактного конечного элемента для моделирования процесса взаимодействия кусков горной породы

Математическая модель контактной задачи, используемая в настоящей работе для анализа взаимодействия кусков (объемов) горной породы, основана на модифицировании вариационно-энергетического подхода метода перемещений теории упругости, используемого в методе конечных элементов (МКЭ). Контактное взаимодействие при этом предполагает весь комплекс внешнего воздействия на данный кусок породы со стороны других кусков, валков, пресса и других способов разрушения породы.

Развитие контактной задачи на основе численного решения с использованием метода конечных элементов ведет свое начало из разработки моделей контактного взаимодействия объемов горной породы. Оно связано с решением вопроса об интерпретации производной величины потенциальной энергии по контактному перемещению объемов породы. Этот вопрос в конечном итоге сводится к определенным способам модификации в матричном выражении глобальной системы алгебраических уравнений (2.28) для ее правой или левой части.

В работе [14] и других величину представленной производной определяют в виде контактных сил и используют в модификации глобального вектора-столбца сил правой части выражения (2.28). Величина этих сил определяется через итерации относительно характеристик

жесткости контактирующих поверхностей твердых тел и, соответственно, неравенства перемещений контактирующих поверхностей.

Этот подход оправдан с физической точки зрения и позволяет определять условия контактного взаимодействия деформируемых тел не только при наличии внешней нагрузки, но и сил предварительного сопряжения, например, для механических конструкций при посадках с натягом и других условиях. Однако при использовании этого подхода в расчете деформируемых тел, где контактное взаимодействие происходит по нескольким поверхностям, не зависящим друг от друга и находящимся в различных координатных плоскостях, начинает доминировать фактор неустойчивости решения глобальной системы алгебраических уравнений (2.28). Это проявляется и при моделировании контактного взаимодействия объемов породы.

Указанное обстоятельство вызвано появлением в процессе итераций при взаимодействии пород статически неопределенных перемещений, для компенсации которых требуются дополнительные граничные условия кинематического закрепления контактирующих тел. Это обстоятельство, соответственно, приводит к упрощению картины физического явления в модели МКЭ.

Таким образом, представленный в вышеуказанных работах [14] подход имеет практическое применение и устойчивое решение только для деформируемых систем с голономными (однонаправленными) контактными связями. К этим системам, например, относятся давление образца породы правильной формы в прессе, деформирование по нормали в многослойных оболочках и другие.

Математически другой подход использован в работе [6]. Он заключается в том, что производная величины потенциальной энергии по перемещению при контакте тел учитывается в виде дополнительной жесткости (обусловленной контактными силами), определяемой на области взаимодействия тел (отрезок между точками контакта тел). Величина

представленной жесткости используется в модификации глобальной матрицы жесткости рассматриваемой деформируемой системы и определяется на основе итерационного процесса относительно невязки поля перемещений и контактных сил.

Существует достаточное количество способов для подбора [23] величины этой контактной жесткости, среди которых по устойчивости решения доминирует использование метода штрафа. Такой подход также энергетически оправдан. Однако его применение, в чистом виде, не позволяет проводить расчеты контактного деформирования тел, осуществляемые без учета влияния внешнего силового воздействия.

В настоящей работе на основе анализа литературных источников, а также благодаря практике программирования основных зависимостей МКЭ предлагается объединить оба подхода с внесением в них необходимых доработок. То есть величина производной энергии контактного взаимодействия кусков породы, определяющая собой нагрузку OT контактных сил, включая силы предварительного (начального) взаимодействия объемов горных пород, используется при формировании глобального вектора столбца сил. Одновременно формирование этого вектора сопровождается необходимой модификацией в глобальной матрице нелинейной жесткости. Итерационный процесс задачи организован величины относительно минимизации невязки (неравенства) вектора контактных перемещений в глобальной системе уравнений рассматриваемой деформируемой конструкции.

Известно [6], что при анализе НДС одного (монолитного) куска породы построении минимизации выражения функционала полной В И **(Π)** деформируемой потенциальной энергии системы, проводимой относительно вектора перемещений, участвуют две составляющие [формула (2.16)]: внутренняя энергия сил сопротивления тела –  $\Lambda$  и работа внешних сил – W.

При анализе взаимодействия объемов породы предполагается, что выражение для величины W остается неизменным, так как работа сил контактного взаимодействия деформируемых тел не входит в ее состав. Это доказывается прежде всего тем, что внешняя нагрузка, действующая на слой в валковом прессе, принимается не зависящей от условий взаимодействия в нем объемов породы.

Силы контактного взаимодействия между объемами породы, в свою очередь, зависят от величины "невязки" (неравенства) вектора перемещений на сопрягаемых поверхностях и, соответственно, входят в состав внутренней энергии сил сопротивления – Л. Таким образом, величина Л для контактирующих деформируемых тел представляется в виде двух составляющих:

внутренней энергии сопротивления отдельных кусков породы как деформируемых твердых тел –  $\Lambda_g$ ,

энергии контактного взаимодействия объемов породы –  $\Lambda_K$ , имеющей место на их сопрягаемых поверхностях.

Благодаря последней составляющей внутренней энергии сопротивления, сборная конструкция определяется как некоторая единая совокупность деформируемых тел, способная к совместному восприятию внешней нагрузки.

Таким образом, имеем выражение вида

$$\Lambda = \Lambda_g + \Lambda_K = \sum_{i=1}^n \lambda_{gi} + \sum_{j=1}^k \lambda_{Kj} , \qquad (2.65)$$

где

$$\lambda_{gi} = \frac{1}{2} \int_{V_i} \left\{ \varepsilon \right\}^T \left[ D \right] \left\{ \varepsilon \right\} dv$$
(2.66)

известное соотношение [14] для внутренней энергии сопротивления каждого из тел; i =1, n; n – число контактирующих деформируемых тел; V<sub>i</sub> – объем каждого из тел;

$$\lambda_{Kj} = \int_{S_j} \{f_j\}^T \{p_{nj}\} ds + \int_{S_j} \{f_j\}^T \{p_{\tau j}\} ds$$
(2.67)

 – потенциальная энергия контактного взаимодействия на каждой из пар сопрягаемых поверхностей; j =1, k; k – число пар сопрягаемых поверхностей; S<sub>i</sub> – площадь каждой пары сопрягаемых поверхностей;

$$\{f_j\} = \left[\overline{N}\right]\{\delta_j\}$$
(2.68)

– вектор-столбец кусочно-непрерывной функции, аппроксимирующей поле невязок [6] перемещений  $\{\delta_j\}$  на каждой из пар сопрягаемых поверхностей;  $[N^-]$  – матрица обобщенных функций формы [95], используемых на поверхностях (гранях) сопряжений конечных элементов и построенных на основе алгебраической сплайновой аппроксимации МКЭ;  $\{p_{nj}\}$  и  $\{p_{\tau j}\}$  – векторы-столбцы величин нормального и касательного контактных давлений на сопрягаемых поверхностях.

Представленный формулами (2.66) и (2.67) подход к задаче расчета взаимодействия контактирующих деформируемых тел определяется областью в виде граней конечных элементов, моделирующих конструкцию. Он в полной мере отражает физику явления и достаточно подробно изложен в работах [14]. Однако для свойства универсальности моделирования контактной задачи он имеет ряд ограничений, например, для анализа контакта в точке (контакт клина и гладкой поверхности), а также при аппроксимации перехода (изменения) условий сопряжения от натяга (касания) до зазора, и другие.



Рис. 2.20. Контактный конечный элемент взаимодействия объемов пород (КЭВП)

В настоящей работе предлагается реализовать подход к контактной задаче МКЭ, который основан на принципе: "узел в узел". Графически он представлен на рис. 2.20 и 2.21, где линия соединения двух узлов 1 и 2 (рис. 2.21, а), которые соответствуют узлам А и В (см. рис. 3.3), принадлежащих соответственно сопрягаемым телам: телу 1 и телу 2, образует специальный тип конечного элемента, называемый контактный конечный элемент взаимодействия объемов пород – КЭВП.

Принципиальная схема КЭВП (см. рис. 2.20) построена с использованием местной системы декартовых координат (охуz), где за начало координат выбирается любой из двух узлов элемента. Значения u<sub>a</sub>, v<sub>a</sub>, w<sub>a</sub> (см. рис. 2.20) – перемещения узла А; значения u<sub>b</sub>, v<sub>b</sub>, w<sub>b</sub> – перемещения узла В, в местной системе координат.

2.4.1. Разработка модели контактного конечного элемента взаимодействия кусков руды

Для реализации представленного контактного конечного элемента используется известный в МКЭ [14] принцип аппроксимации внешней распределенной нагрузки, приводящий к ее замене эквивалентными узловыми силами.

То есть для моделирования величины внутренней контактной энергии  $\Lambda_{\rm K}$  с применением КЭВП используется аналогия с выражением МКЭ для эквивалентных узловых сил от распределенной внешней нагрузки или с выражением для работы внешних сосредоточенных сил, что позволяет записать соотношение

$$\Lambda_{K} = \sum_{j=1}^{k} \lambda_{K_{j}} = \{\delta\}^{T} \{F_{K}\}, \qquad (2.69)$$

где  $\{\delta\}$  – обобщенный вектор невязки поля перемещений между сопрягаемыми поверхностями;

 ${F_K}$  – вектор-столбец контактных узловых сил.

Для каждой пары контактирующих оппозитных узлов контактного конечного элемента, например для узлов А и В (см. рис. 2.20), имеем обобщенный вектор невязки перемещений:

$$\{\delta_{AB}\} = \begin{cases} u_{AB} \\ v_{AB} \\ w_{AB} \end{cases} = \begin{cases} u'_{A} + u'_{B} + u_{0} \\ v'_{A} + v'_{B} + v_{0} \\ w'_{A} + w'_{B} + w_{0} \end{cases},$$
(2.70)

а также обобщенный вектор сил контактного взаимодействия:

$$\left\{ F_{K_{AB}} \right\} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_t & 0 \\ 0 & 0 & K_t \end{bmatrix} \left\{ \delta_{AB} \right\}$$

$$(2.71)$$

где К<sub>n</sub> и К<sub>t</sub> – соответственно нормальная и поперечная (касательная) жесткость в КЭВП, определение их значений представлено ниже;

u', v', w' – узловые перемещения, в локальной системе декартовых координат: x', y', z'. Переход к глобальной системе полярно-цилиндрических координат осуществляется посредством матрицы направляющих косинусов, а также вектор ориентации, представлены в подразд. 3.1.2;

*u*<sub>0</sub>, *v*<sub>0</sub>, *w*<sub>0</sub> – начальные узловые перемещения (раскрытия) контактного элемента.

Кроме того, для работы матрицы косинусов и вектора ориентации контактного элемента необходимо задаться его длиной, которая в условиях работы сопряжения конструкции не влияет на изменение перемещений узлов КЭВП. Обычно значение длины КЭВП задается на порядок меньше параметров шероховатости сопрягаемых поверхностей или значения их параметров поля допуска на размер.

После минимизации функционала (2.16), с учетом соотношений (2.65), (2.68), а также (2.69) и (2.70), получаем известную формулу глобальной системы алгебраических уравнений МКЭ, используемую в данном случае для задачи расчета НДС слоя с объемами породы:

$$[K]\{\delta\} = \{F\},\tag{2.72}$$

где  $\{F\}$  и  $\{\delta\}$  – глобальные векторы-столбцы сил и неизвестных перемещений.

Глобальная матрица жесткости [K], представленная в выражении (2.72), имеет симметричную блочно-диагональную структуру, где каждый блок матрицы содержит в себе характеристику жесткости деформируемого тела.

Для моделирования контактного взаимодействия деформируемых тел, входящих в сборную конструкцию, блоки матрицы [К] соединяются между собой по определенной схеме относительно глобальных номеров узлов КЭВП. Эти узлы принадлежат одновременно и КЭ моделям тел сборной конструкции на сопрягаемых поверхностях. Подобная схема соединения блоков подробно рассмотрена в работе [23], где она используется относительно контактирующих граней конечных элементов, аппроксимирующих деформируемые тела, с применением дополнительной процедуры численного интегрирования по ним. Используемый в настоящей работе подход упрощен. С его использованием схема соединения блоков глобальной матрицы сохраняется. Однако вместо процедуры поверхностного интегрирования используется определенный принцип работы метода

штрафных функций. При его использовании преобразование глобальной матрицы жесткости осуществляется напрямую относительно величины невязки узлов, соединяемых посредством КЭВП.

Дополнительно к модифицированию глобальной матрицы жесткости, относительно тех же номеров узлов контактных элементов осуществляется модифицирование вектора-столбца {F} соответствующее И сил рассматриваемой глобальной системы алгебраических уравнений. Модифицирование проводится с учетом образующихся в КЭВП внутренних контактных **УЗЛОВЫХ** сил, возникающих вследствие контактного взаимодействия объемов породы в слое. Общая схема модифицирования системы алгебраических уравнений глобальной при использовании представленного подхода в контактной задаче конструкционного типа имеет вид:

$$[K]+[K_{\kappa}(\delta)]=\begin{bmatrix}\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\\cdots&+\widetilde{K}&\cdots&-\widetilde{K}&\cdots\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\\cdots&-\widetilde{K}&\cdots&+\widetilde{K}&\cdots\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\end{bmatrix}; \{F\}+\{F_{\kappa}(\delta)\}=\begin{cases}\cdots\\\pm\widetilde{F}\\\cdots\\\mp\widetilde{F}\\\cdots\\\end{array}\}, \qquad (2.73)$$

где  $\widetilde{K}$  – узловая жесткость контактного элемента;

 $\widetilde{F}$  – вектор узловой силы контактного элемента.

Знаки "плюс" и "минус" в выражении (2.73) означают аддитивность (противоположность направлений) векторов контактных сил в КЭВП. Многоточиями обозначены члены блочно-диагональной матрицы жесткости – [К]. Набор ее блоков представляет собой совокупность объемов породы в слое, на который действуют внешние силы, определяемые вектором-столбцом – {F}.

Ниже будет показано, что представленная схема модифицирования матриц, обозначенная как "узел в узел", дает дополнительные преимущества при реализации механизма работы КЭВП. Эти преимущества заключаются в эффективном использовании для него большой (штрафной) или маленькой

жесткости а также в самой процедуре подбора необходимой величины штрафной жесткости, представленной в подразд. 3.1.3. Преимуществом также является вычисление в контактном элементе сил трения.

Энергетически члены системы уравнений (2.72), модифицирующие матрицу [K] и вектор-столбец внешних сил {F} в выражении (2.73), относительно контактной задачи, ничего в глобальную систему равновесия деформируемой системы не привносят. Это доказывается прежде всего знаками "+" и "-" в используемых выражениях (2.73). Поэтому их допустимо определить как величины (функции) штрафной жесткости. Цель использования этих функций – получение в деформируемых телах сборной конструкции величины внутренней энергии их контактного взаимодействия, а также ее изменения под воздействием работы внешних сил. Достижение этой цели основывается в полной мере на выполнении двух известных условий:

1) обеспечением граничного условия "непроникновения" тел друг в друга в сборной конструкции, то есть равенства нормальных составляющих вектора перемещений для пар узлов, находящихся в контакте и образующих КЭВП; 2) обеспечением равенства величин эквивалентных узловых сил от контактного давления (нормального и касательного) между сопрягаемыми узлами.



Рис. 2.21. Работа контактного элемента в локальной системе координат: а – на сжатие в направлении *x* ', б – на сдвиг в направлениях *y* 'и *z* "

Для реализации механизма выполнения этих условий в представленном типе контактного КЭ вводится дополнительный параметр, который называется "состоянием" КЭВП. Физическая сущность этого параметра определяется двумя типами условий сопряжения контактных поверхностей: зазором или натягом (касанием), которые аппроксимируются соответственно двумя ветвями билинейной функции, представленной ниже (рис. 2.21, а) и определяющей эти состояния:

– контактный элемент "открыт", что соответствует неравенству  $u_{AB} > 0$ ; выражения для контактной жесткости и вектора сил в узлах КЭВП имеют вид:

$$\tilde{K}' = \begin{bmatrix} K_0 & 0 & 0 \\ 0 & K_0 & 0 \\ 0 & 0 & K_0 \end{bmatrix}; \quad \tilde{F}' = \begin{cases} F_{x'} \\ F_{y'} \\ F_{z'} \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}, \quad (2.74)$$

где  $K_0$  – малая величина жесткости, необходимая и достаточная для положительного определения глобальной матрицы жесткости системы (2.72);

– контактный элемент "закрыт", что соответствует неравенству:  $u_{AB} \leq 0$ ; выражения для контактной жесткости и сил в узлах КЭВП определяются выражениями вида

$$\widetilde{K}' = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_{ty'} & 0 \\ 0 & 0 & K_{tz'} \end{bmatrix}; \quad \widetilde{F}' = \begin{cases} F_{x'} \\ F_{y'} \\ F_{z'} \end{cases} = \begin{cases} u_0 K_n \\ v_0 K_{ty'} \\ w_0 K_{tz'} \end{cases}, \quad (2.75)$$

где  $K_n$  – величина большой (штрафной) жесткости, которая выбирается из условия непроникновения контактирующих поверхностей и варьируется в пределах на 2÷3 порядка больше жесткости узлов контактируемых тел. Методика определения необходимой и достаточной величины  $K_n$  представлена в подразд. 3.1.3 [24] настоящей работы;  $K_{ty'} = K_n \mu_{sy'}, \quad K_{tz'} = K_n \mu_{sz'}$  — величины поперечной (касательной) жесткости, зависящие от условий трения на сопрягаемых поверхностях;

 $\mu_{Sy'}$ ,  $\mu_{Sz'}$  – коэффициенты статического трения в направлениях y' и z' соответственно, определяемом посредством вектора ориентации.

Характеристика работы сил трения в КЭВП представлена на рис. 3.4, б. Величины контактных сил зависят от текущего состояния используемого контактного элемента, определяемого, в свою очередь, величиной невязки поля перемещений. Начальный вектор величины невязки перемещений, используемый в выражениях для  $\tilde{K}'$  и для вычисления  $\tilde{F}'$ , [выражения (2.74) и (2.75)], задается в исходной информации на каждом КЭВП, где он определяется относительно условий предварительного сопряжения в сборной конструкции. Знак «+» для величин этого вектора означает посадку с зазором; знак «-» – посадку с натягом или взаимодействие объемов породы.

При работе деформируемой среды контактирующих тел как в исходном состоянии, когда действуют только внутренние контактные силы условий сопряжения, так и при дополнительном воздействии внешних рабочих нагрузок, состояние КЭВП может изменяться: например, от состояния "открыт" до состояния "закрыт" и обратно.

Итерационный процесс нелинейной задачи организован на основе анализа глобального вектора перемещений относительно минимизации величины невязки (неравенства) перемещений во всех контактных конечных элементах. Процесс итераций заканчивается, если каждый из контактных элементов отвечает своему состоянию "открыт" (зазор) или "закрыт" (натяг) для напряженно-деформированного состояния взаимодействия объемов горной породы.

Из выражений (2.74) и (2.75) следует, что модифицирование глобального вектора-столбца сил осуществляется только в том случае, если величина невязки перемещений для контактного элемента имеет отрицательный знак. Дополнительно, величина контактных узловых сил

зависит и от абсолютного значения величины отрицательной невязки поля перемещений на контактном элементе.

Состояние контактного элемента, при котором величина невязки перемещения на нем равна нулю (касание), определяется из условия бесконечно малого приближения к этому состоянию и заменяется в КЭВП для устойчивости решения величиной отрицательной невязки (или натяга) второго порядка малости.

После формирования глобальной системы уравнений (2.72), с учетом модификаций на основе выражений (2.74) и (2.75), проводится ее решение с получением вектора деформационных перемещений.

Полученный после решения системы уравнений глобальный векторстолбец неизвестных перемещений используется для последующего вычисления деформаций и напряжений на основе выражений, представленных в предыдущей главе.

## 2.5. Методология оценки технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением

Ниже представлен комплекс задач, составляющих методологию анализа процесса разрушения пород с точки зрения энергоемкости и эффективности последующего обогащения руд.



Рис. 2.22. Картина контактного взаимодействия и напряженнодеформированного состояния слоя горной породы на примере силового воздействия в валковом прессе

Результатом моделирования является гранулометрическая характеристика разрушения породы, получаемая относительно энергоемкости породы в слое валков под воздействием внешней сжимающей нагрузки и момента вращения.

Сущность методологии, рассматриваемой в настоящей работе, заключается в алгоритме, позволяющем оперативно решать следующие задачи.

1. Анализ применения существующих теорий дробления в зависимости от крупности разрушаемого материала. Выбор соответствующей рассматриваемому процессу разрушения эмпирической зависимости для определения гранулометрической характеристики продукта.

2. Разработка математической модели с использованием метода конечных элементов и контактной задачи теории упругости для расчета напряженно-деформированного состояния и потенциальной энергии деформации при взаимодействии кусков горной породы в технологическом процессе их дробления.

3. Анализ точности, сходимости численного решения методом конечных элементов контактной задачи теории упругости на основе известных экспериментальных данных, полученных в лабораторных условиях для одноосного сжатия, с имеющимися данными для аналитически замкнутых решений.

4. Построение геометрической модели расположения частиц породы между валками с учетом гранулометрической характеристики исходного питания и применением анализа динамики падения породы при загрузке валкового пресса при воздействии гравитационных сил и сил трения.

5. Построение конечно-элементной (КЭ) модели слоя породы в валках под давлением для исходного питания, включающее: генерацию сетки КЭ, установку контактных конечных элементов взаимодействия кусков породы (КЭВП), граничных условий кинематического закрепления, модели внешних сил.

6. Учет ослабления породы, обусловленного наличием в ней дефектов, в зависимости от масштабного фактора, через изменение модуля упругости. Расчет модуля упругости для моделей кусков породы различного объема определяется на основе эмпирических зависимостей [4]. Внесение данных по упругим свойствам каждого куска горной породы в зависимости от ее размеров (масштабного фактора), вычисляемое по эмпирической формуле, предложенной Л.И. Бароном [4], относительно экспериментальных данных разрушения образца горной породы.

7. Анализ напряженно-деформированного состояния конечноэлементной модели слоя частиц породы в валках под давлением с целью определения плотности потенциальной энергии деформации.

8. Определение средних размеров кусков продукта дробления для каждого исходного моделируемого куска горной породы в слое на основе полученной картины плотности потенциальной энергии деформации и теории дробления.

9. Получение теоретической гранулометрической характеристики 9продукта дробления. Анализ достоверности результатов относительно экспериментальных данных.

10. Управление технологическими параметрами валкового пресса с целью оптимизации энергопотребления и крупности продукта дробления.

#### 2.6. Выводы к главе

1. В соответствии с теорией Гриффитса–Орована–Ребиндера [9] о развитии микротрещин процесс измельчения горной породы многостадиален и для селективного раскрытия ценного компонента организация процесса разрушения для последовательного протекания каждой из стадий должна предусматривать оптимальные (управляемые) условия, сформулированные в работе.

2. Рабочий зазор между валками больше максимального размера кусков материала, в связи с этим разрушение происходит при действии частиц друг на друга. Повышение сохранности ценного компонента и снижение переизмельчения руды может быть реализовано на основе предварительного анализа величины силового давления со стороны валков из условий предельной величины сопротивления материала и зазора между валками. В связи с этим необходимо использовать дополнительные методы контроля и регулирования процесса разрушения частиц в слое под давлением. Математические методы моделирования процесса наиболее адекватно отражают его реальные условия.

3. Концепция изучения процесса дробления горной породы с применением современных компьютерных технологий математического моделирования, дополняемая использованием полученных эмпирически (на основе многолетнего опыта) зависимостей параметров разрушения породы, позволяет проводить проектирование (оптимизацию, управление) процесса дезинтеграции руды задолго до начала его натурной реализации в промышленном объеме.

4. Математическое моделирование проводится с позиции баланса энергетических величин процесса дробления: работы внешнего силового воздействия и значения внутренней потенциальной энергии деформации горной породы; с использованием метода конечных элементов (МКЭ) и решения контактной задачи теории упругости для учета сложной структуры и параметров взаимодействия кусков руды в слое частиц под давлением в процессе ее дробления.

5. В условиях одноосного сжатия кусков горной породы справедливо принять утверждение о том, что значение их потенциальной энергии деформации, необходимой для разрушения, вычисляется относительно изменения модуля упругости. Зависимость предела прочности образцов горной породы от их размеров определяется по формуле Барона и называется масштабным фактором.

6. Результаты анализа напряженно-деформированного состояния горной породы и величины потенциальной энергии ее деформации, полученные на основе численного решения методом конечных элементов и контактной задачи теории упругости, используются в дальнейшем в эмпирических зависимостях известных теорий дробления при определении гранулометрического состава рудной массы.

### ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ И СХОДИМОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ МКЭ ДЛЯ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Ниже представлено исследование с целью обоснования достоверности полученных результатов численного решения метода конечных элементов (МКЭ).

Основой для исследования точности и сходимости численного решения является использование аналитически замкнутого решения. В качестве последнего, применительно к анализу НДС горных пород, может быть использована задача сопротивления материалов анализа образцов при одноосном сжатии, имеющих правильную форму [4]. С этой же задачей связан и обширный материал экспериментальных исследований в поршневом прессе, сопровождающийся выводом и обоснованием полуэмпирических зависимостей [32, 39].

Точность решения задач на основе МКЭ зависит от следующих факторов, которые условно подразделяют на группы:

1) дискретизация тела на конечные элементы;

2) точность описания физической модели (постановка задачи);

3) точность вычислений.

Первая группа факторов связана с аппроксимацией деформируемого тела конечными элементами (КЭ), то есть с достаточной для этого степенью его дискретизации. Данное исследование необходимо для получения представления о достигаемой точности и сходимости численного решения МКЭ. Дискретизация деформируемого объекта определяется количеством конечных элементов, приходящихся на некоторый характерный линейный размер его области определения, и является основным и наиболее эффективным параметром исследования точности сходимости используемого численного решения.

объемов горной Дискретизация В моделях породы случае В представленного исследования осуществляется на образцах правильной (кубической и цилиндрической) формы (ГОСТ 5219-50), для которой имеется возможность получения как аналитически замкнутого решения, так и объективных Исследование достаточно экспериментальных данных. точности сходимости решения МКЭ в ЭТОМ случае проводится С использованием принципа "вложенности" количества КЭ на одном из линейных размеров тела (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...). Остальная сетка модели формируется адекватно дискретизации (разбиению) этого размера.

Такая постановка и решение задачи дискретизации дают основу формирования сетки КЭ для определения НДС объемов горной породы уже на моделях неправильной формы, например для кусков (частиц) в слое между валками под давлением. Основным критерием обоснования точности решения МКЭ здесь является отсутствие изменений вычисляемых величин при увеличении степени дискретизации сетки в КЭ модели.

Вторая группа факторов определяется степенью (глубиной) идеализации математической модели относительно физического объекта. В эту группу для изучаемого в настоящей работе объекта входят:

геометрические свойства объекта;

задание граничных условий и нагрузок;

определение свойств материалов.

Идеализация этих параметров оговаривается заранее.

Геометрические свойства объекта в виде разрушаемых объемов горной породы моделируются относительно их форм, получаемых на предварительных процессах разрушения. Эти формы имеют стохастический характер. Тем не менее, с одной стороны, для метода конечных элементов нет принципиальных проблем для моделирования геометрии куска породы любой форы. С другой стороны, в этом нет необходимости, поскольку начиная с некоторого номинального размера, например с 50 мм в среднем диаметре, объемы горной породы принимают некоторую в среднем одинаковую форму с различной степенью угловатости. Поэтому для приводимого ниже, в главе 4, исследования реального объекта осредненная форма принята в виде многогранника, имеющая пропорциональные размеры и необходимую угловатую форму для исследования взаимодействия объемов породы между собой.

Что касается исследования точности и сходимости численного решения МКЭ как такового, то оно проводится на образцах геометрически правильной кубической или цилиндрической формы. Представленное обстоятельство обосновано в ряде экспериментальных работ [4, 33, 39, 70, 71, 113], где показано, что именно это исследование позволяет оценить по точности степень крепости материала горных пород, и имеет большое практическое значение.

Задание граничных условий и нагрузок оказывает значительное влияние на степень идеализации в модели относительно физического объекта. Например, для анализа одноосного сжатия образца в прессе это может быть связано с определением дополнительных сил, действующих в плоскости верхней поверхности образца, где приложена внешняя нагрузка к его нижней опорной поверхности, при натурном испытании [33]. Физически эти силы определяются трением при взаимодействии пуансонов поршня и нижней и верхней поверхностей образца.



Рис. 3.1. Схема силового воздействия на образец породы с деформированием: а – без учета поверхностных сил (трения);

б – с учетом поверхностных сил

На рис. 3.1 схематично представлены две схемы анализа образцов на сжатие, где слева (рис. 3.1, а) показана схема без учета поперечных поверхностных сил (трения), справа (рис. 3.1, б) – с учетом этих сил трения. Естественно, что при одинаковой общей величине деформаций поле напряжений и плотности потенциальной энергии деформирования для этих вариантов граничных условий будут отличными.

Таким образом, для улучшения параметров точности по анализируемым величинам в математической модели МКЭ необходимо использование контактной задачи теории твердого деформируемого тела и, соответственно, учет сил трения, и их изменения.

Свойства материалов горной породы определяются на основе эмпирически полученных данных [48, 32, 46]. Анализ этих данных показывает, что для данного размера образца породы разброс его прочностных (упругих) свойств незначительный и в этой связи их идеализация при моделировании свойств минимальна. При необходимости для компенсации разброса по свойствам материала могут быть использованы поправочные коэффициенты, полученные также экспериментально, учитывая также, что разброс прочностных свойств горной породы снижается с возрастанием ее прочности [32].

Экспериментальные данные показывают, что свойства материала горной породы находятся в зависимости от размеров исследуемого образца или масштабного фактора. Доказательство влияния этого фактора представлено на основе теоретической концепции Гриффитса [19] и известных экспериментальных исследований в этой области [4, 32, 37].

Для увеличения точности решения МКЭ по представленному параметру прочностных (упругих) характеристик материала породы используется эмпирическая зависимость, предложенная в работе Л.И. Барона [4], полученная на экспериментальных исследованиях широкого класса материалов горных пород.

Третья группа факторов, определяющих точность решения задачи с использованием МКЭ, связана с самим вычислительным процессом, куда, главным образом, входит способ формирования и решения глобальной системы алгебраических уравнений, который целиком и полностью создается и проверяется разработчиком программного продукта. В данной работе используется алгоритм формирования симметричной и положительно определенной матрицы жесткости с учетом ее разреженности. Решение проводится прямым методом Гаусса-Холецкого. Главным фактором обусловленности матриц для проведения устойчивого решения является набор способов (правил, принципов) дискретизации в моделях МКЭ. В целом все эти способы связаны с диапазоном допустимых отклонений формы конечных элементов в дискретном теле и предельным числом степеней свободы при аппроксимации в нем, влияющим на ошибку округления [14]. То есть эта группа факторов, определяющих точность решения МКЭ, с учетом специфики применения используемого численного решения, имеет незначительный диапазон влияния, в пределах второго порядка малости изменений (вариативности) определяемых величин.

Таким образом, эффективное исследование точности и сходимости численного решения МКЭ относительно реального объекта может быть проведено на основе изучения следующих (по степени важности) факторов, определяемых:

необходимым уровнем (степенью) дискретизации твердого тела на конечные элементы, проводимым для объемов горной породы в условиях силового воздействия;

дополнительным решением в МКЭ контактной задачи теории упругости в отношении уточнения граничных условий и контактных сил (и сил трения) взаимодействия объемов породы;

учетом в МКЭ моделях объемов породы влияния масштабного фактора на их прочностные характеристики, проводимого на основе результатов известных экспериментальных исследований в этой области.

Представленное исследование точности и сходимости эффективно проводить на наиболее изученных, с теоретической и экспериментальной точки зрения, процессах деформирования и разрушения породы на образцах, имеющих правильную цилиндрическую или кубическую форму, в условиях одноосного сжатия вдоль оси симметрии.

# 3.1. Анализ точности и сходимости численного решения методом конечных элементов при исследовании НДС горных пород

Основной целью представленного исследования напряженнодеформированного состояния (НДС) горных пород является формирование представления о точности и сходимости применяемого численного решения методом конечных элементов (МКЭ). Проведение этого исследования обоснования необходимое условие ДЛЯ И проверки достоверности получаемых результатов.

Исследование проводится на образцах горной породы, которые имеют специальные для этого стандартные формы (ГОСТ 5219–50), используемые также в экспериментальной практике изучения крепости пород в условиях силового одноосного сжатия в обычном прессе. Для сравнения результатов используются аналитически замкнутые решения, а также известные экспериментальные данные [4, 32, 39].

Результаты исследования, полученные в настоящей главе, позволяют обосновать моделирование в рассматриваемом ниже (глава 4) исследовании напряженно-деформированного состояния объемов (частиц) горных пород в технологическом процессе силового воздействия в слое валков под давлением в валковом прессе.

В качестве результатов настоящего раздела используются величины продольных нормальных и касательных напряжений, а также энергии упругой деформации. Эти результаты получены с применением двух связанных, но концептуально различных постановках решения задач МКЭ:

подраздел 3.1.1 – без применения контактной задачи теории упругости; подраздел 3.1.2 – с применением контактной задачи теории упругости.

В подразд. 3.1.3 приводится исследование полей напряжений в образцах породы на предмет изучения в них неравномерностей (концентрации) распределения этих величин.

3.1.1. Анализ точности и сходимости численного решения МКЭ для объемного напряженно-деформированного состояния образцов горных пород в условиях одноосного сжатия в поршневом прессе без применения контактной задачи теории упругости

Дискретизация в модели образца горной породы, проводимая с использованием конечного элемента (КЭ) типа изопараметрического гексаэдра (см. подразд. 2.3), представлена на рис. 3.2.



Рис. 3.2. Исходная модель образца (объема) горной породы кубической формы с давлением на верхней поверхности, направленным вдоль оси Z, и граничными условиями выделения симметричной части

Исходная модель образца (объема) породы имеет кубическую форму. Геометрические данные образца (ГОСТ 5219-50): 50x50x50 Модель построена свойства MM. С использованием симметрии образца, которое реализуется с помощью специальных граничных условий, позволяющих дополнительно визуализировать работу деформирования внутренней (срединной) части образца, а также повысить эффективность вычислительного процесса решения задачи МКЭ. Эти граничные условия, предназначенные для выделения симметричной части, используются на всех моделях образцов, исследуемых в настоящей главе, и представляют собой (см. рис. 3.2) закрепление узлов сетки на боковых плоскостях симметричной части (четверти) куба в соответствующих координатных направлениях Х или Ү [4].

Материалом образцов горной породы выбрана руда мест. Нурказган, как один из характерных материалов обогащения. Диаграмма "напряжение-деформация" его представлена на рис. 2.3, а основные физико-механические свойства приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Горная порода месторождения	Модуль	Модуль	Предел прочности	Деформация	Коэф.
	Юнга	спада,	на сжатие $\sigma_n$ , МПа	$\varepsilon_n, 10^{-3},$	хрункости
	Е, МПа	МПа		11	K <sub>XP</sub>
Нурказган	0,68	3	200	0,5	0,91

Свойства руды месторождения Нурказган [36]

На рис. 3.1 представлено два варианта деформирования образца под воздействием внешнего давления вдоль его оси  $\overline{P}$ . Их отличие определяется тем, что на левой схеме (рис. 3.1, а) образец под действием внешней осевой нагрузки свободно увеличивает поперечные размеры. На правой схеме (рис. 3.1, б) дополнительно на верхней и нижней поверхностях образца действуют некоторые поверхностные силы (например, силы трения), препятствующие свободному увеличению их размеров в этом месте.
Определение степени влияния этих сил при решении МКЭ без контактной задачи теории упругости возможно с помощью кинематических граничных условий закрепления, которые используются на верхней поверхности 1 (см. рис. 3.2), где приложена внешняя нагрузка, и, соответственно, на нижней опорной поверхности 2 (см. рис. 3.2). Сравнительный анализ НДС образцов в этом случае предполагает два варианта граничных условий на этих поверхностях.

Первый вариант из них отвечает деформированию, представленному на схеме рис. 3.1, а (без влияния поверхностных сил), и заключается в том, что перемещения (деформации) в поперечном относительно оси направлении свободные, без должны быть какого-либо ВЛИЯНИЯ поверхностных поперечных сил (трения). Эти граничные условия соответствуют постановке задачи сопротивления материалов, где при осевом сжатии величины предполагаются постоянными образца, напряжений В сечениях перпендикулярных оси Z.

В этом случае граничные условия определяются следующим образом. На верхней поверхности 1 – перемещение защемлено в центральном узле симметрии в направлениях X и Y. На нижней (опорной) поверхности 2 граничное условие: – перемещение защемлено в направлении Z – во всех узлах поверхности, и только в центральном узле симметрии образца, дополнительно, имеет место защемление в направлениях X, Y.

Результаты исследования напряженно-деформированного состояния в этом случае представлены на рис. 3.3. Они показывают, что напряжения во всех сечениях образца одинаковые и равны по величине приложенному на верхней поверхности внешнему давлению  $\overline{P}$ .



Рис. 3.3. Поле напряжений (нормальных в направлении оси Z и касательных) в образцах при первом варианте граничных условий (см. рис 3.1, а)

Представленные результаты полностью отвечают аналитическому решению сопротивления материалов, однако полученная картина равномерного поля напряжений исключает смысл исследования точности сходимости решения. Для его проведения, а также для получения более реалистичной картины НДС образцов при осевом сжатии необходимо использовать второй вариант граничных условий, который отвечает схеме, представленной на рис. 3.1, б.

Второй вариант граничных условий на поверхностях 1 и 2 (рис. 3.2) определяется тем, что перемещения на них в поперечном относительно оси направлении ограничены (защемлены). Эти граничные условия ближе по реалистичности поведению образца в условиях одноосного сжатия в прессе. Величины напряжений в поперечных сечениях образца и вдоль его оси (Z) в этом случае не будут постоянны.

Этот вариант граничных условий для определения НДС без решения контактной задачи теории упругости предполагает следующее:

 – на верхней поверхности 1 – перемещение ограничено во всех узлах в направлениях X и Y;  – на нижней опорной поверхности 2 – перемещение ограничено во всех узлах в направлениях X и Y и, дополнительно, оно ограничено во всех узлах в направлении оси Z.



Рис. 3.4. Модели сеток исследуемого образца породы с прямоугольным поперечным сечением вдоль оси нагружения

Исследование точности и сходимости результатов численного решения МКЭ в этом случае проводились на пяти видах сеток модели образца, представленных на его симметричной части (рис. 3.4) с различной степенью дискретизации. Модели сеток построены на основе принципа "вложенных сечений" (2, 4, 8, 16, 32) с использованием конечных элементов правильной кубической формы.

Нагрузка в рассматриваемом исследовании моделируется относительно условий эксперимента при одноосном силовом сжатии образца в прессе [32]. В данной задаче действует одноосное сжимающее давление Р = 200 МПа, приложенное на верхней поверхности 1 образца (см. рис. 3.2) в направлении оси Z.

Ha 3.5 - 3.7рис. представлена визуализация результатов исследования, где посредством цветовой палитры показана шкала (сверху). Контрольной точкой фиксирования ДЛЯ величины напряжений является точка А (см. рис. 3.1), расположенная в центре образца. Значения напряжений в этой точке при данной постановке задачи максимальны.



Рис. 3.5. Нормальные напряжения σ, МПа, вдоль оси Z с визуализацией деформированного состояния образца породы



Рис. 3.6. Нормальные напряжения σ, МПа, вдоль оси Z без визуализации деформированного состояния образца породы

Результаты исследования точности сходимости решения МКЭ представлены на рис. 3.8 в виде графиков сходимости решения для различной степени дискретизации. Графики показывают, что уже при использовании 16-ти и более конечных элементов на ребре куба численное значение напряжений при рассматриваемом одноосном сжатии становится постоянным и отвечающим аналитическому решению и соответствию с экспериментальными данными [39].



Рис. 3.7. Касательные (сдвиговые) напряжения т, МПа



Рис. 3.8. Графики сходимости численного решения МКЭ по напряжениям, σ, МПа, вдоль оси Z (верхний), τ, МПа, (нижний)

На рис. 3.9–3.12 представлены модель и результаты исследования напряженно-деформированного состояния цилиндрического образца горной породы при одноосном сжатии с круглой формой сечения.



Рис. 3.9. Модель сетки исследуемого образца горной породы с круглым сечением

Диаметр круглого сечения – 50 мм, высота образца равна диаметру (ГОСТ 8269–56). Граничные условия и интенсивность осевой нагрузки аналогичны тем, которые используются в предыдущем исследовании.



Рис. 3.10. Нормальные напряжения σ, МПа, вдоль оси Z с визуализацией деформированного состояния образца породы



Рис. 3.11. Нормальные напряжения σ, МПа, вдоль оси Z без визуализации деформированного состояния образца породы



Рис. 3.12. Касательные (сдвиговые) напряжения т, МПа

Результаты расчетов образцов цилиндрической формы показывают идентичность как качественной, так и количественной картины напряженнодеформированного состояния с расчетами, представленными в предыдущем исследовании для образца кубической формы.

Результаты анализа точности и сходимости рассмотренного в настоящем подразд. (3.1.1) решения в виде числовых значений приведены в

подразд. 3.1.2 в табл. 3.2, а результаты решения с дополнительным применением контактной задачи теории упругости в табл. 3.3.

Таким образом, результаты, представленные в настоящем подразделе, показывают высокие характеристики точности и сходимости используемого численного решения МКЭ к имеющемуся аналитически точному решению. Ha показано решение адекватное решению сопротивления моделях материалов, а также решение с учетом влияния на поле напряжений поперечных поверхностных сил, имеющих место при сжатии образца в прессе. Эта картина напряжений получена без учета в модели решения контактной задачи И достигается использованием определенных кинематических граничных условий на верхней и нижней поверхностях модели образца. Анализ результатов, направленный на изучение фактора неравномерности поля напряжений в образцах, изложен в подразд. 3.1.3 настоящей главы.

3.1.2. Анализ точности и сходимости численного решения МКЭ в условиях одноосного сжатия образцов горных пород в поршневом прессе с дополнительным применением контактных конечных элементов взаимодействия породы

В данном подразделе рассмотрено исследование достоверности численного решения МКЭ при определении напряженно-деформированного состояния (НДС) объемов горной породы с использованием дополнительно решения контактной задачи теории упругости. Решение построено аналогично представленному в предыдущем разделе на моделях образцов породы правильной (кубической и цилиндрической) формы, нагруженных одноосным сжатием в прессе.



Рис. 3.13. Схема граничных условий и силового воздействия на образце породы в условиях осевого сжатия в прессе с применением контактной задачи теории упругости

Целью исследования является доказательство точности и сходимости решения МКЭ. Исследование применяемого численного проводится относительно аналитически замкнутого решения, а также известных экспериментальных данных [4, 32, 39, 80]. В проводимом анализе, наряду с общим НДС образцов, в них на основе контактной задачи теории упругости дополнительно проведено исследование влияния сил трения на образце, на его поверхностях, подвергаемых контакту со стороны деталей пресса. Эти детали в виде нижнего и верхнего пуансонов (рис. 3.13) также моделируются на основе МКЭ и участвуют в решении задачи, обеспечивая на образце силовое воздействие в виде контактного сжимающего давления.

Таким образом, проведение исследования является необходимым условием обоснования и проверки достоверности как для определения картины НДС горной породы, так и для анализа применения контактной задачи, используемой в дальнейшем (глава 4) для исследования напряженнодеформированного состояния горной породы в технологическом процессе ее дробления в валковом прессе.

На рис. 3.1 представлена общая схема силового воздействия на образец породы в прессе, где показаны две формы его деформирования: рис. 3.1, а – без влияния поперечных сил на верхней и нижней (опорной) поверхностях; рис. 3.1, б – с влиянием этих сил. В реальности эти поверхностные силы определены трением между образцом и верхним и нижним пуансонами пресса. В используемой в настоящем разделе постановке задачи МКЭ определения НДС образца с дополнительным применением контактной задачи теории упругости доступно изучение степени влияния этих сил. Полученные результаты этого решения сравниваются (отслеживаются) относительно решения, представленного в предыдущем разделе (3.1.1), где влияние поверхностных поперечных сил на образце моделируется с помощью специальных граничных условий кинематического закрепления. Результаты исследования настоящего раздела будут использованы также при энергии упругой деформации образцов сравнении величин В рассматриваемом процессе одноосного сжатия в поршневом прессе.

Исследование проводится для одного из характерных выбранных материалов горной породы – руда мест. Нурказган. Подробно о ее свойствах изложено в подразд. 3.1.1.

На рис. 3.14 показана схема граничных условий и силового воздействия в виде давления вдоль оси симметрии на образец породы правильной кубической (цилиндрической) формы. В отличие от предыдущего подраздела, в модели представлены детали пресса в виде нижнего и верхнего пуансонов, осуществляющие контактное взаимодействие с образцом породы и передающие на него силовое воздействие. Детали пресса изготовлены из стали с высокими, относительно материала породы, свойствами по твердости и прочности.



Рис. 3.14. Схема граничных условий и нагружения образца породы в прессе с выделением симметричной части в условиях осевого сжатия

Геометрические данные образцов: кубическая форма со стороной ho=50 мм (цилиндрическая форма с высотой ho=50 мм и диаметром d=50 мм). Форма поверхности контакта пуансонов с образцом соответствует форме поперечного сечения образца с небольшим увеличением поперечных размеров (площади) примерно на 5%.

Модель деформируемого образца, по аналогии с предыдущим разделом, построена с использованием его свойства симметрии (см. рис. 3.14) и визуализацией его срединных поверхностей (сечений, плоскостей). Модель построена с применением конечного элемента (КЭ) типа изопараметрический гексаэдр. Между образцом и пуансонами установлены специальные контактные конечные элементы (см. рис. 3.13) взаимодействия с породой (КЭВП).

Оценка точности и сходимости результатов проводилась на пяти плотностях сеток модели образца (рис. 3.15). Дискретизация в модели осуществлена на основе принципа "вложенных сечений" (2, 4, 8, 16, 32 – см. рис. 3.15), а также с использованием правильной формы для конечных элементов.



Рис. 3.15. Модели сеток симметричной части исследуемого образца породы кубической формы

Нагрузка и граничные условия в рассматриваемом исследовании моделируются относительно условий эксперимента при силовом сжатии образца в прессе [4, 32, 80]. Величина нагрузки в данной задаче определяется одноосным (вдоль оси Z, см. рис. 3.13 и 3.14) давлением  $\overline{P} = 200$  МПа, приложенным к верхнему пуансону пресса. Обе детали пресса, верхний и нижний пуансоны, находятся с образцом породы в контакте. С помощью КЭВП, в зависимости от сил нормального давления, моделируются силы трения между взаимодействующими телами. Основные математические зависимости для определения этих сил представлены в подразд. 2.4. Используемые в модели коэффициенты трения заимствованы из справочных данных и известных экспериментальных работ [4, 32, 39, 80]. Начальное (предварительное, без внешнего воздействия) условие сопряжения образца и пуансонов принимается нулевым (касание).

Граничные условия защемления (исключения кинематического перемещения) в модели используются двух типов.

Первое из них изображено на рис. 3.14 и связано с выделением симметричной части модели образца (аналогично рассмотренному выше, в подразд. 3.1.1). Оно представляет собой закрепление узлов сетки на боковых плоскостях симметричной части образца, а также (для данной задачи) боковых плоскостях симметричной части верхнего И нижнего пуансонов пресса соответствующих В координатных направлениях Х и Ү (см. рис. 3.14)

Второе граничное условие предполагает кинематическое закрепление на нижней поверхности нижнего пуансона (см. рис. 3.13 и рис. 3.14) и моделирует закрепление модели пуансона относительно основания – в направлении оси Z.

Контрольной величиной для анализа точности и сходимости в рассматриваемом исследовании является максимальное значение напряжений (МПа) в центральной части объема образца. Данное собой напряжение представляет величину, определяющую возможности образца по накоплению потенциальной энергии его деформирования, характерный (необходимый) как параметр разрушаемости, относительно которого определяется его гранулометрическая характеристика, например, при испытании в прессе.

На рис. 3.16 и 3.17 представлена визуализация результатов исследования образцов на сжатие, где посредством цветовой палитры, расположенной вверху рисунка в горизонтальном положении, показана шкала значений напряжений в модели образца. Коэффициент трения на контактирующих поверхностях  $K_{rp}=0,5$  (максимальная величина по данным работ [39]).



Рис. 3.16. Нормальные напряжения σ, МПа, вдоль оси Z, K<sub>тр</sub>=0,5



Рис. 3.17. Касательные (сдвиговые) напряжения  $\tau$ , МПа, К<sub>тр</sub>=0,5

Результаты анализа точности и сходимости решения (при сгущении сетки) представлены на рис. 3.18 в виде графиков на шкале сходимости, построенной с использованием метода вложенных сечений решения (2, 4, 8, 16, 32, ...), который представлен в предыдущем разделе.

Анализ результатов показывает, что уже при разбиении на ребре куба 16 и более конечных элементов численное значение напряжений при рассматриваемом одноосном сжатии становится постоянным, то есть более не изменяется и согласуется с экспериментальными данными [39].



Рис. 3.18. Графики сходимости численного решения по  $\sigma_{max}$  и  $\tau$ , МПа



Рис. 3.19. Нормальные напряжения σ, МПа, вдоль оси Z, К<sub>тр</sub>=0,01



Рис. 3.20. Касательные (сдвиговые) напряжения т, МПа, К<sub>тр</sub>=0,01

На рис. 3.19 и 3.20 представлена визуализация результатов исследования образцов на сжатие аналогично предыдущему исследованию, где коэффициент трения на контактирующих поверхностях К<sub>тр</sub>=0,01 (взят как минимальная величина по данным работ [32]).

Сравнительный анализ результатов исследования точности и сходимости при испытании моделей образцов на сжатие с максимальным (K<sub>тp</sub>=0,5, см. рис. 3.16 и 3.17) и минимальным (K<sub>тp</sub>=0,01, см. рис. 3.19 и 3.20) коэффициентами трения показывает, что на условие сходимости решения МКЭ К<sub>тр</sub> практически не влияет. Однако характер распределения полей нормальных и касательных напряжений меняется. С увеличением коэффициента трения градиент изменения полей напряжений увеличивается.



Рис. 3.21. Нормальные напряжения **σ**, МПа, вдоль оси Z, K<sub>тр</sub>=0,01



Рис. 3.22. Нормальные напряжения  $\sigma$ , МПа, вдоль оси Z,  $K_{TP}$ =0,5



Рис. 3.23. Касательные (сдвиговые) напряжения т, МПа, К<sub>тр</sub>=0,01



Рис. 3.24. Касательные (сдвиговые) напряжения т, МПа, К<sub>тр</sub>=0,5

Ha 3.21-3.24 представлены рис. модели И результаты напряженно-деформированного образца исследования состояния цилиндрической формы при одноосном сжатии. Диаметр круглого сечения D=50 мм, высота образца h=50 мм. Граничные условия и величина интенсивности осевой нагрузки Р аналогичны тем, которые используются в предыдущем исследовании. Сравнение с результатами испытания образца кубической формы показывают идентичность качественной картины напряженно-деформированного состояния.

## Таблица 3.2

Максимальные напряжения и суммарная энергия деформации образцов в условиях одноосного сжатия без учета контакта (см. подразд. 3.1.1)

Показатели	Параметры дискретизации					
	2	4	8	16	32	
σ <sub>max</sub> , MΠa,	-196,3	-214,5	-220,1	-220,8	-221,0	
τ <sub>max</sub> , MΠa,	103,3	108,1	108,4	108,8	108,8	
Е <sub>Σ потец</sub> , Дж, без контакта	37,88	38,52	38,76	38,88	38,88	

В табл. 3.2 приведены результаты исследования точности и сходимости численного решения МКЭ, представленные в предыдущем подразд. (3.1.1), которые получены без решения контактной задачи теории упругости. Они показывают, что диапазон сходимости при замельчении сетки решения здесь по напряжениям, наблюдаемым в местах концентрации, достигает порядка 12%.

В табл. 3.3 представлены результаты исследования точности и сходимости численного решения МКЭ, полученные в настоящем подразд. (3.1.2) с применением решения контактной задачи теории упругости. Они показывают, что диапазон сходимости при измельчении сетки решения здесь по напряжениям, наблюдаемым в местах концентрации, достигает порядка 20%.

Основным результатом сравнения решений, представленных в табл. 3.2 и 3.3, следует считать соотношение в них величин потенциальной энергии деформации. Это сравнение показывает, что, с применением контактной задачи теории упругости эта величина возросла примерно на 15%.

Кроме того, необходимо отметить, что если диапазон сходимости по потенциальной энергии деформации без решения контактной задачи составляет порядка 3%, то с применением решения контактной задачи он составляет 0,001%. То есть решение в виде величины потенциальной энергии деформации образца в этом случае (с увеличением числа конечных элементов в сетке модели образца) практически не изменяется.

Максимальные напряжения и суммарная энергия деформации образца

в условиях одноосного сжатия с контактом

Показатели	Параметры дискретизации				
	2	4	8	16	32
<ul> <li>σ<sub>max</sub> (К<sub>тр</sub>=0,001),</li> <li>МПа, на оси</li> <li>симметрии</li> </ul>	-205,1	-205,2	-204,4	-204,5	-204,8
σ <sub>max</sub> (К <sub>тр</sub> =0,001), МПа, в углу	-224,5	-227,7	-237,5	-252,3	-276,0
σ <sub>max</sub> (K <sub>тp</sub> =0,5),           МПа, на оси           симметрии	-210,9	-218,0	-221,3	-222,6	-223,3
σ <sub>max</sub> (К <sub>тр</sub> =0,5), МПа, в углу	-221,5	-229,2	-247,7	-286,8	-360,6
<ul> <li>τ<sub>max</sub> (К<sub>тр</sub>=0,001),</li> <li>МПа, на оси</li> <li>симметрии</li> </ul>	105,3	105,8	106,4	106,6	106,7
τ <sub>max</sub> (К <sub>тр</sub> =0,001), МПа, в углу	112,7	114,3	119,2	126,7	138,7
τ <sub>max</sub> (К <sub>тр</sub> =0,5), МПа, на оси симметрии	106,7	108,8	109,6	110,0	110,3
τ <sub>max</sub> (К <sub>тр</sub> =0,5), МПа, в углу	103,8	105,9	113,5	130,1	161,7
Е <sub>Σ потец</sub> (К <sub>тр</sub> =0,001), Дж	46,80	46,80	46,80	46,80	46,80
Е <sub>Σ потец</sub> (К <sub>тр</sub> =0,5), Дж	45,76	45,80	45,80	45,76	45,72

Отдельно анализируя табл. 3.3, где представлены результаты решения МКЭ с контактной задачей теории упругости, необходимо отметить влияние трения при испытании образцов. Сравнение результатов с большим трением ( $K_{rp}=0,5$ ) и без трения (на два порядка меньшим,  $K_{rp}=0,001$ ) отличаются по напряжениям в среднем на 9%. Места концентрации отмечены более высоким значением напряжений (в углах образца), где различие составляет 24%.

Таким образом, анализ результатов представленного В настоящем подразделе исследования точности и сходимости позволяет соблюдении при определенных утверждать, что правил аппроксимации [14] области определения в виде образцов (объемов) породы, находящихся в условиях силового давления в прессе, численное решение МКЭ и контактной задачи теории упругости имеет высокие **(B** пределах 5%) показатели уровня адекватности относительно экспериментальных данных одноосного сжатия породы в прессе [39].

## 3.1.3. Эффект неравномерности поля напряжений в образцах горных пород в условиях одноосного сжатия в поршневом прессе

Данный раздел посвящен изучению неравномерности поля напряжений и, соответственно, энергии деформации, с использованием результатов исследований двух предыдущих подразделов (3.1.1 и 3.1.2), в которых изложены данные испытаний образцов правильной формы на осевое сжатие в прессе.



Рис. 3.25. Схема нагружения и кинематического закрепления модели (слева). Поле нормальных напряжений σ, МПа, в симметричной части образца кубической формы (справа) без решения контактной задачи

Первый анализ проведен на модели МКЭ, где напряженнодеформированное состояние получено без использования контактной задачи. Схема силового воздействия и кинематического закрепления модели представлена на рис. 3.25 слева. Нагрузкой здесь является равномерное давление, приложенное к верхней поверхности образца, а граничные условия его закрепления на нижней поверхности (см. подразд. 3.1.1) позволяют свободное расширение в поперечном направлении относительно оси. Учитывая применяемые условия, полученное поле напряжений отвечает решению на основе сопротивления материалов [29], где величина напряжений во всех сечениях по высоте образца, перпендикулярных его оси, будет постоянна (рис. 3.25, справа).

Однако, как показывают результаты натурных испытаний [33], а также результаты, полученные на основе упругой математической модели, поле напряжений в образце в условиях его одноосного сжатия изменяется. Это изменение имеет место как в осевом направлении, так и в направлении перпендикулярном относительно оси, и имеет характер очаговых концентраций напряжения.

На рис. 3.26 представлено поле нормальных напряжений, полученных на том же образце на основе упругой математической модели, но с решением

контактной задачи, в условиях одноосного сжатия (схема нагружения представлена на рис. 3.26 слева), с учетом сил трения (К<sub>тр</sub>=0,5). Результаты показывают качественно иную картину. Поле напряжений изменяется как в направлении оси нагружения (симметрии), так и в направлении, перпендикулярном относительно оси, с концентрациями напряжений на кромках верхней и нижней плоскостей образца.



Рис. 3.26. Схема модели кинематического закрепления и нагружения (слева). Поле нормальных напряжений σ, МПа, в симметричной части образца кубической формы (справа) с решением контактной задачи, K<sub>тр</sub>=0,5

Представленное на рис. 3.26 переменное поле напряжений в образце (справа на рисунке) получено, когда давление  $\overline{P}$  приложено к образцу посредством пуансонов, контактирующих с верхней и нижней поверхностями образца. В этом случае при наличии достаточно большого трения ( $K_{\rm тp}$ =0,5), препятствующего поперечному расширению поверхностей контакта, проявляется неравномерность параметра его конструктивной жесткости на поверхности контакта. Аналогичная картина может быть получена и без решения контактной задачи (подразд. 3.1.1), когда поперечное

оси симметрии расширение ограничено специальными граничными условиями.



Рис. 3.27. Различная жесткость в узлах конечно-элементной сетки верхней поверхности образца, где приложена нагрузка в виде давления

На рис 3.27 представлена МКЭ модель куба, на верхней которой поверхности показана В каждом узле некоторая пропорциональность величины жесткости конструкции куба (К) на поверхности контакта. Примерно в такой же зависимости (обратно пропорциональной) находятся и величины напряжений в этих узлах. Максимальная жесткость куба (2К) имеет место в его срединной области. Величина напряжений в ней имеет некоторый номинально высокий уровень напряжений с относительно небольшим градиентом изменения. Вид этого поля напряжений свидетельствует о способности образца в этом месте к восприятию максимального уровня внешней нагрузки.

Концентрации напряжения имеют место в местах, где уровень жесткости, наоборот, минимальный (угловые узлы и узлы на ребрах), и градиент изменения напряжений высокий.

Уровень концентрации напряжений имеет место как на верхней, так и на нижней поверхности образца. Характер изменения напряжений здесь одинаковый, а абсолютные значения немного отличаются из-за различного уровня деформаций в них. Также вследствие этого смещен вверх уровень напряжений в центральной части образца, вдоль центральной оси.



Рис. 3.28. Поле нормальных напряжений σ, МПа, в симметричной части образца цилиндрической формы: слева – без решения контактной задачи; справа – с решением контактной задачи, К<sub>тр</sub>=0,5

Аналогичная картина отмечается и на образцах с цилиндрическим круглым сечением (рис. 3.28). Отличие заключается только в том, что концентрация напряжений (очаговая) появляется только на кромках верхней и нижней круглых поверхностях образца. Соответственно, нет угловых значений жесткости и величины концентрации напряжений в них.

Представленные результаты показывают, что выравнивание поля напряжений в образце при одноосном силовом воздействии на него возможно двумя способами. Первый из них заключается в том, что величина давления  $\overline{P}$  на верхней поверхности образца не постоянная (см. рис. 3.26), а переменная, с изменением по некоторой функции  $\overline{P} = f(x, y)$  распределения на верхней поверхности образца (рис. 3.29).



Рис. 3.29. Схема модели силового воздействия с компенсацией краевого эффекта при одноосном сжатии

Функция f(x, y) в этом случае может быть определена исходя из характера изменения нормальных напряжений на верхней и нижней поверхностях образца.



Рис. 3.30. Нормальные напряжения в направлении оси Х, К<sub>тр</sub>=0,01

Второй способ выравнивания поля напряжений вдоль оси образца при его сжатии в прессе может быть получен на основе решения контактной задачи с варьированием (регулированием) величины коэффициента трения на нижней и верхней контактных поверхностях образца. Результаты, представленные на рис. 3.30 и 3.31, показывают, что силы трения влияют на поле напряжений в образце.



Рис. 3.31. Нормальные напряжения в направлении оси X, K<sub>тр</sub>=0,5 Общая картина влияния поверхностных сил трения при осевом сжатии



Рис. 3.32. Нормальные напряжения вдоль оси нагружения:

а – контактная задача, К<sub>тр</sub>=0,01, Р=200 МПа;

б – контактная задача, К<sub>тр</sub>=0,5, Р=200 МПа;

в – без контактной задачи, кинематические граничные условия, Р=300 МПа

На рис. 3.32, а представлено поле нормальных (вдоль оси нагружения) напряжений, полученное при решении контактной задачи, с коэффициентом трения  $K_{TP}$ = 0,01 и давлением на верхнем пуансоне P = 200 МПа. Результаты показывают достаточно равномерное поле напряжений. Однако имеет место их концентрация на кромках верхней и нижней контактных поверхностях.

На рис. 3.32, б также представлено поле нормальных (вдоль оси нагружения) напряжений, полученное при решении контактной задачи, с увеличенным коэффициентом трения (К<sub>тр</sub>=0,5) и давлением на верхнем пуансоне P=200 МПа. В этом случае поле напряжений имеет явно выраженный характер неравномерности с достаточно высоким градиентом изменения. Также имеет место более высокая, по отношению к предыдущему случаю, концентрация напряжений на кромках верхней и нижней контактных поверхностей.

На рис. 3.32, в приведено поле нормальных напряжений (вдоль оси нагрузки), полученное без решения контактной задачи. Здесь используется специальное граничное условие ограничения (защемления) перемещений в узлах сетки на верхней и нижней поверхностях модели образца. Результаты показывают хорошее согласование с результатами предыдущего решения.

Таким образом, применение в решении МКЭ контактной задачи дает возможность получить картину напряженно-деформированного состояния образца горной породы в прессе с максимальным относительно экспериментальных данных [39] приближением к реальности.

Например, относительно результатов, представленных в настоящем разделе, подобрав коэффициент трения и, соответственно, закон изменения давления на верхней поверхности нормального давления, можно добиться выравнивания поля напряжений в вертикальном (осевом) и поперечном относительно оси направлении.



Рис. 3.33. Касательные напряжения:

а – контактная задача, К<sub>тр</sub>=0,01, Р=200 МПа;

б – контактная задача, К<sub>тр</sub>=0,5, Р=200 МПа;

в – без контактной задачи, кинематические граничные условия,
 P=300 МПа

Также, анализируя напряженное состояние образца, представленное на 3.30-3.33 И других, представленных рис. выше, И, соответственно, деформаций, потенциальную энергию определить можно характер разрушения образца, то получить гранулометрическую есть его характеристику.

3.2. Масштабный фактор напряженно-деформированного состояния образцов горных пород в поршневом прессе с дополнительным применением контактных конечных элементов

Экспериментальные исследования показателей временного сопротивления горных пород [4,32,80], полученные в условиях одноосного сжатия образцов правильной формы, является основным их испытанием. Комплекс этих исследований дает возможность иметь достаточно полную характеристику поведения горной породы при механических воздействиях и оценить степень её крепости, что имеет большое практическое значение для изучения процессов разрушения пород при рудоподготовке. Одним из ключевых параметров этих испытаний, определяемых практически в каждой из работ этого научного направления, является зависимость временного сопротивления (предела прочности) образцов породы от их размеров или от, так называемого, масштабного фактора. Суть этого фактора состоит в том, что, чем больше объем породы (кусок, частица), находящаяся под силовым воздействием, тем меньше его предел прочности (временное сопротивление). О характере этого свойства пород имеется достаточно полное представление, полученное и экспериментально обоснованное в ряде известных работ [4,32,80] в виде определенного вида эмпирических зависимостей. Одним из вариантов таких зависимостей является формула, предложенная в работе Барона Л.И. [4].

Формула Барона Л.И. [4] (2.1) основана на данных испытаний однородных образцов разных размеров, изготовленных по ГОСТу, кубической и цилиндрической формы диаметром до 50 *мм* в условиях испытания на одноосное сжатие (раздавливание), при постоянном отношении d/h=1. При нагружении образцов давление в гидравлическом прессе повышают на 5-10 МПа в секунду. Предел прочности измеряют (вычисляют) с точностью до 10 МПа.

Анализируя формулу (3.13), в разделе 2.1.4 настоящей работы показано, что предел прочности объема (куска, частицы) горной породы является величиной зависимой, определяемой законом Гука, например, при одноосном сжатии:

$$\sigma_{cm} = E_{cm} \cdot \varepsilon , \qquad (3.1)$$

где  $\varepsilon$  - величина деформации в направлении сжатия;  $E_{cse}$  - модуль упругости породы на сжатие.

Величина модуля упругости материала является основной характеристикой прочности горной породы, входящей уравнение для определения напряженно-деформированного состояния породы, находящейся под внешним силовым воздействием. Доказательство данного утверждения построено на теоретической концепции Гриффитса [19], полученное при моделировании напряженно-деформированного состояния пластины с трещиной.

Другим обстоятельством, доказывающим, что масштабный фактор зависит именно от модуля упругости, является анализ диаграмм сжатия образцов горной породы приведенный, например, в работе [32], (представлен на рис. 2.7, раздел 2.1.4). Анализируя эти графики, необходимо отметить их идентичный характер и то, что все они, за некоторым небольшим исключением, представляются в виде прямой пропорциональной (линейной) зависимости между действующей сжимающей нагрузкой и изменением удлинения (отрицательного приращения длины) образца, вплоть до его разрушения. То есть, определяя математически характер представленной зависимости, необходимо отметить, что первая производная этой линейной зависимости диаграммы, определяющая собой деформацию образца, по данному координатному направлению, есть величина постоянная, то есть, в процессе силового воздействия на него, не изменяется.

Представленное доказательство, о влиянии масштабного фактора на крепость породы через модуль упругости её материала, позволяет учитывать изменение этого параметра при построении моделей объемов породы на основе метода конечных элементов (МКЭ). Тем самым, более точно определять напряженно-деформированное и энергетическое состояние породы при силовом воздействии на неё со стороны валков в валкового пресса.

Таким образом, учитывая представленное в разделе 2.1.5 настоящей работы, справедливо принять утверждение о том, что изменение величины потенциальной энергии деформации образцов, с учетом масштабного фактора, определяется относительно изменения модуля упругости, как тангенса угла наклона прямой пропорциональной зависимости на диаграмме

сжатия [32]. В этом случае, на основе формулы (3.1), а также выражения (2.1) для определения  $\sigma_{cm}$ , представленного в разделе 2.1.4, имеем:

$$E_{e,2} = E_{e,1}\sqrt[3]{\frac{d_1}{d_2}}$$
(3.2)

где  $E_{e,1}$  - модуль упругости раностороннего образца породы с длиной ребра  $d_1$  и высотой  $h_1 = d_1$ ;  $E_{e,2}$  - модуль упругости образца той же породы с длинно ребра  $d_2$  и высотой  $h_2 = d_2$ .

Справедливость формулы (3.2) подтверждается также табличными данными, полученными экспериментально и представленными в работе [32].

Таким образом, используя формулу (3.2), представим масштабный фактор горной породы через изменение её модуля упругости.

Таблица 3.4

d, мм	$d_1 = 50$	$d_2 = 30$	$d_2 = 15$	$d_2 = 5$
$\mathbf{E}_2 = \mathbf{q} \cdot \mathbf{E}_1$	$E_2 = 1.0 \cdot E_1$	$E_2 = 1.186 \cdot E_1$	$E_2 = 1.494 \cdot E_1$	$E_2 = 2.154 \cdot E_1$
Нургказган, МПа	62 500	74 125	93 375	134 625

Изменение модуля упругости при изменении размеров образца

В таблице 3.4 представлены значения модуля упругости породы Джесказганская медная, в зависимости от размеров образцов кубической и цилиндрических формы, где, для цилиндрической формы, диаметр равен высоте.

Численное исследование проведено на образцах с размерами, представленными в таблице 3.4, где основным геометрическим параметром является некоторый, характерный для определения гранулометрической характеристики, диаметр **d**, мм. Параметр **q** - является весовым коэффициентом учета масштабного фактора. Он определён на основании формулы (3.2). Единичное его значение взято для образца со стандартными размерами 50x50x50 мм.



Рис. 3.34. Размеры образцов под исследование масштабного фактора.



Рис. 3.35. Величина нормальных напряжений вдоль оси нагружения, МПа



50 мм

30 мм 15 мм

Рис. 3.36. Удлиненние вдоль оси нагружения (оси Z) в прессе



Рис. 3.37. Величина плотности потенциальной энергии деформации.

Конечно-элементная (КЭ) модель в исследовании построена с применением контактной задачи теории упругости и аналогична модели, представленной в разделе 3.1.2. Силовым воздействием в ней является давление в прессе величиной 200 МПа, приходящееся на единицу площади верхней поверхности образца.

На рисунках 3.35, 3.36 и 3.37 приведены результаты анализа моделей образцов с различных размеров, в виде полей нормальных напряжений и деформаций, а также плотности потенциальной энергии деформации. Результаты исследования показывают что, с уменьшением размеров образцов, при равной величине давления в прессе, среднеарифметическое значение величины напряжений остается постоянным. Однако неравномерность распределения поля напряжений (рис. 3.35) в образцах уменьшается.



Рис. 3.38. Диаграмма сжатия. Влияние масштабного фактора на величину деформации образца

Результаты исследования также представлены в виде диаграмм сжатия образцов (рис. 3.38) и ниже в таблице 3.5. Результаты показывают, что, с уменьшением размеров образцов и, соответственно увеличением предела прочности (формула 2.1) и модуля упругости (формула 3.2), величина

деформации, при равной величине давления в поршневом прессе при данном значении напряжения, падает.

## Таблица 3.5

Параметр	Изменение масштабного фактора				
<b>d</b> -длина ребра образца (куба), мм	50	30	15	5	
Е -модуль упругости, МПа	62 500	74 125	93 375	134 625	
σ <sub>zcp</sub> -         среднеарифметическое         напряжение вдоль оси         сжатия, МПа	-216.52	-216.56	-216.65	-216.85	
єср         -         средняя           деформация         образца           вдоль         оси         нагружения           образца - z)         -         -	-3,408E-03	-2,880E-03	-2,293E-03	-1,599E-03	
$E_{\Sigma}$ -суммарнаяпотенциальнаяэнергиядеформации образцов, Дж	45.716	8.344	0.8304	0.0216	
<ul> <li>Е∑ - суммарная</li> <li>потенциальная энергия</li> <li>деформации, Дж, при</li> <li>одинаковом объеме</li> <li>(содержании мелких</li> <li>объемов в исходном</li> <li>объеме 50х50х50)</li> </ul>	45.716	38.63	30.75	21.6	

Изменение величин НДС от действия масштабного фактора

Также, падает и накапливаемая образцом потенциальная энергия деформации. То есть, если довести (сложить) объем образцов до исходного (с размерами 50x50x50) или суммировать образцы в исходный объем, то величина потенциальной энергии определяется площадью треугольников под
диаграммами сжатия (ODE, OCF, OBG, OAS, рис. 3.38). При этом численное значение изменения энергии деформации представлено в последней строке таблицы 3.5.

Таблица 3.6

Сравнение энергии деформации при разрушении образцов различного размера

Параметр	Изменение масштабного фактора			
<b>d</b> <sub>ср</sub> (длина ребра куба), мм	50	30	15	5
Е (модуль упругости), МПа	62 500	74 125	93 375	134 625
єср-средняядеформацияобразцавдольосинагруженияобразца - z)необходимоедляразрушенияобразца.	-3,408E-03	-3,408E-03	-3,408E-03	-3,408E-03
<ul> <li>р, - давление на образец, необходимое для разрушения объема породы данного размера, Н/мм<sup>2</sup></li> </ul>	200	236.7	297.34	426.4
<b>σ<sub>zcp</sub> -</b> предел прочности образца (среднеарифметическое напряжение вдоль оси сжатия), МПа	216,52	256,30	322,08	462,31
$E_{\Sigma}$ -суммарнаяпотенциальнаяэнергиядеформации в образце, Дж	45.716	11,706	1,840	0,098
<ul> <li>Ε<sub>Σ</sub> - суммарная</li> <li>потенциальная энергия</li> <li>деформации, Дж, при</li> <li>одинаковом объеме</li> <li>(содержании мелких объемов</li> <li>в исходном объеме 50х50х50)</li> </ul>	45,716	54,194	68,148	98,0

Таким образом, для разрушения образца, происходящего для используемого материала при деформации ε = 3,408, с уменьшением его размера, потребуется большее усилие и, соответственно больше потенциальной энергии.

Для определения уровня напряжений, при котором разрушается образец с уменьшением его размера, необходимо обратится к диаграмме напряжение – деформация пластины с трещиной Гриффитса (рис. 2.6, раздел 2.1.3) и построить её для представленного в настоящем разделе исследования.

В таблице 3.6 и рисунке 3.39 представлены результаты этого исследования.



Рис. 3.39. Изменение диаграммы сжатия при изменении модуля упругости материала в зависимости от размера куска породы

Результаты показывают, что, с уменьшением размеров образцов и, соответственно увеличением предела их прочности (формула 2.1) и модуля упругости (формула 3.2), потребуется большая удельная внешняя нагрузка или давление [МПа] (усилие, приходящееся на единицу площади). На рисунке 3.39 энергия деформации определяется площадью треугольников под диаграммами сжатия образцов OAF, OBF, OCF, ODF.

Таким образом, если дробление образца будет происходить в валковом прессе то, с уменьшением размеров разрушаемых кусков породы, их разрушение произойдет, либо ниже по каналу слоя между валками, либо потребуется большие значения сжимающей силы Р или крутящего момента М<sub>кр</sub>.

# 3.3. Анализ достоверности применения конечного элемента «жесткая вставка» для моделирования силового воздействия на слой породы

В данном подразделе представлены результаты проверки достоверности модели силового воздействия, которая построена относительно натурных параметров и условий функционирования рабочих органов валкового пресса (см. рис. 1.6).

Целью изложенного в настоящем разделе исследования является получение решения в виде напряженно-деформированного состояния (НДС) породы при использовании определенной концепции моделирования силового воздействия на горную породу в валковом прессе и, соответственно, сопоставление результатов с имеющимися данными теории и практики применения данной технологии рудоподготовки.

Общий вид твердотельной (геометрической, мм) модели валков валкового пресса представлен на рис. 3.40 (слева и в центре). Наибольшая по диаметру цилиндрическая часть является рабочей. Средние две цилиндрические части валка одинакового диаметра являются его опорами (цапфами) под подшипники. Наименьшая по диаметру цилиндрическая

183

часть, расположенная по оси валка слева, используется для приведения валка во вращение. Также на рис. 3.40 (справа) представлена геометрия (размеры, мм) слоя породы, моделируемого относительно валков.



Рис. 3.40. Общий вид геометрической модели валков и моделируемого слоя породы (справа)

Конечно-элементная (КЭ) модель слоя породы между валками валкового пресса (см. рис. 3.40, справа) построена с использованием конечных элементов объемного напряженно-деформированного состояния. Решение получено без применения контактной задачи теории упругости, и узлы в точках касания (взаимодействия) моделей объемов (кусков, частиц) породы сшиваются, а свободное между объемами пространство моделируется как песок с минимальными прочностными характеристиками.





Также здесь сшиваются узлы КЭ сетки породы и узлы, моделирующие валки, которые, в свою очередь, моделируются специальным типом конечного элемента (рис. 3.41), называемым "жесткий" (rigid). Математические зависимости представленных типов конечных элементов приводятся в главе 2 настоящей работы. Таким образом, КЭ модель для анализа НДС породы при работе валкового пресса состоит из компонент (см. рис. 3.41):

 модели слоя породы между валками, которая представляется в настоящем разделе как некоторое разнородное по прочностным характеристикам монолитное деформируемое тело;

– модели валков с силовым воздействием в виде  $M_{\kappa p}$  и  $F_{ocee}$ , построенной с использованием конечных элементов типа "жесткий".

Построенная таким образом КЭ модель работы валкового пресса является эталоном, позволяющим проверить решение, полученное в процессе моделирования силового воздействия на валках под давлением. Данная модель силового воздействия используется в дальнейшем на модели деформируемой системы в виде слоя породы с применением контактной задачи теории упругости (глава 4).

Определим внешнюю нагрузку в модели по данным натурного эксперимента.

Исходные данные эксперимента (натурной установки) представлены в табл. 3.7 [97]. Относительно этих данных в настоящем разделе приводится расчет величины внешней нагрузки, используемой в КЭ моделях рассматриваемой работы в виде (см. рис. 3.39) сжимающей силы –  $\overline{F}_{ocee}$  и моментов на валках –  $\overline{M}_{sp}$ .

Таблица 3.7

Исходные данные эксперимента	Значения
Мощность каждого из двух двигателей Р, кВт	90
Давление в гидроцилиндре Р, Н/мм <sup>2</sup>	4
Окружная скорость вращения барабанов V2, м/с	0,7
Суммарное передаточное число k	106,5
Диаметр валка, м	1
Ширина валка, м	0,25

Определение осевого усилия в модели  $\overline{F}_{oces}$ 

Диаметр поршня гидроцилиндра в валковом прессе 440 370 мм, число гидроцилиндров 4.

 $S_{\text{пориня}} = \pi R^2 = 3,14159 \cdot 220 \ 185^2 \approx 153 \ 000 \ \text{mm}^2$ 

Сила давления на один поршень

 $F = S_{\text{поршня}} \cdot p = 153000 \cdot 4 = 612\ 000\ H$ 

Таким образом, суммарная осевая сила, создаваемая гидроцилиндрами и приходящаяся на всю ширину валка

 $F_{ocebag} = 4 \cdot F = 4 \cdot 612000 = 2 448 000 H \approx 2450$ кH

Величина осевого усилия, приходящегося на моделируемый участок толщиной 1 мм, будет в 250 раз меньше, т.е.

 $F_{\text{осевая/мм}} = 2450000/250 = 9800 \text{ H}.$ 

Определение величин крутящих моментов  $M_{\kappa p}$ 

Крутящий момент  $\overline{M}_{\kappa p}$ , передаваемый на каждый вал валкового пресса, зависит от мощности электродвигателей, передаточного числа на редукторе и ременной передаче, скорости вращения и диаметра валков.

При диаметре валка 1 м длина его окружности L равна 3,14159 м.

Угловая скорость вращения валков определяется по формуле

$$\varpi_2 = \frac{0, 7 \cdot 2 \cdot \pi}{3,14159} = 1,4 \ \mathrm{c}^{-1}$$

Мгновенная мощность при вращательном движении [18, 17]

$$P = \overline{M}_{\kappa p} \cdot \omega,$$

где  $\overline{M}_{\kappa p}$  – крутящий момент на валу;  $\omega$  – угловая скорость вращения. Момент, передающийся через редуктор и шкив,

$$\overline{M}_{\kappa p} = \frac{P}{\varpi} = \frac{90000}{1.4} = 64285 \text{ H} \cdot \text{mm} = 64285000 \text{ H} \cdot \text{mm}$$

Момент, приходящийся на моделируемый участок толщиной 1 мм, по аналогии с осевой силой будет в 250 раз меньше, т.е.

 $\overline{M}_{\kappa p} = 64\ 285\ 000\ \text{H} \cdot \text{mm} / 250 = 257142,8\ \text{H} \cdot \text{mm}$ 

Данная величина прикладывается в качестве внешнего силового фактора к каждому из двух валков.

#### Построение модели граничных условий

Наряду с вычисленными значениями силового воздействия в КЭ модели работы валкового пресса, в ней необходимо определиться с граничными условиями кинематического закрепления узлов, что позволяет получить деформационные перемещения в слое. В представленной в настоящем разделе модели используются два вида граничных условий (см. рис. 3.41). Первое граничное условие используется на опорах (осях) валков:

– первая опора, расположенная слева (см. рис. 3.41), закреплена по всем переносным степеням свободы (вдоль осей X, Y, Z), а также по двум поворотным (вокруг осей X и Y); оставлена только поворотная степень свободы вокруг оси шарнирной опоры (относительно оси Z);

 вторая опора, расположенная справа (см. рис. 3.41), имеет дополнительно разрешенную степень свободы в направлении горизонтальной оси (X, см. рис. 3.41).

Второе граничное условие связано с выделением симметричной части деформируемого слоя породы толщиной в 1 мм. Выделение проведено двумя сечениями слоя, перпендикулярными оси шарниров. Все узлы КЭ модели выделенного участка слоя, расположенные на этих поверхностях, закреплены по степени свободы в направлении оси валка (Z, рис. 3.40, справа).

Моделирование передачи силового воздействия в валковом прессе

В настоящей работе предложен подход, когда валки моделируются посредством специального типа конечного элемента (КЭ) "жесткий". В этом случае они представляются как абсолютно жесткие тела по сравнению с материалом горной породы.

На рис. 3.42 представлена общая схема применения конечного элемента типа Rigid (жесткий). Традиционно этот тип КЭ используется, если необходимо представить абсолютно жесткие связи (вставки) между двумя или несколькими узлами. С его помощью при моделировании конструкций

осуществляется много необходимых функций, достигаемых посредством создания комбинации жестких связей степеней свободы между различными узлами. В частности, посредством этих элементов можно моделировать воздействие сосредоточенной внешней силы на всей поверхности отверстия, моделировать вынос сечений балочных конструкций при их соединении внакладку (сваркой) и другие функции. Также этот тип конечного элемента часто используется, когда модель конструкции построена с применением различных типов конечных элементов, например, балочных, оболочечных, объемных и т.д.



Рис. 3.42 Схема работы жесткого (Rigid) конечного элемента

Жесткий элемент в рассматриваемом подходе моделирования силового воздействия используется следующим образом (см. рис. 3.40). При его установке в модели указывается два узла, им соединяемых. Один узел принимается в качестве независимого. То есть он может совершать независимые (задаваемые) перемещения. В данном случае независимый узел располагается на оси вращения валка. Далее выбираются зависимые узлы, степени свободы которых зависят от степеней свободы независимого узла. Зависимые узлы в модели расположены на поверхности валка (или по краю слоя, деформируемого в валковом прессе). Таким образом, нагрузка, приложенная в независимом узле, будет распределена по зависимым узлам, т.е. по поверхности валка.

Для моделирования непосредственно силового воздействия при работе валкового пресса жесткий элемент используется следующим образом:

188

– со стороны правого валка (см. рис. 3.42) на деформируемую КЭ модель слоя породы, жесткая связь, устанавливаемая между независимым и зависимыми узлами, осуществляется по трем переносным степеням свободы: ТХ, ТҮ и ТZ. Это позволяет моделировать силовое воздействие валка как в виде М<sub>кр</sub>, так и в виде F<sub>oceв</sub>;

– со стороны левого валка жесткий элемент (см. рис. 3.41) полностью идентичен рассмотренному жесткому элементу для правого валка, отличие состоит только в том, что связь между независимым и зависимыми узлами осуществляется только по двум переносным степеням свободы: ТҮ и ТZ. Такой подход позволяет моделировать силовое воздействие валка только в виде М<sub>кр</sub>.

Таким образом, используя представленный подход моделирования силового воздействия посредством жесткого элемента, в данной работе определяется следующее силовое воздействие (см. рис. 3.41): на валке слева воздействие только в виде силового момента вращения  $M_{\kappa p}$ ; на валке справа, кроме силового момента вращения  $M_{\kappa p}$ , дополнительное воздействие осевой сжимающей силы  $F_{oceB}$ .



Рис. 3.41. Общий вид силового воздействия КЭ модели валкового пресса (на экране монитора)

Граничные условия в жестком элементе задаются только в независимом узле, в данном случае на опорах. Поэтому в зависимых узлах нет необходимости ограничивать перемещение в направлении оси Z. В остальных узлах деформируемого слоя, не входящих в жесткие элементы, перемещение вдоль оси Z, как представлено выше, ограничивается для выделения симметричной части толщиной в 1 мм.

На рис. 3.42 представлен общий вид КЭ модели деформирования слоя породы в валковом прессе (на экране монитора).

### Характеристики физических свойств материалов

В разрабатываемой в настоящем подразделе КЭ модели используются следующие материалы: для объемов горной породы – кварц, Е=67 000 МПа, µ=0,17; заполняющий пространство между объемами породы – песок, Е=15 000 МПа, µ=0,1.

Построение сетки конечных элементов слоя руды в валковом прессе

Построение КЭ сетки модели рассматриваемой области определения в виде слоя руды между валками проводилось на одной форме и размерах канала между ними, но с различным размером объемов разрушаемой руды. Геометрическая форма этих объемов кубическая, с длиной ребра 10 и 5 мм (рис. 3.43).



Рис. 3.43. КЭ сетка слоя руды в валках с размером ребра деформируемого объема 10 мм (слева) и 5 мм (справа)

Упрощенная форма моделируемых объемов руды, в виде кубической формы, принципиального значения для анализа с применением МКЭ и физики процесса не имеет. Однако для интерпретации результатов дает существенные преимущества, в частности при анализе взаимодействия кусков руды между собой, а также анализе силового воздействия и энергоемкости деформирования вокруг отдельно взятого объема породы.

На рис. 3.43 представлен окончательный вид сеток двух КЭ моделей слоя руды в валковом прессе с размером ребра разрушаемого объема 10 мм (рис. 3.43, слева) и 5 мм (рис. 3.43, справа).

Как показано в подразд. 3.1 настоящей работы, процесс построения сетки является для численного решения по МКЭ наиболее ответственным с точки зрения точности результатов. Поэтому сетки КЭ, представленные на рис. 3.43, формировались на объемах породы с учетом двух аспектов моделирования. Первый заключается в достижении в модели необходимого уровня точности и сходимости численного решения. То есть аналогично представленному в подразд. 3.1 решение в виде анализируемой величины напряжения в объеме породы не изменялось с увеличением плотности сетки КЭ.



Рис. 3.44. Концентрация напряжений при взаимодействии объемов породы

Второй аспект моделирования заключался в отработке фактора концентрации напряжений, возникающих при взаимодействии объемов породы. На рис. 3.44 изображен характерный вид напряженнодеформированного состояния объемов породы в слое с концентрацией напряжений при их взаимодействии между собой.

Для реализации представленных аспектов проводилась специальная поэтапная модификация сетки каждого разрушаемого объема. Этот процесс продолжался до получения необходимых параметров точности сходимости получаемого численного решения.

Пространство между объемами породы, для которого использовались слабые прочностные свойства материала в виде песка, разбивалось с сеткой в КЭ модели слоя, адаптированной относительно КЭ сеток деформируемых объемов породы. То есть это пространство разбивалось на конечные элементы относительно плотности сеток объемов породы и сшивалось с узлами КЭ сеток этих объемов.

#### Визуализация результатов анализа НДС породы в валковом прессе

На рис. 3.45 и 3.46 представлена визуализация результатов анализа соответственно в виде картин максимальных нормальных и касательных (сдвиговых) напряжений в исследуемом слое породы в валках под давлением. Картина напряжений показана как в слое породы в целом, так и во фрагменте его нижней части.



Рис. 3.45 Нормальные сжимающие напряжения в слое вдоль вертикальной оси



Рис. 3.46. Сдвиговые (касательные) напряжения

Результаты, в частности, показывают, что начало достижения объемами породы предела прочности появляется примерно на одной трети высоты слоя породы, а активная фаза разрушения – на одной его четверти. Данное обстоятельство хорошо согласуется с известными представлениями о процессе разрушения породы в валковом прессе [39, 41, 42, 43, 44, 45].



Рис. 3.47. Диаграммы изменения сдвиговых и сжимающих напряжений в разрушаемых объемах породы на поверхности валка

На рис. 3.47 представлена диаграмма изменения величин напряжений вдоль кромки валка по высоте деформируемого слоя, где видна зона разброса всплесков напряжений в местах их концентрации в узлах КЭ модели, принадлежащих валку и объемам породы. Если провести между этими всплесками напряжений срединную линию, то можно увидеть, что уровень напряжений разрушения породы ( $\tau_{max}$ = 150 МПа,  $\sigma_x$ = 300 МПа) достигается примерно на одной трети высоты слоя дробления. Это соответствует результатам натурного эксперимента, полученного в ряде работ.

На рис. 3.48 по результатам расчетов НДС изображена картина распределения удельной потенциальной энергии деформации в слое породы. Эти результаты хорошо согласуются с данными натурного процесса дробления [48, 49, 50]. Среднее значение удельной потенциальной энергии деформации при разрушении здесь находится в пределах: 0,15–0,2 Дж/мм<sup>3</sup>. Этот диапазон лежит примерно на том же уровне по высоте слоя дробления, что и появление предельных сдвиговых напряжений, то есть момента начала активного разрушения объемов породы.

Сдвиговые напряжения, МПа (Н/мм<sup>2</sup>)

Плотность энергии деформации, Дж/мм<sup>3</sup>



Рис.3.48.Плотность энергии деформации, сдвиговые напряжения в сравнении На рис. 3.49 дана диаграмма средней величины сжимающих напряжений вдоль вертикальной оси X при воздействии только силового момента вращения и отсутствии сжимающей боковой нагрузки (материал – кварц). Средний уровень осевых напряжений при этом не превышает 80 МПа, что составляет 27 % от предела прочности (σ<sub>x</sub> = 300 МПа). Следовательно, необходимо отметить, что основной вклад в разрушение материала вносит действие боковой нагрузки на подвижной валок валкового пресса.



Рис. 3.49. Диаграмма величины нормальных напряжений при отсутствии сжимающей боковой нагрузки (только силовые моменты вращения – синяя кривая), материал – кварц (10 мм)

Для анализа вклада в общую картину напряжения боковой нагрузки при разрушении материала в валковом прессе мы проанализировали картину состояния при воздействии только силового момента вращения.

То есть представленный способ моделирования на основе МКЭ с применением в модели внешней нагрузки специального типа конечного элемента большой жесткости (типа "жесткий") показывает качественную и количественную картину процесса дробления породы в валках под давлением (валковом прессе), и эти результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, приведенными в работах [49, 50].

Дополнительным аспектом представленного моделирования является возможность изучения величины концентрации напряжений на объемах породы (рис. 3.50), способствующей во многом снижению уровня энергоемкости процесса разрушения в валковом прессе. Данные о концентрации напряжений наблюдались на различных типах материала при различных параметрах работы валкового пресса и на различных размерах деформируемых объемов породы. Это говорит об универсальности способа моделирования и соответственно возможности применения представленного в работе моделирования для различных типов руд.



Рис. 3.50. Концентраторы напряжений (оси:  $\sigma_{max}$ , МПа)

Таким образом, результатом исследования является получение качественной и количественной картины напряженного состояния объемов которой выстраиваются породы, на основе основные положения предлагаемого в настоящей работе теоретического подхода к оценке энергетических и других параметров рассматриваемого прочностных, технологического процесса дробления породы.

3.4. Анализ гранулометрической характеристики продукта разрушения образцов породы относительно их напряженно-деформированного состояния при воздействии осевой сжимающей силы в поршневом прессе

Значимость представленной работы заключается в теоретическом обосновании возможности оценки производительности аппарата в технологическом процессе дробления горной породы, основным параметром

которой является гранулометрическая характеристика. В подразд. 2.1.3 показано, что эта характеристика для каждого отдельного куска породы зависит от величины и градиента изменения в нем потенциальной энергии деформации.

Лабораторные исследования закономерностей процесса деформирования и дробления кусков горных пород построены главным образом на опыте одноосного сжатия образцов породы, которые имеют правильную (стандартную, ГОСТ 5219-50) форму В виде кубов (параллелепипедов с квадратным основанием) или цилиндров [4, 32, 39]. Теории дробления соответствуют тому или иному процессу разрушения параметров главным образом В зависимости ОТ исходного гранулометрического состава породы и для различных условий дробления.

Исследования образцах показывают, на что получаемые закономерности устойчивы достаточно И позволяют проводить формализацию процесса дробления пород с удовлетворительной для практики точностью. Основной закономерностью здесь является зависимость гранулометрических параметров дробления породы от величины работы внешних сил, которая, в свою очередь, определяет величину потенциальной энергии деформирования породы, определяемую через ее напряженнодеформированное состояние (НДС). То есть, по закону сохранения энергии, работа внешнего силового воздействия, затрачиваемая на дробление кусков породы, реализуется в виде потенциальной энергии их деформации в данном технологическом процессе дробления [35, 36].

Величину потенциальной энергии деформирования породы удобно представлять распределением ее плотности – *и*. Это удельная величина, приходящаяся на единицу объема тела *V*. Выражение для ее определения, например, при растяжении (сжатии) образца правильной формы и линейном (упругом) напряженно-деформированном состоянии определяется в виде [29, 42, 73]:

198

$$u = \frac{U}{V} = \frac{l}{2} \frac{N^2 l}{EF} \frac{l}{Fl} = \frac{1}{2} \frac{N}{F} \frac{N}{F} \frac{l}{E} = \frac{1}{2} \sigma \cdot \frac{\sigma}{E} = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon, \qquad (3.3)$$

где U – потенциальная энергия деформирования всего объема тела; N – равнодействующая сила внутренних (нормальных) сил сопротивления, равная внешней растягивающей (сжимающей) силе; Е – модуль упругости материала породы; l и F – геометрические параметры деформируемого образца;  $\sigma$  и  $\varepsilon$  – нормальное напряжение и деформация, возникающие в образце в процессе силового воздействия на него.

На рис. 3.51 представлено распределение плотности потенциальной энергии деформации (слева) и напряжений (справа) во фрагменте слоя породы под давлением.

Параметр удельной (или плотности) потенциальной энергии деформации является положительно определенной величиной. Это свойство используется, в частности, для доказательства единственности решения задач теории упругости, а также положения о минимуме изменения потенциальной энергии [26] при условии нахождения деформируемого тела в положении равновесия или по принципу Даламбера для некоторого его мгновенного положения при движении.



Рис. 3.51. Распределение плотности потенциальной энергии деформации (слева), Дж/мм<sup>2</sup>, и напряжений (справа), МПа, во фрагменте слоя породы под давлением

Таким образом, зная величину работы внешних сил, исходные форму и размеры разрушаемых кусков породы, а также упругие свойства их материала, можно на основе решения методом конечных элементов (МКЭ) и упругости найти контактной задачи теории поле напряжений И. соответственно, распределение плотности потенциальной энергии (см. рис. 3.51). Реализуя представленное решение, например, на образцах породы в поршневом прессе или в валковом прессе и используя определенные теории дробления [35], возможно оценить гранулометрический состав породы на выходе процесса ее разрушения.

Обобщенная формула теорий дробления имеет вид

$$A = k \cdot D^{n} \cdot \frac{R^{3-n} - 1}{3-n}$$
(3.4)

где A – энергия, расходуемая на дробление (измельчение); n – степень у значения линейного размера частицы (определяется опытным путем для каждого конкретного случая дробления); k – коэффициент пропорциональности; R – степень измельчения.

В 2.1.3 приводится подразд. доказательство применимости [19] формул теории дробления математических ДЛЯ определения гранулометрических характеристик разрушения породы в зависимости от уровня и распределения потенциальной энергии деформирования куска Это построено породы. доказательство на основе изучения гранулометрического состава породы, полученного после ее разрушения в валковом прессе, а также на основе обзора существующих теорий дробления, представленных в подразд. 1.4. Выявлено, что в наибольшей степени подходит частный случай, определяемый формулой Бонда [19] в виде [8]:

$$W = 2k \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}}\right) \tag{3.5}$$

где *W* – работа внешних сил, необходимая для разрушения куска породы; *D* – диаметр куска породы до дробления (на входе); *d* – диаметр

куска породы после процесса дробления (на выходе); *k* – удельная энергоемкость дробления.

Таким образом, на основании формулы (3.5) получаем формулу для вычисления диаметра частиц (кусков) породы после процесса дробления:

$$d = \frac{4k^2 \cdot D}{\left(W \cdot \sqrt{D} + 2k\right)^2} \tag{3.6}$$

где 
$$k = \frac{\sigma_{\text{max}}^2}{2E}$$
 (3.6a)

 $\sigma_{\max}$  - максимальное напряжение в образце;

Е - модуль упругости материала образца.

Для проверки достоверности изложенного подхода в получении гранулометрических характеристик используются экспериментальные данные из работы [66] и представленные в табл. 3.8.

#### Таблица 3.8

Влияние энергии деформации на гранулометрический состав продуктов разрушения

Внешняя	Модуль	Классы аглоспека, полученные опытным путем, мм			
работа	упругост	-55+40	- 40+5	- 5 + 1	d <sub>ср</sub> , мм,
разрушения	и Е, ГПа	d <sub>ср.кл1</sub> = 6.3	$d_{cp.кл2} = 8.9$	$d_{cp.\kappaл3} = 1.7$	всей
(натурный			навески.		
эксперимент),		B	как М		
Дж		(вероятно	Kak IVI <sub>y(x)</sub>		
1	2	3	4	5	6
54	200	55,8	39,1	5,1	29,4
143	200	24,5	66,3	9,2	17,4
228	200	12,0	73,8	14,2	12,4

Значение диаметра прямоугольного образца аглоспека на входе, размером  $100 \times 100 \times 300$  мм, определяется как среднеарифметическое  $D_{cp} = 167$  мм.

Средний диаметр каждого узкого класса размеров породы на выходе после разрушения образца определяется по формуле [35]:

$$d_{cp.,\kappan.} = \frac{2d_1d_2}{d_1 + d_2} \tag{3.7}$$

где *d*<sub>1</sub> и *d*<sub>2</sub> - границы классов.

Определение среднего диаметра всей навески объемов породы на выходе, в зависимости от уровня внешней работы (энергии) разрушения (таблица 3.7, первая колонка), осуществляется по формуле математического ожидания функции y(x) от случайной величины x [17]:

$$M_{y(x)} = \sum_{x} y(x) \cdot p(x)$$
 (3.8)

где y(x) среднее значение диаметра на интервале x, p(x) вероятность появления  $d_{cp,\kappa\pi}$  или в нашем случае выход данного класса.

Используя зависимость теории вероятности (3.8), вычисляется среднее значение  $d_{cp.}$  на всем выходе (навеске) (таблица 3.8, колонка 6), в зависимости от внешней работы разрушения.

Например, для значения внешней работы (энергии) разрушения равной 54 Дж (таблица 3.8), d<sub>cp</sub> определяется по формуле математического ожидания (3.7) выражением вида:

 $d_{cp.} = d_{cp.\kappa_{7.1}} \cdot p(d_{cp.\kappa_{7.2}}) + d_{cp.\kappa_{7.2}} \cdot p(d_{cp.\kappa_{7.2}}) + d_{cp.\kappa_{7.3}} \cdot p(d_{cp.\kappa_{7.3}}) = 46,3 \cdot 55,8 + 8,9 \cdot 39,1 + 1,7 \cdot 5,1 = 29,4$ 

Величина внешней работы разрушения - *W*, представленная в первой колонке таблицы 3.8 и определяется величиной ударной нагрузки, используемой в натурном эксперименте работы [77].

Результатом проверки представлены ниже, в таблице 3.9, где материалом образца аглоспека является агломерат гидрогетитового

концентрата (магнетит (крупные зерна), [77]), для которого модуль упругости Е = 200 ГПа, коэффициент Пуассона µ = 0.1.



На рисунках 3.52 и 3.53 показаны результаты анализа напряженнодеформированного состояния симметричной модели испытуемых образцов аглоспека, с вариацией величины внешней работы (энергии) разрушения.



а) – энергия 54 Дж; б) – энергия 143 Дж; в) – энергия в 228 Дж.

Построение КЭ модели образца аглоспека и анализ его НДС и энергии деформации проводится аналогично образцам, представленным в разделе 3.1.2 с выделением симметричной его части и применением контактной задачи теории упругости.

#### Таблица 3.9

Сравнительный анализ влияния энергии деформирования на гранулометрический состав продуктов разрушения при проведении численного и натурного эксперимента

Энергия	Диаметр	Давление	$\sigma_{_{ m max}},$	k	Диаметр	Разница
деформац	на входе	внешнего	МПа	Дж/м <sup>3</sup>	расчетный	расчетного и
ий КЭ	$D_{cp}$ , мм	воздействия,			средний по	опытного
модели	образца	численный			формуле	диаметров,
образца	(100x100	эксперимен,			Бонда	%
аглоспек,	x300)	МПа			продукта	
Дж					дробления	
					d <sub>ср</sub> , мм	
1	2	4	5	6	7	8
54		78.5	103.5	258,7	30,2	2,6
143	167	127.5	160.1	412,5	16.1	7,4
228		161.0	210,4	525.8	11,7	6,3

Результатом проверки представленной в работе методологии является анализ справедливости формулы (3.6), представленный в таблице 3.9. В этой таблице: энергии деформации КЭ модели образца аглоспека берется равной, величина внешней работы разрушения W (первая колонка); диаметр на входе - *D* равен 167 мм; давление внешнего воздействия соответствует энергии деформации образца; коэффициент пропорциональности - *k* определяется как средняя величина удельной энергоемкости дробления образца. Этот коэффициент определяется по формуле (3.5) через вычисление максимального напряжения -  $\sigma_{max}$  и модуля упругости - Е материала образца.

Критерием проверки используемого в данной работе теоретического подхода является сравнение среднего диаметра на выходе, полученного экспериментальным путем d<sub>cp</sub> (таблица 3.8, 6-я колонка), со средним диаметром на выходе, полученным теоретически (таблица 3.9, 7-я колонка). Значения полученного теоретически среднего диаметр на выходе согласуется с полученным экспериментальным путем [77]. Таким образом, в зависимости

от величины работы внешних сил и, потенциальной энергии деформирования кусков породы, на основе эмпирической формулы Бонда вычисляется средний диаметр на выходе, позволяющий получить теоретически гранулометрическую характеристику процесса дробления породы.

#### 3.5. Выводы к главе

1. Проверка достоверности теоретических результатов проведена на основании исследования точности и сходимости численного решения МКЭ при анализе наиболее изученных с теоретической и экспериментальной точки зрения процессов деформирования образцов горных пород правильной кубической или цилиндрической формы, деформируемых в условиях одноосного сжатия в прессе.

2. Проверка достоверности теоретических результатов МКЭ показала, что основными определяющими ее факторами являются уровень дискретизации деформируемого объема породы на конечные элементы; решение в МКЭ контактной задачи теории упругости, а также учет влияния масштабного фактора на прочностные характеристики МКЭ моделей образцов горной породы.

3. Моделирование влияния поперечных сил при анализе напряженнодеформированного состояния образцов горной породы в прессе, проводимое без применения решения контактной задачи, осуществляется специальными граничными условиями кинематического закрепления, которые используются в координатах верхней и нижней опорных плоскостей деформируемого образца.

4. При деформировании образца в прессе, с решением контактной задачи, сравнение данных эксперимента с различным трением имеет значительную разницу в величине концентрации напряжений. Результаты решения с большим значением коэффициента трения выше относительного меньшего трения, что так же подтверждают результаты экспериментальных исследований образцов, представленные в работе А.Н. Ставрогина [39].

206

5. Применение в решении МКЭ контактной задачи теории упругости дает возможность получить картину НДС образца горной породы в прессе с максимальным приближением относительно экспериментальных данных [33]. Выравнивания поля напряжений в вертикальном и поперечном относительно оси направлениях возможно добиться подбором коэффициента трения или изменением давления на верхней поверхности образца.

6. Результаты исследования масштабного фактора показывают, что с уменьшением размеров образцов горных пород при равном давлении в прессе градиент поля нормальных напряжений и плотности потенциальной энергии деформаций снижается. С ростом градиента нормальных напряжений растет величина касательных напряжений, что для горных пород уменьшает энергию деформации.

7. Доказана зависимость влияния масштабного фактора на крепость породы через ее модуль упругости. Данная зависимость позволяет учитывать изменение масштабного фактора при построении моделей объемов горной породы на основе метода конечных элементов (МКЭ) и значительно уточняет напряженно-деформированное и энергетическое состояние породы при силовом воздействии на нее со стороны валков в валковом прессе.

8. Результаты моделирования внешней нагрузки в валковом прессе с применением специального конечного элемента "жесткая вставка" полностью согласуются с экспериментальными данными, приведенными в работе.

9. Установлено, что исследование гранулометрической характеристики разрушенного образца горной породы в зависимости от величины работы внешних сил и соответственно от потенциальной энергии деформирования объемов породы, проводимое на основе эмпирической формулы Бонда, с высокой точностью согласуется с экспериментальными данными, представленными в работе Э.А. Хопунова [77], где показаны параметры реального разрушения образцов при различном уровне энергетических затрат.

207

## ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНОЙ ПОРОДЫ ПРИ СИЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ В ВАЛКОВОЙ МЕЛЬНИЦЕ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ С ПОЛУЧЕНИЕМ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Цель представленного ниже исследования – определение гранулометрической характеристики процесса дробления горной породы в слое частиц под давлением в валковом прессе. Исследование проводится на основе моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) горной породы, полученного с применением численного решения метода конечных элементов (МКЭ) и контактной задачи теории упругости.

На рис. 4.1 приведена принципиальная схема технологического процесса дробления руды в валках под давлением [137, 135].



Рис. 4.1. Принципиальная схема технологического процесса дробления кусков руды в валковом прессе [121]

Численное решение выполняется с применением основного типа конечного элемента (КЭ) – изопараметрического гексаэдра первого порядка

аппроксимации [14], используемого для моделирования объемов (кусков, частиц) горной породы в слое частиц под давлением. Картина их трехосного (объемного) НДС представляется в декартовой системе глобальных координат.

Моделирование взаимодействия кусков руды между собой и с валками пресса осуществляется на основе решения контактной задачи теории упругости, реализуемой в виде специального контактного конечного элемента КЭВП (контактный элемент взаимодействия кусков руды). Математические зависимости решений МКЭ приведены в главе 2.

Построение конечно-элементной (КЭ) модели слоя частиц в валковом прессе осуществляется с применением принципов, полученных на основе изучения достоверности численного решения. Анализ НДС горной породы основе исследования параметров построен на точности сходимости численного решения МКЭ относительно применяемого замкнутого аналитического решения и проверенных экспериментальных данных, полученных главным образом на образцах горной породы в поршневом прессе. Результаты исследования достоверности численного решения представлены в главе 3.

Результаты анализа в виде полей напряжений кусков горной породы в валковом прессе, представленные в настоящей главе, позволяют, в свою очередь, проводить анализ баланса (величины) потенциальной энергии деформации горной породы. Вычисления выполняются для некоторого мгновенного положения слоя руды при внешнем воздействии на него осевой силы и момента вращения со стороны валков.

Алгоритм решения задачи относительно общей методологии исследования (подразд. 2.5) представлен ниже, в подразд. 4.2.

Гранулометрическая характеристика дробления кусков руды в слое между валками валкового пресса вычисляется с использованием эмпирической зависимости Бонда [35], где работа внешних сил, согласно

209

закону сохранения энергии, приравнивается величине потенциальной энергии деформации горной породы.

Численный эксперимент, подготовка и проведение которого представлены в настоящей главе, направлен на отработку теоретических аспектов практической работы валкового пресса в процессе рудоподготовки.

# 4.1. Построение конечно-элементной модели слоя руды между валками под давлением

Математическая конечно-элементная (КЭ) модель, приведенная ниже, предназначена для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) и плотности потенциальной энергии деформации каждого из кусков горной породы в слое между валками валкового пресса в процессе силового воздействия на них.

Построение КЭ модели включает следующие этапы:

1. Формирование геометрии модели, включающее способ хаотичного расположения кусков, определяемый их падением из накопителя.

2. Генерация сетки конечных элементов деформируемых тел (кусков руды и оборудования) в модели, а также генерация контактных конечных элементов (КЭВП) между ними.

3. Моделирование граничных условий кинематического закрепления и выделения симметричной части слоя руды и валков.

4. Моделирование действующей нагрузки в виде сжимающей силы и крутящего момента.

5. Задание свойств материалов горной породы с учетом масштабного фактора, а также свойств материала рабочих деталей валкового пресса и питателя.

Моделирование на всех представленных этапах осуществляется в декартовой трехосной системе координат.

Далее представлен каждый из этапов построения КЭ модели работы валкового пресса.

210

### 4.1.1. Создание геометрии конечно-элементной модели

В качестве геометрической формы кусков горной породы В моделируемом слое валкового пресса выбран правильный многогранник (рис. 4.2). Этот выбор обосновывается двумя основными обстоятельствами. Первое из них заключается в том, чтобы учесть в полной мере энергетику контактного воздействия между кусками руды, которые имеют некоторую своей поверхности. Кроме форма обусловлена угловатость того общепринятыми формами усредненных частиц горной породы после её дробления/грохочения, а именно круглого или квадратного сечения.



Рис. 4.2. Исходная геометрическая форма моделей кусков горной породы

Основной параметр размера многогранников определяется некоторым средним диаметром кусков руды на входе, варьируемым для модели в диапазоне от 5,0 до 40,0 мм.



Рис. 4.3. Общий вид загрузки горной породы в валковом прессе

Построение геометрической модели кусков горной породы, учитывая хаотичность их расположения между валками, осуществляется с применением анализа динамики падения кусков при загрузке валкового пресса (рис. 4.3). Процесс рассматривается при анализе воздействия гравитационных сил и сил трения.



Рис. 4.4. Падение куска руды и его соударение с другими кусками, моделируемое с применением программного комплекса MSC.Adams

Падение куска руды с определенной высоты и его соударение с другими кусками, уже упавшими в модели слоя валкового пресса, а также его установка (успокоение) в слое осуществляется математическим моделированием на основе решения уравнения динамики движения с применением программного комплекса MSC.Adams (рис. 4.4). При этом в решении учитывались параметры сил гравитации, трения и упругости горной породы. Силы сопротивления воздуха не учитывались.



Рис. 4.5 Зоны дробления горной породы в валковом прессе [83]

Слой частиц в валковом прессе моделируется до некоторой его высоты (рис. 4.5), которая определяется углом  $\alpha_0$  и обозначает зону С, – начала и продолжения активного силового воздействия на горную породу [83, 44] со стороны валков и, соответственно, процесса ее разрушения (дробления).



Рис. 4.6. Геометрическая модель части слоя руды с дроблением в валковом прессе

Остальная часть моделируется в виде некоторого тела массой верхней загрузки (питания) валкового пресса, расположенного в верхней части модели слоя. Силовое воздействие на эту деталь со стороны валков не используется.

Общий вид полной геометрической модели слоя руды рассматриваемой высоты в валковом прессе представлен на рис. 4.6. Кроме

тела 1 в верхней части, в модели также представлены: 2 – геометрия рабочей части валков, 3 – деформируемые куски слоя руды и 4 – нижняя мягкая подложка. Назначение и свойства подложки представлены ниже и определяются устойчивостью решения задачи анализа напряженнодеформированного состояния (НДС) рассматриваемого объекта.

На рис. 4.7 приведена геометрическая форма поперечного сечения слоя руды А–А (см. рис. 4.6). Симметричная часть модели (см. рис. 4.7) определяется постоянной толщиной слоя в 1 мм.



Рис. 4.7. Вид поперечного сечения А–А (см. рис. 4.6) геометрической модели слоя с постоянной толщиной (T = 1,0 мм)

#### 4.1.2. Генерация сетки конечно-элементной модели

Схема технологического процесса дробления кусков руды в валках под давлением представлена на рис. 4.1. На рис. 4.5 показана зона С активного силового воздействия на куски руды со стороны валков.

Модель геометрии (см. рис. 4.6) оборудования и разрушаемой руды построена в соответствии с основными данными по размерам рабочей части валкового пресса, а также той его части, которая участвует в процессе наибольшего силового воздействия валков, и в соответствии с уровнем интенсивного процесса дробления и, следовательно, деформирования породы.

Эта геометрическая модель и используется для дискретизации или построения сетки конечно-элементной (КЭ) модели, где основным типом КЭ, как представлено выше, является изопараметрический гексаэдр первого порядка аппроксимации (рис. 4.8).

Моделирование валков валкового пресса (2 – см. рис. 4.6), в отличие от модели монолитного слоя, представленной в подразд. 3.3 (рис. 3.43),

осуществляется с дополнительной дискретизацией (аппроксимацией) на конечные элементы части валков с рабочей поверхностью с последующим использованием на ней контактных конечных элементов для моделирования взаимодействия с породой (КЭВП).



Рис. 4.8. Общий вид сетки конечно-элементной модели слоя руды и валков в валковом прессе
Моделирование КЭ сетки нижней подложки аналогично, однако, согласно ее назначению, определяемому устойчивостью решения задачи анализа НДС рассматриваемого объекта, она имеет на порядок меньшие (в 10 раз) упругие и массовые характеристики материала по сравнению с материалом руды. Взаимодействие с кусками руды также осуществляется с применением КЭВП.

Моделирование КЭ сетки деформируемых кусков минеральных частиц в слое (3 – см. рис. 4.6) с использованием изопараметрического гексаэдра осуществляется с предварительной разметкой их геометрии в виде равностороннего многогранника. Представленная разметка предназначена для более точной аппроксимации процесса деформирования объекта и предполагает выделение центральной части объема руды и расположенных вокруг нее секторов, построенных относительно граней многогранника. Моделирование взаимодействия кусков руды между собой, с валками, подложкой и верхним телом также осуществляется с применением КЭВП.

Моделирование КЭ сетки пространства между разрушаемыми объемами не проводится.

### 4.1.3. Моделирование граничных условий конечно-элементной модели

Построение модели граничных условий кинематического закрепления в рассматриваемом подразделе аналогично представленному в подразд. 3.3, используемому при анализе НДС слоя руды без решения контактной задачи, где показано, что кинематическое закрепление используется двух типов.

Первое из них используется на опорах (осях) валков: левая из них (см. рис. 3.41, подразд. 3.3) закреплена по всем переносным степеням свободы (вдоль осей X, Y, Z), а также по двум поворотным (вокруг осей X и Y); оставлена только поворотная степень свободы вокруг оси шарнирной опоры (относительно оси Z); правая опора дополнительно имеет разрешенную степень свободы в направлении горизонтальной оси X (см. рис. 3.41).



Рис. 4.9. Схема соединения опоры валка и его рабочей части конечным элементом типа «жесткий»

Отличие для первого типа граничных условий, связанного с моделированием валков и их опор, заключается только в том, что зависимыми узлами конечного элемента типа «жесткий» являются узлы не слоя руды, а узлы рабочей части самих валков (рис. 4.9).

Второй тип граничных условий связан с выделением (вырезанием) участка симметричной части деформируемого слоя руды. Выделение участка проводится двумя плоскостями сечений слоя и рабочей части валков перпендикулярными оси шарниров. Размер участка по толщине выбран в 1 (один) мм. Для проверки достоверности моделирования слоя руды валкового пресса (вместе с рабочей частью валков) с использованием участка его симметричной части используются три варианта граничных условий.

Первый вариант граничных условий (рис. 4.10) выполнен по аналогии с представленным в подразд. 3.3 в виде закрепления степени свободы в направлении оси валка (Z) всех узлов КЭ модели на поверхности обоих сечений выделенного участка слоя.



Рис. 4.10. Граничные условия выделения симметричной части слоя и рабочей части валков с креплением улов в направлении оси Z с двух сторон

Второй вариант (рис. 4.11) выполнен аналогично первому, но закрепление узлов в направлении оси Z проведено только со стороны одного сечения участка, на другом сечении узлы свободны.



Рис. 4.11. Граничные условия выделения симметричной части слоя и рабочей части валков с креплением улов в направлении оси Z с одной стороны

Третий вариант (рис. 4.12) построен использованием С дополнительного решения контактной задачи. Одна поверхность симметричной части закреплена аналогично второму варианту граничных условий. Другая поверхность модели контактирует с телом, свойства материала закрепленным имеющим руды И С неконтактирующей стороны.



Рис. 4.12. Граничные условия выделения симметричной части слоя и рабочей части валков с креплением улов в направлении оси Z с одной стороны

Анализ достоверности представленного моделирования осуществляется по уровню изменения средней плотности потенциальной энергии деформирования в слое при одной и той же величине внешнего силового воздействия, представленного в подразд. 4.3.

# 4.1.4. Построение модели силового воздействия в конечно-элементной модели

Исходные данные реального валкового пресса, относительно которого выполняется моделирование его работы, представлены [44] в табл. 3.7, в подразд. 3.3. Там же, в соответствии с этими данными, приводится расчет величины внешнего силового воздействия (см. рис. 3.41) в виде сжимающей силы  $\overline{F}_{oces}$  и моментов на валках  $\overline{M}_{sp}$ , используемых в КЭ моделях рассматриваемой работы.

Моделирование передачи силового воздействия в валковом прессе проводится аналогично представленному в подразд. 3.3, где валки моделируются посредством специального конечного элемента (КЭ) типа «жесткий», независимый узел которого расположен на оси валка. Отличие заключается в том, что зависимые узлы располагаются не на модели самого слоя руды, а на части валков, содержащей их рабочую поверхность (см. рис. 4.9). В этом случае они представляются уже не как абсолютно жесткие тела, а с некоторыми упругими характеристиками материала стали.



Рис. 4.13. Моделирование силового воздействия при работе валкового пресса посредством КЭ типа «жесткий»

Со стороны правого валка (рис. 4.13) на деформируемую КЭ модель слоя руды жесткая связь, устанавливаемая между независимым на оси узлом и зависимыми узлами на рабочей части валка, осуществляется по трем переносным степеням свободы: ТХ, ТҮ и ТZ. Это позволяет моделировать силовое воздействие валка как в виде  $M_{\kappa p}$ , так и в виде  $F_{oceB}$ .

Со стороны левого валка (см. рис. 4.13) жесткая связь между независимым узлом на оси валка и зависимыми узлами на его рабочей части осуществляется только по двум переносным степеням свободы: ТУ и ТZ. В этом случае моделирование силового воздействия валка осуществляется только в виде М<sub>кр</sub>.

#### 4.1.5. Свойства материалов, используемых в конечно-элементной модели

Характеристики физических свойств материалов разрабатываемой в настоящем разделе КЭ модели представлены в табл. 4.1.

### Таблица 4.1

Объект	Модуль Юнга Е, МПа	Предел прочности на сжатие $\sigma_{\Pi}$ , МПа	Коэффициент Пуассона µ	Плотность материала ρ, г/см <sup>3</sup>
Горная порода	30 000	200	0.1	2,7
мест. Нурказган				
Валки	210 000	800	0,3	7,81
Нижняя	42 000	2	0,3	7,89
подложка				

Свойства материалов, используемых в конечно-элементной модели

Пространство между объемами породы моделируется с помощью контактных элементов взаимодействия.

#### 4.2. Алгоритм решения математической задачи

Алгоритм оперативного использования разработанной методологии в практике проектирования технологического процесса промышленного дробления руды имеет следующие этапы:

1. Построение конечно-элементной (КЭ) модели слоя руды в валках под давлением для данной (исходной), полученной экспериментально, гранулометрической характеристики взаимодействующих кусков руды.

2. Вычисление масштабного фактора упругих свойств материала, проводимое для каждого моделируемого куска руды в слое в зависимости от его размеров. Использование в КЭ модели.

3. Анализ КЭ модели с определением напряженно-деформированного состояния и потенциальной энергии деформации для каждого исходного куска руды представленного в МКЭ модели слоя.

 Определение коэффициента пропорциональности для его использования в теории дробления по Бонду для каждого моделируемого куска руды в слое.

5. Определение на основе принятой теории дробления средних размеров каждого из кусков руды на выходе технологического процесса в валковом прессе, его дробления (фрагментации) в слое.

 Построение теоретических кривых гранулометрии: продукта дробления руды – при определенной величине внешней силы.

7. Подбор величины внешней силы для перехода к пункту 1 – определению оптимального гранулометрического состава.

## 4.3. Анализ напряженно-деформированного состояния модели слоя и определение энергии упругой деформации

Геометрия слоя руды, сетки конечных элементов каждого из кусков идентична и модель силового воздействия в слое валкового пресса идентична.

Результаты изучения величины напряженно-деформированного состояния (НДС) в виде значений эквивалентных напряжений в руде и оборудовании и величины потенциальной энергии деформации кусков руды в слое относительно вариантов граничных условий выделения симметричной части приведены на рис. 4.14-4.19.

Результаты анализа картины напряженно-деформированного и энергетического состояния в валковом прессе показывают, что применение метода конечных элементов, реализующего контактную задачу теории упругости, позволяет выявить характер взаимодействия кусков руды в процессе дробления. Он показывает влияние кусков руды друг на друга в виде концентрации напряжений и энергоемкости на их границах.



Рис. 4.14. НДС симметричной части слоя руды в валковом прессе



Рис. 4.15. НДС симметричной части слоя руды в валковом прессе (приближение)



Рис. 4.16. Распределение плотности потенциальной энергии деформации руды в слое валкового пресса



Рис. 4.17. Распределение плотности потенциальной энергии деформации руды в слое валкового пресса (приближение 1)



Рис. 4.18. Распределение плотности потенциальной энергии деформации руды в слое валкового пресса (приближение 2)



деформации руды в слое валкового пресса (приближение 3)

Результаты определения величины потенциальной энергии деформации кусков руды в слое и оборудовании представлены на рис. 4.16- 4.19.

На рис. 4.20. представлена картина осевых напряжений в слое породы в валках под давлением, где выделен фрагмент слоя. На фрагмент отчетливо видно процесс разрушения породы, с точки зрения появления в ней предельных значений осевых напряжений.



Рис. 4.20 Картина сдвиговых напряжений в слое горной породы в валках под давлением, где дополнительно выделен фрагмент слоя



Рис. 4.21 Картина сдвиговых напряжений, с появлением в кусках руды предела упругости



Рис. 4.22. Эпюра максимальных нормальных напряжений по контуру куска горной породы.

На рис. 4.21 представлен фрагмент нижней части слоя породы в валках под давлением, где имеют место запредельные относительно

предела упругости значения напряжений. Относительно этой картины определяется величина накапливаемой потенциальной энергии деформации и, соответственно, размеры кусков на выходе породы, а также сам механизм разрушения кусков породы в валковом прессе.

Картина, представленная на рис. 4.22 показывает, что для каждого куска породы, выделенного из слоя породы валкового пресса, имеет место, как минимум 3 зоны концентрации напряжений по его контуру, показанных изменением цветовой палитры, в 2-х из которых напряжения близки к пределу прочности материала.

На рис. 4.22 представлены эпюры величины нормальных напряжений, возникающие по контуру этого куска породы в процессе его сжатия в слое валкового пресса. Картина наглядно показывает, что в местах концентрации наблюдается высокий градиент нормальных напряжений, что, в свою очередь, означает высокие параметры деформаций и, соответственно, напряжений сдвига.

Из наличия на рассматриваемом куске породы явно выраженной плоскости сдвига между двумя впадинами по нормальным напряжениям, следует, что разрушение куска горной породы наступит Такие градиенты наблюдаются раньше ожидаемого. же на большинстве разрушаемых кусках горной породы В слое под давлением.



Рис. 4.23. Поле максимальных нормальных напряжений, определяющих появление максимальных касательных напряжений.

На рис. 4.23, на примере одного из выделенных кусков породы, показан механизм появления максимальных касательных напряжений. Выделенная в любом месте куска породы элементарная площадка  $\Delta S$ (рис. 4.23, слева), подвергается деформированию со стороны соседних кусков породы в условиях всестороннего неравнокомпонентного сжатия контактными силами (Pi) (рис. 4.23, справа). Данные силы определяют появление максимальных сдвиговых (касательных) возникающих напряжений зависящих ΟТ, куске породы τ, В максимальных нормальных напряжений σ.

Таким образом, механизм разрушения материала в слое под давлением между валками основан на наличие концентраций нормальных напряжений.

#### 4.4. Методика и условия проведения полупромышленных испытаний

Цель проведения опытно-промышленных испытаний валкового пресса в корпусе дробления Жезказганской обогатительной фабрики – определение возможности использования методологии оценки разрушения руды в слое частиц под давлением, в частности достоверности полученной гранулометрической характеристики продукта дробления [50, 49, 97].

Для проведения экспериментов валковый пресс был установлен в корпусе дробления № 1 вместо четвертой стадии дробления. Исходным питанием дробилки являлась загрузка бункера главного корпуса (разгрузка третьей стадии дробления) с предварительно отсеянным классом –5 мм на вибрационном грохоте ГИТ 71 (рис. 4.24). Отсечки питания для дробилки производились шибером на пересыпках основных потоков. Крупность исходного питания дробилки 80% класса – 25 мм, максимальная крупность кусков 35 мм. Расчетными классами были приняты классы –1 мм и –0,074 мм, так как класс –0,074 мм является готовым для обогащения, а класс –1 мм – готовым для измельчения в шаровых мельницах.

Для проведения анализов отбирались пробы исходного питания в течке надрешетного продукта грохота и продукта валкового пресса на разгрузочном конвейере дробилки.

В исходном питании определялись влажность, гранулометрический состав, насыпная плотность, измельчаемость по методике, принятой на Жезказганской обогатительной фабрике.

Для определения измельчаемости исходное питание валкового пресса и его продукт предварительно подготавливались – дробились на лабораторных щековой и валковой дробилках до крупности – 2,6 мм, затем измельчались в лабораторной шаровой мельнице при равных условиях до 70–80 % класса –0,074 мм. По результатам строились зависимости класса –0,074 мм от времени измельчения. По графикам определялось время измельчения начальное и конечное для исходного питания и продукта валкового пресса, измельченных в шаровой мельнице для 60 % готового класса –0,074 мм.

Далее подсчитывалось время измельчения исходного питания и время измельчения в валковом прессе, из их соотношения определялся коэффициент измельчаемости К<sub>изм</sub>.

t изм исх=t исх кон - t исх нач; t изм РП=t РП кон - t РП нач; K изм=t изм исх/t изм РП.

В разгрузке валкового пресса определялся гранулометрический состав, насыпная плотность, плотность и толщина брикетов.

В каждом опыте фиксировались: зазор между валками, потребляемая электрическая мощность, токовая нагрузка, изменение давления в гидросистеме подвижного вала.

В ходе испытаний на Жезказганской обогатительной фабрике на валковом прессе перерабатывалась руда месторождения «Нурказган» – 6 опытов.



Рис. 4.24. Схема проведения полупромышленных испытаний

Результаты проведенных испытаний далее использовались при проектировании технологических схем и уточнении технических параметров необходимого типоразмера аппарата приведенные в таблице 4.2 (глава 5).

Анализы выполнялись в лаборатории обогащения руд Жезказганской фабрики.

Таблица 4.2

N⁰	Показатели	Значения
п/п		показателей
1	Производительность, т/ч	До 50
2	Скорость вращения валов, м/с	1,3
3	Диаметр вала, мм	1000
4	Ширина вала, мм	250
5	Максимальная крупность исходного питания, мм	40
6	Удельная сила, Н/мм <sup>2</sup>	2,14
7	Минимальный зазор, мм	10
8	Максимальный зазор, мм	40
9	Установленная электрическая мощность, кВт	190
10	Масса в сборе, т	25

Технические характеристики пилотного валкового пресса

#### 4.4.1. Результаты дробления руды месторождения Нурказган

На рис. 4.25 приведен гранулометрический состав исходного питания, поступающего в дробилку.

Плотность исходного питания – 2,7 г/см<sup>3</sup>, насыпная плотность фракции +5 мм после грохочения – 1,495 г/см<sup>3</sup>, влажность – 3,0 %.

Насыпная плотность дробленой руды в разгрузке валкового пресса составила 1,74–1,84 г/см<sup>3</sup>, плотность отдельных брикетов – 1,9–2,4 г/см<sup>3</sup>, толщина брикетов в среднем 20 мм.

Эксперименты были проведены при скорости 0,7 м/с, но на всем диапазоне давлений от 2450 до 14700 Н (от 1 до 6 МПа), результаты приведены в табл. 4.3, на рис. 4.26.

Из данных видно, что в разгрузке валкового пресса содержится от 50 до 55% класса –2,6 мм, 33–57 % класса –1 мм и 12–18 % класса –0,074 мм.



Рис. 4.25. Гранулометрический состав исходного питания (по «минусу») (месторождение Нурказган)

Давление на подвижный вал, МПа 4 МПа 3 МПа 5 МПа 1 МПа Фракция, мм 6 МПа 2 МПа Выход Выход Выход Выход Выход Выход Выход фракции, Выход фракции, Выход Выход фракции, фракции, фракции, Выход Выход фракции, % % по -, % % по -, % % по -, % по -, % % по -, % % по -, % 5,1 2,1 4,1 4,8 5,2 100 3,7 100 -16+12 100 100 100 100 26,5 94.9 26,7 30,7 29,8 -12+527,7 30,8 97,9 95,9 95,2 94,8 96,3 -5+2,6 15,8 15,2 13,7 13.6 10,4 68,4 13,5 71,2 65,2 65,4 67,1 65,5 16,9 -2,6+112,5 58,0 17,6 17,2 17,8 16,6 55.4 50 51.7 53.5 52 5,9 45,5 2,8 0,1 -1+0,591,1 0,1 1,1 37.8 33.1 34,5 35.7 35,4 -0,59+0,2111,4 39,6 12,8 15,9 15,6 16,8 15,7 35 33 33,4 35.6 34,3 5,3 -0,21+0,0749,2 28,2 4,2 6 6,3 6 22,2 17,1 17,8 18.8 18,6 -0.074+019,0 19,0 18 11,8 11,8 12,5 12,6 11,8 18 11,8 12,5 12,6 100 100 100 100 100 100 Всего 0 0 0 0 0 0

## Гранулометрический состав разгрузки валкового пресса на скорости вращения валов 0,7 м/с при различных давлениях подвижного вала на руде месторождения Нурказган

Таблица 4.3



Рис. 4.26. Гранулометрический состав разгрузки валкового пресса (выход по «-») при давлении 1-6 МПа

### Результаты измельчения исходной руды (месторождение Нурказган) и

### разгрузки валкового пресса в шаровой мельнице

Исходная руда, питание валкового пресса -35+5мм						
Класс, мм	Время измельчения					
		Выход расчетного класса крупности, %				
	Исходное	10 мин	15 мин	20 мин	25 мин	30 мин
-2,6+0,21	78,5	27,7	12,2	3,4	2,6	1,0
-0,21+0,074	9,5	35,9	42,2	38,7	31,8	21,6
-0,074+0	12	36,4	55,6	57,9	65,6	77,4
Итого	100	100	100	100	100	100,0
Р	азгрузка вал	ікового п	ресса, дав	ление 4900 H	I (2 МПа)	
		Врем	ия измельч	ения		
Класс, мм		Выход р	асчетного	класса круп	ности, %	
	Исходное	10 мин	15 мин	20 мин	25мин	30 мин
-2,6+0,21	63,6	11,5	4,7	2,6	0,8	-
-0,21+0,074	6,7	28,4	26,7	23,9	15,4	-
-0,074+0	29,7	60,1	68,6	73,5	83,8	-
Итого	100	100	100	100	100	100,0
Pa	Разгрузка валкового пресса, давление 12250 Н (5 МПа)					
Класс, мм		Время измельчения				
	Выход расчетного класса крупности, %					
	Исходное	10 мин	15 мин	20 мин	25мин	30 мин
-2,6+0,21	56,6	6,7	3,4	1,3	0,8	-
-0,21+0,074	15,4	37,6	35,2	26,3	22,2	
-0,074+0	28	55,7	61,4	72,4	77,0	-
Итого	100	100	100	100	100	100,0
Разгрузка валкового пресса, давление 14700 Н (6 МПа)						
Класс, мм	Время измельчения					

	Выход расчетного класса крупности, %					
	Исходное	10 мин	15 мин	20 мин	25мин	30 мин
-2,6+0,21	57,4	11,8	2,7	1,9	0,8	-
-0,21+0,074	15	38,7	32,8	30,8	22,8	-
-0,074+0	27,6	49,5	64,5	67,3	76,4	-
Итого	100	100	100	100	100	100,0
Разгрузка валкового пресса, давление 9800 Н (4 МПа)						
Класс, мм	Время измельчения					
	Выход расчетного класса крупности, %					
	Исходное	10 мин	15 мин	20 мин	25мин	30 мин
-2,6+0,21	59,6	13,8	5,9	2,8	1,3	-
-0,21+0,074	9,7	38,9	38,6	31,2	28,8	-
-0,074+0	30,7	47,3	55,5	66,0	69,9	-
Итого	100	100	100	100	100	100,0

Опыты по измельчению проводились по методике в лаборатории обогащения руд Жезказганской обогатительной фабрики. Результаты представлены в табл. 4.4 и на рис. 4.27.

При сравнении измельчаемости разгрузки валкового пресса с исходной рудой установлено, что измельчаемость материала после валкового пресса в среднем в 1,2 раза выше, чем исходной руды, максимальный коэффициент измельчения 1,45.



Рис. 4.27. Сравнение измельчаемости исходной руды месторождения Нурказган и измельченной на валковом прессе

# 4.5. Построение гранулометрической характеристики продукта дробления

Исходный гранулометрический состав руды месторождения Нурказган в слое представлен на рис. 4.28.



Рис. 4.28. Гранулометрический состав исходной руды месторождения Нурказган

План и результаты эксперимента изложены ранее.

Построение графиков гранулометрического состава, полученных на основе теоретического анализа, выполняется для каждого куска руды в слое на основе определения его потенциальной энергии деформации (табл. 4.5).

Построение гранулометрической характеристики производится следующим образом (Приложение 1):

1) исходные данные:

столбец 2 – исходный размер куска с диаметром D ср, мм;

столбец 3 – модуль Юнга, Е, МПа;

столбец 4 – предел прочности, σ, МПа, определяется расчетным методом по формуле Барона.

2) данные полученные при анализе НДС:

столбец 1- энергия деформации каждого отдельно взятого куска руды, W, Дж/мм3

3) расчетные параметры:

столбец 5 – k, коэффициент пропорциональности (энергоёмкости), МПа, определяется по формуле 3.6а;

столбец 6 – диаметр куска, получаемый из исходного куска руды, определяется расчетным методом по формуле 3.6, мм;

столбец 7 – диаметр куска с учетом толщины исходных кусков, мм;

столбец 8,9 – площади исходного и расчетного кусков соответственно,

для расчета количества получаемых кусков продукта дробления;

столбец 10 – количество кусков диаметром dcp получаемых при дроблении исходного куска диаметром Dcp, шт;

столбец 11 - класс, к которому относится полученный кусок;

столбец 12 – площадь остатка после дробления исходного куска;

столбец 13 – определение диаметра остатка;

столбец 14 – класс, к которому относится остаток;

столбец 15 – количество кусков в остатке, шт.

Гранулометрическая характеристика получена расчетным методом из НДС картины слоя частиц (подраздел 4.3). При этом анализируется НДС каждого куска в слое, после чего определяется энергия деформации каждого куска (подраздел 4.3). По формуле определяется прогнозный диаметр кусков

для каждого куска в слое:  $d = \frac{4k^2 \cdot D}{\left(W \cdot \sqrt{D} + 2k\right)^2}$ , где D – начальный размер

куска, мм; W – энергия деформации куска, Дж; k – коэффициент энергоемкости (подраздел 2.1.3).

Далее с помощью дополнительной программы подсчитывается прогнозируемое количество кусков, полученных из каждого начального диаметра, и записывается в массив, образуя тем самым гранулометрическую

характеристику продукта разрушения (табл. 4.9). Гранулометрическая характеристика дробленого продукта, полученная при проведении натурного эксперимента (см. подразд. 4.3), представлена в табл. 4.6.

Таблица 4.5

Гранулометрический состав разгрузки валкового пресса, натурный эксперимент

Фракция, мм	Выход фракции, %	Выход по "-", %
-16+12	5,1	100
-12+5	26,5	94,9
-5+2,6	10,4	68,4
-2,6+1	12,5	58,0
-1+0,59	5,9	45,5
-0,59+0,21	11,4	39,6
-0,21+0,074	9,2	28,2
-0,074+0	19,0	19,0
Всего	100	

Таблица 4.6

Гранулометрический состав разгрузки валкового пресса, расчетный

Фракция, мм	Выход фракции, %	Выход по "-", %
-16+12	7,87	100
-12+5	24,89	92,13
-5+2,6	12,83	67,24
-2,6+1	14,21	54,41
-1+0,59	7,56	40,2
-0,59+0,21	7,52	32,64
-0,21+0,074	8,02	25,12
-0,074+0	17,1	17,1
Всего	100	

На рис. 4.29 приведено сравнение гранулометрических характеристик дробленого продукта, полученного при натурном эксперименте и расчетным методом из модели.



Рис. 4.29. Сравнение гранулометрических характеристик продукта дробления по «-» руды месторождения Нурказган, полученных из натурного эксперимента и модели

Среднее квадратичное отклонение расчетной характеристики полученной из математической модели составляет 3,7 % от гранулометрической характеристики дробленого продукта полученной при натурном эксперименте.

#### 4.6. Выводы к главе

1. Построение конечно-элементной (КЭ) модели слоя руды в валковом прессе осуществляется с применением результатов, полученных на основе изучения точности и сходимости применяемого численного решения МКЭ относительно замкнутого аналитического решения и известных экспериментальных данных, полученных на образцах руды в поршневом прессе.

2. Результаты анализа в виде полей напряжений кусков руды в валковом прессе позволяют проводить анализ величины ее потенциальной энергии деформации. Вычисления производятся для некоторого мгновенного положения слоя руды при внешнем воздействии на него осевой силы и момента вращения со стороны валков.

3. Гранулометрическая характеристика дробленой руды в слое валкового пресса вычисляется с использованием эмпирической теории дробления Бонда, где работа внешних сил, в виде осевой сжимающей силы и момента, приравнивается к величине потенциальной энергии деформации руды, согласно закону сохранения энергии.

4. Построение геометрической модели слоя руды между валками выполняется при условии произвольного расположения в нем кусков. Процесс построения осуществляется посредством анализа динамики падения и укладки кусков руды при загрузке валкового пресса и рассматривается при воздействии гравитационных сил и сил трения.

5. Генерация КЭ сетки проводится как для деформируемых кусков руды в слое, так и для других элементов: части валков валкового пресса с рабочей поверхностью; тела в верхней части модели слоя, соответствующей весу загрузки питания валкового пресса; нижней подложки, предназначенной для устойчивости решения МКЭ. Моделирование КЭ сетки пространства между деформируемыми кусками руды осуществляется с помощью контактного элемента взаимодействия кусков.

6. Для построения модели граничных условий при решении задачи статической теории упругости используется кинематическое закрепление. Первое из них связано с моделированием опор роликов и передачей относительно них силового воздействия в валковом прессе. Второе граничное условие связано с выделением симметричной части слоя руды между валками и моделируется в сечениях, перпендикулярных оси валков.

7. Результаты анализа картины напряженно-деформированного и энергетического состояния руды в валковом прессе показывают, что применение метода конечных элементов, реализующего контактную задачу теории упругости, позволяет выявить характер взаимодействия кусков руды в процессе дробления, тем самым максимально приблизиться к изучению качественной и количественной картины изучаемого процесса.

8. Серия проведенных полупромышленных исследований на медной руде месторождения Нурказган подтвердила адекватность методологии оценки разрушения руды в слое частиц под давлением, реализуемой с использованием разработанной математической модели.

9. С помощью модели МКЭ и контактной задачи теории упругости твердых тел, а также эмпирической теории дробления руд получен прогноз теоретической гранулометрической характеристики продукта разрушения руды в слое частиц под давлением, подтвержденный экспериментальными данными.

## ГЛАВА 5. ПРОМЫШЛЕННОЕ ВНЕДРЕНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ РУДЫ В СЛОЕ ЧАСТИЦ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

Результаты проведенных исследований процесса дезинтеграции руды в слое частиц и в частности методология определения основных технологических параметров разрушения легли в основу следующих проектов горно-обогатительных предприятий: ЗАО ГРК «Западный» (Иркутская обл.), ГОК «Нурказган» (Республика Казахстан), ГОК «Васильковский» (Республика Казахстан).

5.1. Внедрение технологии разрушения руды в слое частиц под давлением на горно-обогатительном комбинате «Западный»

Обогатительная фабрика ЗАО «Горно-рудной компании «Сухой Лог» производительностью 1 млн т руды в год расположена в Бодайбинском районе Иркутской области. На фабрике впервые применено объемное разрушение золотосодержащей руды в валковом прессе.

С целью уменьшения эксплуатационных затрат на шаровое измельчение руды на стадии рудоподготовки предложено применение операции тонкого дробления с помощью валкового пресса, что позволяет получать дробленый продукт крупностью менее 1 мм. При проектировании и наладке валкового пресса давление на валок и скорость их вращения подобрано с использованием исследований, проведенных на выше представленной математической модели напряженного состояния кусков разрушаемой руды [60, 64].

Основанием для создания технологической схемы является заявка ЗАО «ГРК «Сухой Лог» на разработку технологии переработки руд месторождения «Западное» и технологического регламента на проектирование золотоизвлекательной фабрики.

Рекомендована технология гравитационного обогащения руд, обеспечивающая получение товарной продукции на месторождении «Западное» в виде золотосеребряного слитка и гравитационного 249 концентрата (промпродукт доводки «золотой головки»), направляемого на гидрометаллургическую переработку [43, 79].

В результате проведенных исследований по обогащению руд месторождения «Западное» рекомендуется технологическая схема, основанная на использовании валкового пресса и центробежных концентраторов [43].

Извлечение золота в концентрат ОФ по предлагаемой технологии составит 85% (74,97% в слиток и 8,5% в гравитационный концентрат). Извлечение золота из промпродукта (хвостов доводки гравитационных концентратов) гидрометаллургическим и пирометаллургическим способами по лабораторным исследованиям составляет: 95 % от операции и 7,99 % от руды [52].

Технологический регламент составлен на базе данных, полученных при технологических исследованиях пробы руды месторождения «Западное», выполненных ООО «ТОМС» в 2001 г. при участии автора.

Породы месторождения «Западное» представлены осадочными метаморфизированными образованиями алевропесчанистого, алеврослюдистого, слюдистого составов. Они имеют тонкослоистое строение с равномерным переслаиванием отдельных параллельных между собой слоев. Тонкоплитчатое строение сохраняется и в дробленом материале. Крепость руды по шкале М.М. Протодьяконова 8,5–10,  $\sigma_{max}$ =150 МПа,  $\tau_{max}$ =75 МПа.

Минеральный состав пробы относительно простой: главными минералами являются породообразующие минералы, кварц, карбонаты, слюды, глинистые минералы, углистое вещество и др. Содержание рудных и жильных минералов невысокое. Физикомеханические свойства руды представлены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Физико-механические свойства руды

Породы	Предел	Предел	Коэффициент
	прочности при	прочности при	крепости по
	одноосном	одноосном	шкале
	растяжении, МПа	сжатии, МПа	Протодьяконова,
			ГОСТ 21133.1–75
Углистые сланцы,	8,8–13,4 / 11,1	150	8,5–10
алевролиты			

# 5.1.1. Рекомендуемая технологическая схема переработки руды месторождения «Западное»

На основании исследований, проведенных ООО «ТОМС», по изучению технологических свойств руд месторождения «Западное» предложена технологическая схема их обогащения (рис. 5.1 и 5.2).

Рекомендуемая схема предусматривает процессы: дробления в щековой и роторной дробилках, тонкого дробления в дробилке высокого давления, измельчения фракции +0,071мм в шаровой мельнице, классификации в гидроциклонах, обогащения в центробежных концентраторах Нельсон и выделения шлихового золота. Гравитационная схема обогащения обеспечивает получение товарной продукции в виде слитка, гравитационного концентрата и забалансовых хвостов [43].

Основной принцип, заложенный в схему, – использование экономически выгодной технологии рудоподготовки при вскрытии ценного компонента и извлечение золота в гравитационных аппаратах с интенсивным центробежным полем и дополнительным разрыхлением материала водой.



Рис. 5.1. Технологическая схема узла рудоподготовки


Рис. 5.2. Технологическая схема обогатительной фабрики на месторождении «Западное»

# 5.1.2. Рекомендуемые параметры и режимы технологических операций стадии рудоподготовки

Дробление руды до 20 мм осуществляется в две стадии с переходом от 800 мм до 20 мм. Дробилка первой стадии работает в открытом цикле, загрузка осуществляется через колосниковый грохот шириной отверстий 200мм с колосника для повышения производительности щековой дробилки. Дробилка второй стадии вибрационным работает В замкнутом цикле с грохотом, предназначенным для предварительной и поверочной классификации. (см. рис. 5.1) [96].

Обязательна установка железоотделителя на конвейере для удаления скрапа перед второй стадией дробления.

Дробильное отделение работает в режиме, отличающемся от режима работы обогатительной фабрики. Для обеспечения независимой работы остальных цехов с получением максимально возможной производительности оборудования в схемах дробления предусматривается устройство склада дробленой руды (–20 мм).

Дробление руды крупностью 20 мм до крупности 1 мм осуществляется в дробилке высокого давления, имеющей высокие показатели по степени дробления (10–50).

Давление в гидроцилиндрах и скорость вращения валков аппарата подобраны исходя из исследований, проведенных на представленной выше математической модели напряженного состояния кусков руды, разрушаемых в нем.

Гранулометрическая характеристика для эффективной работы валкового пресса, а так же расчета производительности была подобрана по средствам методологии оценки технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением.

Стадия тонкого дробления работает совместно с цехом обогащения (табл. 5.2) [67].

Выделение дробленого продукта крупностью 1 мм осуществляется на высокочастотных грохотах «Деррик», оборудованных дополнительной вакуумной декой для обезвоживания надрешетного продукта.

# Таблица 5.2

Рекомендуемые параметры узла тонкого дробления

Показатели	Значения				
Тонкое дробление					
	Ленточный питатель				
	1ПТ-8				
Ширина ленты между бортами, мм	800				
Скорость движения ленты, м/с	0,18				
Установленная мощность, кВт	5				
Рекомендуемый тип и размер оборудования:	Валковый	пресс	RP5-		
Диаметр вала, мм	120/80				
Ширина вала, мм	1200				
Скорость вращения валков, м/с	800				
Степень износа футеровки, мг/т	1,1				
		15			
Размер куска исходного материала, мм	20				
Производительность по исходной руде, т/ч/т/сут	120/2880				
С учетом циркуляции, т/ч / т/сут	220/5200				
Ширина разгрузочной щели дробилки, мм	30				
Мощность электроприводов, кВт	554				
Грохочение					
Рекомендуемый тип и размер оборудования	Агрегат	сорти	ровки		
	ГИС-43				
Производительность с учетом циркуляции, т/ч /	220/5200				
т/сут					

Площадь грохочения, м <sup>2</sup>	6,375		
Число ярусов сит	2		
Размеры отверстий сит, мм	20; 5 (10)		
Мощность электродвигателя, кВт	11		
Тонкое грохочение и обезвоживание			
Рекомендуемый тип и размер оборудования	Высокочастотный		
	грохот «Деррик» DVS		
Производительность с учетом циркуляции, т/ч /	220/5200		
т/сут			
Площадь грохочения, м <sup>2</sup>	4,5		
Число грохотов	4		
Число ярусов сит	1		
Размеры отверстий сит, мм	1,0		
Мощность электродвигателя, кВт	1,5		
Транспортировка материала			
Рекомендуемый тип и размер оборудования	Ленточный конвейер		
	СМД-151-10, ДРО 569		
Число	3		
Ширина ленты, мм	800		
Длина ленты, мм:			
Загрузка в дробилку	18		
Загрузка на грохот	10		
Загрузка на дезинтеграцию;	16		
Мощность электродвигателя (одного	7,5		
конвейера), кВт			

По данным исследований удельная производительность шаровой мельницы по готовому классу составила 2,61 т/(м<sup>3</sup>·ч). С учетом часовой производительности фабрики – 120 т/ч, крупности питания –1 мм, с содержанием класса 0,071 мм 50% и использования

предварительной классификации рекомендуется установка двух шаровых мельниц с центральной разгрузкой размером 2,1х3.

На основе созданной методологии разработана технологическая схема тонкого дробления для обогатительной фабрики производительностью 800 тыс. т. руды в год, что позволило получить реальный экономический эффект в объёме 8540 тыс. руб. за два года эксплуатации (Акт ).

# 5.2. Внедрение технологии разрушения руды в слое частиц под давлением на горно-обогатительном комбинате «Нурказган»

Рекомендована и детально обоснована технология обогащения медной руды, обеспечивающая получение товарной продукции в виде медного концентрата. С целью уменьшения затрат на рудоподготовку предлагается применение операции тонкого дробления в дробилке высокого давления, позволяющей получать продукт крупностью менее 1,5 мм.

Извлечение меди в концентрат обогатительной фабрики по предлагаемой технологии составит 91% с содержанием меди 24%. Производительность фабрики 4500 тыс. т в год (14,4 тыс. т/сут).

### 5.2.1. Краткая характеристика исследовательских работ

Результаты исследований, проведенных ЗАО «Механобр инжиниринг» в 2002 г. Исследования выполнялись на двух керновых пробах руды 1-2002 и 3-2002, отобранных АО «Жезказгангеология» и содержащих: меди – 0,71 и 1,06 %, золота – 0,26 и 0,3 г/т и серебра – 1,16 и 4,5 г/т соответственно.

Изучен вещественный состав проб, который показал, что рудные минералы в основном представлены халькопиритом и пиритом, в меньшей степени борнитом, халькозином и блеклой рудой, порода представлена кварцем, полевыми шпатами, серицитом и хлоратом.

Для проб средневзвешенная величина индекса работы измельчения с учетом количества проб скважин составила:  $WI_{\text{шар.ИЗМ.}} = 21, 4 \frac{\text{KBT} \cdot \text{Ч}}{\text{T}}.$ 

Исследованиями по флотации руды установлено:

-оптимальный помол до 57-60% класса менее 0,074 мм обеспечивает извлечение меди 94,5-94,7% в грубый концентрат при применении извести, бутилового ксантогената и вспенивателя МИБК и продолжительности флотации 15 минут;

-для получения товарного концентрата с содержанием меди 23–27% необходимо доизмельчение грубого концентрата первой перечистки до 95% класса менее 0,074 мм и две последующих перечистки в известковой среде;

-балансовыми опытами в условиях замкнутой схемы и водооборота определены конечные технологические показатели обогащения испытанных проб руды. Из пробы 1-2002 получен медный концентрат с содержанием меди 27,2%, золота – 6,5г/т, серебра – 28,2 г/т при извлечении 93,3; 62,0 и 59,7 %, соответственно. Из пробы 3-2002 медный концентрат с содержанием меди 23,25%, золота – 4,2 г/т, серебра – 74,7 г/т при извлечении 93,3; 59,74; 70,9% соответственно.

Результаты полупромышленных исследований, проведенных ООО «ТОМС». Опытно-промышленные испытания валковой дробилки высокого давления RP 100/25 проводились в корпусе дробления Жезказганской ОФ-1. Испытания проводились с целью определения возможности применения тонкого дробления для руд месторождения «Нурказган» [97].

Крупность исходного питания дробилки 80% менее 25 мм, максимальная крупность кусков – 35 мм.

В ходе проведенных исследований установлено.

- При дроблении руд исходной крупности -35+5 мм в разгрузке валковой дробилки высокого давления содержится 54,6% класса менее 2,6 мм и 44% класса менее 1,5 мм.
- 2. В процессе дробления в дробилке валковый пресс происходит значительное разупрочнение руды. По результатам исследований измельчаемость класса менее 2,6 мм из разгрузки дробилки в 1,4–1,7 раза выше, чем подготовленной исходной руды той же крупности.
- 3. По результатам работы в замкнутом цикле с грохотом данная дробилка может эффективно заменить четвертую стадию дробления и первую стадию измельчения и обеспечить переход с крупности –35 мм до 1,5–2,6 мм в одну стадию. Содержание класса менее 0,074 мм в классах –1,5 мм и –2,6 мм составляет 35 и 28,2% соответственно.

# 5.2.2. Рекомендуемая технологическая схема переработки руды месторождения «Нурказган»

На основании исследований по изучению технологических свойств руд месторождения «Нурказган» предложена схема их обогащения (рис. 5.5).

Рекомендуемая схема переработки руд предусматривает следующие процессы:

- трехстадиальное дробление в щековой и конусных дробилках до крупности – 30 мм;
- тонкое дробление в дробилке высокого давления до крупности 1,5 мм;

- тонкое грохочение по классу 1,5 мм и обезвоживание на высокочастотных грохотах;
- измельчение в шаровой мельнице до крупности 55-60 % 0,074 мм;
- классификацию в гидроциклонах;
- основную, контрольную и первую перечистную флотации в пневмомеханических флотационных машинах;
- доизмельчение концентратов первой перечистной флотации до крупности 95% –0,074 мм;
- вторую и третью перечистную флотацию в пневматических флотационных машинах реакторного типа PNEUFLOT;
- сгущение медного концентрата в пластинчатом сгустителе;
- обезвоживание концентрата в дисковом вакуум-фильтре.

Основной принцип, заложенный в схему, – использование эффективной технологии рудоподготовки – разрушения руды в слое частиц под давлением при вскрытии ценного компонента и извлечение меди в пневмомеханических и пневматических машинах реакторного типа (Pneuflot) (рис. 5.3).



Рис. 5.3 Принципиальная схема флотации руды месторождения Нурказган

# 5.2.3. Расчет схемы дробления

Операции дробления применяются для подготовки полезного ископаемого к измельчению. Для выбора рациональной схемы дробления необходимо решить следующие вопросы: число стадий дробления, необходимость операций грохочения в отдельных стадиях дробления.

Число стадий дробления определяется начальной и конечной крупностью дробимого материала (исходная крупность – 1000 мм, конечная – 30 мм).

Общая степень дробления:  $S = D_1 / D_2 = 1000/30 = 33,3$ .

На первой стадии предусматривается установка передвижной щековой карьерной дробилки (LT160) для получения продукта крупностью –350 мм. Степень дробления в первой стадии составит 2,86.

На второй и третьей стадии используются конусные дробилки грубого и мелкого исполнения (HP800EC, HP800F). Дробилки работают в открытом цикле. Степень дробления для второй стадии составит 4,66, для третьей – 2,5.

Перед второй и третьей стадиями предусмотрено предварительное грохочение по классу 30 мм.

Технологическая схема дробления представлена на рис. 5.4.



Рис. 5.4 Технологическая схема дробления руды месторождения Нурказган

### Тонкое дробление

Дробленая до -30 мм руда подвергается операции тонкого дробления в дробилке высокого давления (валковый пресс). Классификация дробленых продуктов осуществляется по классу -1,5 мм на высокочастотных грохотах (рис. 5.5).

Основные преимущества дробилки высокого давления (валкового пресса) перед традиционным оборудованием для разрушения руды – дробилками (щековыми), мельницами самоизмельчения, мельницами полусамоизмельчения, мельницами шаровыми:

высокая производительность;

высокая степень дробления;

низкие удельные энергозатраты;

вновь образованные после валкового пресса внутренние деформации позволяют поднять производительность шаровых мельниц.

### Измельчение дробленой до -1,5 мм руды

По данным исследований средний индекс Бонда для исследуемых руд составил  $W_i = 21.4 \frac{\text{кBT} \cdot \text{ч}}{\text{т}}$ .

По результатам полупромышленных испытаний валкового пресса, проведенных на Жезказганской фабрике, установлено, что дробленая в валковом прессе руда в значительной степени разупрочняется в сравнении с традиционными методами рудоподготовки. Индекс чистой работы для разупрочненной руды составил:  $W_i = 21,4/1,65 = 12,97 \frac{\text{кBTч}}{\pi}$ .

Удельные затраты энергии на шаровое измельчение дробленого в валковом прессе продукта до крупности 55–60% –0,074 мм составят:

$$E_{u_{3M}} = \frac{10W_i \left(\sqrt{\frac{F_{80}}{P_{80}}} - 1\right)}{\sqrt{F_{80}}} = \frac{10 \cdot 12,97 \left(\sqrt{\frac{700}{155}} - 1\right)}{\sqrt{700}} = 5,51 \frac{\text{KBT} \cdot \text{H}}{\text{T}}$$

Чистая энергия, затрачиваемая на шаровое измельчение, составила: N=600·5,51= 3306 кВт, а установленная мощность: N<sub>уст</sub>=3306/0,85= 3889 кВт.

Требуемая установленная мощность может быть обеспечена мельницей МШЦ 5500х6500 (объем 140 м<sup>3</sup>) в количестве:

$$n = \frac{3889}{4000} = 0,97$$
, то есть 1 единица.

Для доизмельчения чернового медного концентрата до крупности 95% класса менее 0,074 мм принимается удельная производительность 0,55 т/(м<sup>3</sup>·ч) (согласно практике работы предприятий цветной металлургии).

Расчетный объем мельницы составит:

 $V = \frac{Q(0,95-0,65)}{q} = \frac{87,6\cdot0,3}{0,55} = 47,78 \text{ m}^3, \text{ которому соответствует}$ 

мельница МШЦ 3,6x5,5 с рабочим объемом 49 м<sup>3</sup> и установленной мощностью двигателя 1250 кВт.

Технологическая схема тонкого дробления и измельчения руд месторождения «Нурказган» приведена на рис. 5.5.



Рис. 5.5 Технологическая схема тонкого дробления и измельчения руды месторождения Нурказган

### 5.2.4. Рекомендуемые параметры и режимы технологических операций

#### Крупное и среднее дробление исходной руды

Дробление руды до 30 мм осуществляется в три стадии с переходом от 1000 мм до 30 мм. Щековая дробилка первой стадии работает в открытом цикле (табл. 5.3).

Для удаления готового класса и повышения производительности дробильного комплекса перед второй и третьей стадиями предусматривается предварительное грохочение по классу 30 мм. Дробилки этих стадий работают в открытом цикле.

Обязательна установка железоотделителя и металлодетектора с отсекателем на конвейере для удаления металлического скрапа перед второй и третьей стадиями дробления.

Производительность стадий дробления следующая:

первая стадия –1100 т/ч;

вторая стадия – 900 т/ч;

третья стадия дробления – 900 т/ч.

После первой стадии дробления предусматривается складирование части дробленой руды крупностью –350 мм (200 т/ч).

Вторая, третья стадии дробления (900 т/ч) и отделение измельчения, флотации (600 т/ч) работают с различной производительностью. После третьей стадии дробления предусматривается складирование части руды крупностью – 30 мм (300 т/ч).

### Тонкое дробление

Дробление руды крупностью 30 мм до крупности 1,5 мм осуществляется в дробилке высокого давления. Перед операцией дробления предусматривается предварительное грохочение по классу 10 мм (табл. 5.3).

Дезинтеграция и предварительная классификация разгрузки валкового пресса осуществляется в насосе и гидроциклоне.

Выделение дробленого продукта крупностью менее 1,5 мм и обезвоживание осуществляется на высокочастотных грохотах в две

стадии. Первая стадия – грохочение по классу –1,5мм, вторая – обезвоживание надрешетного продукта на грохотах с обезвоживающей декой.

Отделение тонкого дробления работает совместно с отделением обогащения (24 часа в сутки).

Таблица 5.3

Рекомендуемые параметры отделения тонкого дробления

Показатели	Значения			
Отделение тонкого дробления				
Производительность по исходной руде, т/ч /	600 / 14400			
т/сут				
Режим работы, ч/сут	24			
Число стадий дробления	1			
Степень дробления (в замкнутом цикле с	20			
грохотом)				
Предварительное грохочение по классу 10 мм				
Рекомендуемый тип и размер оборудования	Вибрационный грохот			
	HW USK 2,4x6,0			
Производительность, т/ч / т/сут	600 / 14400			
Площадь грохочения, м <sup>2</sup>	12			
Число ярусов сит	2			
Размеры отверстий сит, мм	10x10, 50x50			
Мощность электродвигателя, кВт	22,0			
Тонкое дробление				
Рекомендуемый тип и размер оборудования:	Дробилка высокого			
	давления RP16-180/210			
	1800			
Диаметр вала, мм	2100			

Ширина вала, мм	1,59
Скорость вращения валков, м/с	15–20
Степень износа футеровки, мг/т	
Размер куска исходного материала, мм	30
Производительность по исходной руде с учетом	1416 / 33984
циркуляции, т/ч / т/сут	
Ширина разгрузочной щели дробилки, мм	10–30
Мощность электроприводов, кВт	2x1500

# 5.2.5. Рекомендуемая схема цепи аппаратов

На рис. 5.5 представлена схема цепи аппаратов, включающая рудоподготовку, обогащение, измельчение и флотацию.

Руда из карьера экскаватором или автосамосвалом подается в самоходную щековую дробилку (1.1). После крупного дробления руда автосамосвалом доставляется на питатель (1.2) 2 и 3 стадий дробления. Избыток руды в количестве 200 т/ч разгружается в бункер-питатель (1.3).

Из бункера-питателя (1.3) руда конвейером (1.4) транспортируется на стакер (1.5), который формирует рудный склад дробленой руды –350 мм.

Дробленая руда через бункер-питатель (1.2) и конвейер (2.1) поступает на предварительное грохочение на вибрационном грохоте (2.5) по классу 30 мм. Надрешетный продукт крупностью +30 мм поступает на вторую стадию среднего дробления в конусной дробилке (2.6). Подрешетный продукт грохота (2.5) и дробленый материал дробилки (2.6) конвейером (2.7) транспортируются на предварительное грохочение на вибрационном грохоте (2.10) по классу 30 мм. После поверочного грохочения на грохоте (2.10) класс крупнее 30 мм направляется на стадию мелкого дробления в конусной дробилке (2.11). В целях предохранения дробилок от попадания металлических предметов, магнитных и немагнитных, ленточные конвейеры (2.1, 2.7) оборудованы железоотделителями (2.3, 2.8), металлодетекторами (2.4, 2.9). Для контроля производительности по переработке руды ленточный конвейер (2.1) оборудован весами (2.2).

Подрешетный продукт грохота (2.10) и дробленый материал дробилки (2.11) с конвейера (2.12) разделяется на конвейеры (2.13) и (2.15). С конвейера (2.13) руда пересыпается в бункер-питатель (2.14), который дозирует подачу руды на конвейер (3.1).

Конвейер (2.15) подает материал (300 т/ч) на стакер (2.16), который формирует склад дробленой руды -30 мм. Конвейер (3.1) транспортирует руду в главный корпус на вибрационный грохот (3.3). На дробленую конвейере (3.1) для замера производительности и фиксирования перегрузки установлены конвейерные весы. Надрешетный продукт грохота (3.3) посредством конвейеров (3.4) и (3.5) подается на дробление в валковый пресс (3.9). Для определения полной нагрузки на валковый пресс ленточный конвейер (3.5) оборудован весами (3.6), а также для предотвращения попадания металла в дробилку железоотделителем (3.7) и металлодетектором (3.8). Из валкового пресса дробленая руда разгружается конвейером (3.10) через вибрационный колосник (3.11) в зумпф (3.12) грунтового насоса (3.13). В зумпф подается дополнительная вода. Пульпа насосом (3.13) подается в гидроциклон (3.14). После дезинтеграции и классификации в насосе и циклоне пески направляются на грохочение и обезвоживание на грохотах (3.15, 3.16) по классу 1,5 мм. Надрешетный обезвоженный продукт крупностью +1,5 мм возвращается в валковый пресс для додрабливания.

Подрешетный продукт грохотов (3.15, 3.16) крупностью –1,5 мм и слив гидроциклона (3.14) насосом (3.18) подаются в батарею гидроциклонов (3.19) на классификацию. Батарея работает в замкнутом цикле с шаровой мельницей (3.20). Слив батареи циклонов (3.19), содержащий 55-60% класса –0,074 мм, направляется на основную флотацию в пневмомеханические

флотомашины (4.2). Хвосты основной флотации являются отвальными. Смешение с реагентами перед основной флотацией производится в контактном чане (4.1).

Концентрат основной флотации насосом (4.4) направляется для первой перечистной флотации в машинах (4.6). Хвосты первой перечистной флотации подвергаются контрольной флотации во флотомашинах (4.9). Хвосты контрольной флотации являются отвальными. Концентрат контрольной флотации возвращается в голову первой перечистной флотации насосом (4.11). Смешивание пульпы с реагентами перед I перечистной флотацией производится в контактном чане (4.5)

Концентраты перечистной флотации доизмельчаются в шаровой мельнице (3.24), работающей в замкнутом цикле с батареей гидроциклонов (3.23). Слив батареи циклонов, содержащий 95% –0,074 мм после удаления щепы на защитном грохоте (3.25) насосом (3.28) направляется на вторую и третью перечистную флотацию во флотомашинах (4.15) и (4.20) соответственно. Агитация с реагентами перед второй перечистной флотацией производится в контактных чанах (4.17, 4.18)

Кондиционный концентрат насосом (4.24) подается на сгущение в пластинчатом сгустителе (5.1). Слив сгустителя является оборотным и перекачивается в технологию насосом (5.10).

Пески сгустителя поступают в промежуточный чан (5.2) и насосом перекачиваются на обезвоживание в вакуум-фильтре (5.5). Насос может работать в частично замкнутом цикле со сгустителем (байпас) для обеспечения стабильной работы узла обезвоживания.

Фильтрат насосом (5.8) возвращается в сгуститель. Обезвоженный концентрат конвейером (5.6) направляется в склад концентрата и далее на погрузку в вагоны.



Рис. 5.5 Рекомендуемая схема цепи аппаратов обогатительной фабрики для переработки руды месторождения "Нурказган"

# **5.3.** Внедрение технологии разрушения руды в слое частиц под давлением на горно-обогатительном комбинате «Васильковский»

Для фабрики рекомендована и обоснована технологическая схема, основанная на гравитационно-флотационном обогащении руды с последующей гидрометаллургической переработкой объединенных концентратов. Расчет водно-шламовых и качественно-количественных показателей выполнен для фабрики производительностью 8000 тыс. т в год (1025 т/ч).

## 5.3.1. Физико-механические свойства руды

Плотность руды 2,5 г/см<sup>3</sup> для пробы №1 и 2,61 г/см<sup>3</sup> для пробы №2. Насыпная плотность – 1,66 г/см<sup>3</sup> и 1,63 г/см<sup>3</sup> для проб №1 и №2 соответственно. Рабочий индекс измельчаемости Бонда в шаровой мельнице для руды проб №1 и №2 составил соответственно 17,03 и 16,99 кВт·ч/короткую тонну. Рабочий индекс измельчаемости Бонда в стержневой мельнице для пробы №1 составил 14,7 кВт·ч/короткую тонну. Индекс абразивности Бонда составил 0,45–0,6 г. Руды можно характеризовать как значительно абразивные и существенно упорные к процессу измельчения.

Таблица 5.4

Показатели	Значение	Комментарий
Предел прочности на	100–140	Руда крепкая
сжатие, МПа		
Индекс абразивности Бонда,	0,45–0,6	Существенно
гр.		абразивная
Индекс стержневой	14,7	Упорная к измельчению
мельницы Бонда, кВт·ч/кор.		
тонну		
Индекс шаровой мельницы	16,99–17,03	Упорная к измельчению
Бонда, кВт·ч/кор. тонну		

# 5.3.2. Рекомендуемая технологическая схема переработки руды месторождения «Васильковское»

На основании результатов технологических исследований руд месторождения «Васильковское», анализа проведенных НИР и мирового опыта работы золотоизвлекательных фабрик предложена схема, представленная ниже (рис. 5.8).

Основной принцип, заложенный В схему, использование экономически рациональной технологии рудоподготовки при вскрытии ценного компонента, извлечение золота гравитационном при И обогащении флотационном гидрометаллургическая переработка И полученных концентратов.

Рекомендуемая схема переработки руд месторождения «Васильковское» предусматривает следующие основные процессы:

Крупное дробление руды в карьере. Дробление в щековой дробилке руды крупностью менее 1000 мм до крупности 350 мм.

Транспортирование руды на фабрику конвейером (циклично-поточная технология, 1,5 км).

Среднее и мелкое дробление в конусных дробилках с предварительным грохочением перед третьей стадией по классу 30 мм.

Грохочение разгрузки конусной дробилки второй стадии по классу 30 мм.

Разрушение и разупрочнение дробленой руды в валковой дробилке высокого давления RP.

Шаровое измельчение в замкнутом цикле с гидроциклонами до крупности 90% –0,074 мм (двухстадиальная классификация).

Флотационное обогащение руды в цикле измельчения (межцикловая флотация на сливе классификации 60% – 0,074 мм).

Гравитационное обогащение песков контрольной классификации на центробежных сепараторах с периодической разгрузкой концентрата (KC-XD).

Флотационное обогащение (основная, контрольная и две перечистных операции).

Гравитационное обогащение хвостов флотации на центробежных сепараторах с постоянной разгрузкой концентрата в две стадии (KC-CVD).

Доизмельчение гравитационных и флотационных концентратов до 95% –0,045 мм.

Флотационное обогащение измельченных концентратов (селективная разделительная флотация, основная и две перечистных операции).

Гравитационное обогащение хвостов селективной флотации на центробежных сепараторах с непрерывной разгрузкой концентрата (КС-CVD).

Доизмельчение хвостов после селективной флотации и центробежной сепарации до 90% –0,004 мм.

Реакторное окисление тонкоизмельченного концентрата (хвостов селективной флотации и центробежной сепарации).

Гидрометаллургическую и пирометаллургическую переработку окисленных концентратов.

Сгущение хвостов флотации и гравитации.

#### Дробление исходной руды

Крупное дробление исходной руды до класса менее 350 мм осуществляется в руднике (мобильный дробильный комплекс). В настоящем технологическом регламенте стадия крупного дробления не рассматривается. Технология крупного дробления приведена на рисунке 5.6.

Вторая стадия дробления осуществляется в конусной дробилке Sandvik Н8800ЕС с переходом от крупности -350 мм до 50% -30 мм. Конусная дробилка работает В открытом цикле. Третья стадия дробления осуществляется в конусной дробилке Sandvik H8800EC с переходом от до -30 мм. крупности +30 мм Конусная дробилка работает С предварительным грохочением по классу 30 мм на грохоте Sandvik LF3070.



В отделение тонкого дробления

Рис. 5.6. Технологическая схема дробления руды месторождения «Васильковское» (8 млн т/год)

# Тонкое дробление и шаровое измельчение

Согласно данным технологических исследований, оптимальная конечная крупность измельчения составляет 90% –0,074 мм.

Для данных условий рекомендуется перед шаровым измельчением организация дробления и разупрочнения руды в валковой дробилке высокого давления – валковый пресс RP-16-170/180 (производство KHD HUMBOLDT WEDAG).

Данную схему эффективно использует валковый пресс и позволяет получить до 15% класса –0,074 мм в разгрузке цикла тонкого дробления (рис. 5.7). Для данных условий работы подходит дробилка с диаметром валка 1700 мм и шириной валка 1800 мм. Диапазон изменения скорости валов 0,7 – 2,0 м/с. Диапазон изменения давления в зоне сжатия от 6 до 12 МПа, что соответствует нагрузке на руду в зоне сжатия 115–285 МПа.



Рис. 5.7. Технологическая схема тонкого дробления руды месторождения «Васильковское» (одна нитка 4 млн т/год)

### Выбор и расчет валкового пресса для тонкого дробления

Операция тонкого дробления руды в дробилках высокого давления позволяет получить в разгрузке 80% класса –7 мм и при этом снижает энергозатраты на последующее измельчение на 20%.

Суммарная нагрузка на валковый пресс с учетом циркуляции краев разгрузки –173% составит 1400 т/ч.

При крупности исходного материала, поступающего на валковый пресс –30 мм, и с учетом необходимой производительности, требуется дробилка с диаметром вала 1,8 м. Наиболее близкий по типоразмеру валковый пресс RPS-16-180/170 со скоростью вращения валков 1,88 м/с.

Производительность валкового пресса составит

 $Q = q \coprod_{B} \mathcal{A}_{B} V, T/\Psi,$ 

где q – удельная производительность дробилки (по данным практики 245 тс/м<sup>3</sup>ч); Ш<sub>в</sub> – ширина валка, 1,7 м; Д<sub>в</sub> – диаметр валка, 1,8 м; V – окружная скорость валка 1,88 м/с.

 $Q=245 \cdot 1, 7 \cdot 1, 8 \cdot 1, 88 = 1409 \text{ T/yac}$ 

Потребляемая мощность одного валкового пресса

 $M_{\Pi} = q_{\Im \Pi} Q, \kappa B T,$ 

где q<sub>эл</sub> – удельное энергопотребление на 1 т материала (по данным производителя 2,1 кВ·ч/т); М<sub>п</sub> =2,1·1400 =2940 кВт.

Установленная мощность одного валкового пресса:

 $M_y = M_{II}/0,867, \kappa BT,$ 

M<sub>v</sub> = 2730/0,867 = 3391 кВт.

Принимаем установленную мощность валкового пресса 2x1745 кВт.

Руда, поступающая в главный корпус, после операций тонкого дробления содержит 15% класса 0,074 мм. Исходя из результатов исследований, оптимальная крупность помола для сульфидной флотации составляет 90% класса 0,074 мм. С учетом индекса Бонда установленная мощность одной шаровой мельницы составит 9800 кВт.

Для данных условий работы рекомендуется шаровая мельница OUTOKUMPU 6,7x11,3 (2 шт.) или аналогичные, обеспечивающие требуемые энергозатраты на измельчение. Мельница работает в замкнутом цикле с гидроциклонами.

### 5.3.3. Схема цепи аппаратов

#### Схема цепи аппаратов отделения среднего и тонкого дробления.

Крупное дробление руды осуществляется в карьере на щековой дробилке. Руда из карьера крупностью – 350 мм подается конвейером (циклично-поточная технология). С конвейера ЦПТ руда разгружается на конвейер 1.1 и далее на открытый склад дробленой руды. Со склада дробленой руды материал при помощи питателей 1.2 поступает на ленточный конвейер 1.3 и далее на конвейер 1.4. Конвейер 1.4 оснащен железоотделителем 1.4.1 и металлодетектором 1.4.2.

Конвейер 1.4 подает руду на конусную дробилку 1.5. Дробленый продукт разгружается на вибрационный грохот 1.6. Надрешетный продукт грохота поступает в конусную дробилку 1.7. Подрешетный продукт грохота и дробленая руда из дробилки разгружаются на конвейер 1.8.

Дробленая до крупности – 30 мм руда при помощи ленточного конвейера 1.8 подается на распределитель 2.1 и далее в накопительные бункеры 2.2. В нижней части бункеров установлены вибрационные питатели 2.3, при помощи которых руда разгружается на конвейер 2.4. Конвейер 2.4 оснащен железоотделителем 2.4.1 и металлодетектором 2.4.2. С конвейера 2.4 руда разгружается в бункер загрузки валкового пресса 2.5. Дробленая руда из валкового пресса при помощи делителя 2.5.2 распределяется на конвейеры 2.6 и 2.7. Для учета количества перерабатываемой руды ленточные конвейеры 2.6 и 2.7 оснащены весами 2.6.1 и 2.7.1.

Схема цепи аппаратов отделения измельчения, гравитации и флотации. С конвейера 2.7 руда поступает на измельчение в шаровые мельницы 2.8. Измельченная руда через установленную на мельницу бутару разгружается в зумпф 2.9 и насосом 2.10 подается в гидроциклоны 2.11 на классификацию. Пески классификации возвращаются в мельницу, а слив поступает на межцикловую флотацию 2.12. Концентрат межцикловой флотации насосом 2.14 направляется на I перечистную флотацию 3.5. Хвосты насосом 2.16 подаются на классификацию в батарейный гидроциклон 2.17. Слив циклона является готовым по крупности продуктом и самотеком поступает на основную флотацию. Пески гидроциклона 2.17 разгружаются в центробежный сепаратор 2.18. Хвосты сепаратора 2.18 самотеком поступают на доизмельчение в мельницу 2.8. Концентрат центробежной сепарации разгружается в зумпф с мешалкой 2.19 и насосом 2.20 направляется на тонкое измельчение.

Слив батарейного циклона 2.17, а также концентрат контрольной флотации 3.2 являются исходным питанием основной флотации 3.1. Хвосты основной флотации самотеком поступают на контрольную флотацию 3.2. Концентрат основной флотации объединяется с концентратом межцикловой и второй перечистной флотации и подается на первую перечистную 3.5. Хвосты первой перечистной флотации насосом 3.7 возвращаются на межцикловую флотацию 2.12. Концентрат контрольной флотации

возвращается на основную флотацию. Концентрат первой перечистной флотации поступает на вторую перечистную флотацию 3.8. Концентрат второй перечистной флотации насосом 3.10 подается в зумпф 3.20. Хвосты второй перечистки насосом 3.12 возвращаются на первую перечистку.

Хвосты контрольной флотации 3.14 насосом подаются В 3.15, распределительный зумпф ИЗ которого пульпа поступает В центробежные сепараторы с непрерывной разгрузкой концентрата 3.16. Концентрат сепаратора 3.16 перечищается на сепараторе 3.17. Хвосты центробежных сепараторов объединяются и направляются на сгущение. Концентрат сепаратора 3.17 насосом 3.19 подается в зумпф 3.20.

Объединенные в зумпфе 3.20 концентраты насосом 3.21 подаются на тонкое измельчение и цианирование.

Хвосты флотационного и гравитационного обогащения поступают на сгущение в радиальные сгустители 5.1. Пески сгустителей насосом 5.2 перекачиваются в хвостохранилище. Слив сгустителей 5.1 самотеком поступает в емкость оборотного водоснабжения и далее в технологический процесс.

Для сбора просыпов и проливов фабрика оборудована системой канав и приямков с дренажными насосами 2.23, 3.24, 3.25, 4.7, 4.15, 4.24, 4.26, 5.3.

Отбор проб из технологической схемы осуществляется пульповыми пробоотборниками 3.22, 3.23. Для контроля качества руды, поступающей на обогатительную фабрику, конвейер 2.7 рекомендуется оснастить станцией головного опробования.

Внедрение разработанной методологии определения технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц позволила сократить объём полупромышленных испытаний при проектировании технологических схем тонкого дробления горно-обогатительных комбинатов «Западный», «Нурказган» и «Васильковский».



Рис. 5.8. Схема цепи аппаратов обогатительной фабрики на месторождении «Васильковское»

Стоимость выполнения работ полупромышленных испытаний по измельчаемости руд с целью выбора оборудования узла тонкого измельчения для ГОКа «Нурказган» составила 2027 тыс. руб. Стоимость работ при реализации методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением для месторождения «Нурказган» составила 270 тыс. руб. При этом ожидаемый экономический эффект от применения методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением для месторождения «Нурказган» составил 1757 тыс. руб. Эффект получен за счет экономии средств на проведение полупромышленных испытаний.

Стоимость выполнения работ полупромышленных испытаний по измельчаемости руд для валкового пресса на ГОКе «Васильковский» 5285 тыс. руб. Экономический эффект от применения составила определения основных технологических методологии параметров слое частиц дезинтеграции руды В под давлением вместо полупромышленных испытаний валкового пресса по измельчаемости руды на «Васильковском» ГОКе составил 5053 тыс. руб. Запуск узла тонкого дробления на ГОКе «Васильковский» требует периода до 3 месяцев для выхода на проектные технологические показатели. Проектное извлечение 87%. составляет Применение методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением при вводе в эксплуатацию ГОКа «Васильковский» позволяет оптимизировать технологические показатели узла тонкого дробления, что приводит к сокращению сроков выхода на проектные технологические показатели на 2.2 месяца, при этом ожидаемый экономический эффект составил 39600 тыс. руб.

#### 5.4. Выводы к главе

1. На основе результатов теоретических и экспериментальных исследований впервые спроектирована и сдана в эксплуатацию золотоизвлекательная обогатительная фабрика производительностью 800 тыс. т. руды в год. Проектирование узла объемного разрушения руды в валковом прессе проводилось с использованием методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции, что позволило получить реальный экономический эффект в объеме 8540 тыс. руб..

2. По результатам исследований был спроектирован и запущен в эксплуатацию горно-обогатительный комбинат «Нурказган», с применением разрушения минерального сырья в слое частиц в валковом прессе RP-16-180/210. Производительность фабрики 4500 тыс. т в год. Ожидаемый экономический эффект от применения методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением для месторождения «Нурказган» составил 1757 тыс. руб.

3. Разработана технология, создан проект, запущена в эксплуатацию обогатительная фабрика производительностью 8000 тыс. т руды в год (две секции по 4000 тыс. т руды в год) на золоторудном месторождении «Васильковское». На ГОКе реализована технология разрушения руды в валковом прессе RP-16-170/180 в две нитки. Экономический эффект OT применения методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением вместо полупромышленных испытаний валкового пресса по измельчаемости руды на «Васильковском» ГОКе составил 5053 тыс. руб. Эффект от сокращения сроков выхода на проектные технологические показатели за счет применения методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением при вводе в эксплуатацию ГОКа «Васильковский» составил 39600 тыс. руб.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выполнен систематический анализ способов дезинтеграции руды, реализуемых В дробильно-измельчительных аппаратах перед ee обогащением. Выявлено, что одним из высокоэффективных современных способов рудоподготовки является способ дезинтеграции руды в слое частиц давлением. Показано, существует под что возможность развития существующих теорий дробления, применяемых для обоснования методик расчета энергетических затрат на дробление и измельчение.

2. Предложена концепция изучения процесса дробления горной породы, заключающаяся в применении современных технологий математического моделирования и использовании эмпирических зависимостей крупности кусков руды и энергетических затрат на разрушение, что позволяет проводить прогнозирование процесса до его натурной реализации в промышленном объеме.

3. Доказано влияния масштабного фактора на крепость кусков руды в зависимости от модуля упругости материала, что позволяет учитывать данный фактор при математическом моделировании напряженнодеформированного состояния кусков руды различного размера при дроблении.

4. Разработана математическая модель на основе метода конечных элементов С применением контактной задачи теории упругости, позволяюшая получить качественную И количественную картину напряженно-деформированного состояния И потенциальной энергии деформации кусков руды в процессе воздействия на них внешних силовых факторов.

5. Моделирование внешней нагрузки со стороны валков на слой породы в валковом прессе, в виде момента вращения и сжимающей осевой силы, с применением специального конечного элемента типа «жесткая вставка», а так же использованием определенного вида граничных условий

кинематического закрепления хорошо согласуется с экспериментальными данными, приведенными в работе.

6. Предложено определять гранулометрическую характеристику дробленой породы в слое частиц под давлением, используя эмпирическую теорию дробления Бонда, где работа внешних сил в виде осевой сжимающей силы и момента приравнивается к величине потенциальной энергии деформации породы, согласно закону сохранения энергии.

7. Установлено, что данная зависимость, определяемая теоретически, с высокой точностью согласуется с известными экспериментальными параметрами реального разрушения образцов при различном уровне энергетических затрат.

8. Результаты анализа картины напряженно-деформированного и энергетического состояния горной породы в валковом прессе показывают, что применение метода конечных элементов, реализующего контактную задачу теории упругости, позволило выявить характер взаимодействия кусков руды в процессе дробления, а именно: впервые был установлен механизм разрушения руды в слое частиц под давлением, основой которого является градиент нормальных напряжений, вызывающий сдвиг.

9. Серия проведенных полупромышленных исследований на медной руде месторождения Нурказган подтвердила адекватность предложенной методологии оценки основных технологических параметров дезинтеграции горных пород в слое частиц под давлением, реализуемой с использованием разработанной математической модели.

10. Экспериментально доказано, что с помощью модели МКЭ и контактной задачи теории упругости твердых тел, а также эмпирической теории дробления Бонда возможно проводить прогноз гранулометрической характеристики продукта разрушения руды в слое частиц под давлением.

11. Разработанная методология определения технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц позволила сократить объём полупромышленных испытаний при проектировании технологических схем

дробления горно-обогатительных комбинатов Нурказган тонкого И Васильковский, находящихся в данный момент в стадии эксплуатации. Ожидаемый экономический эффект получен за счет применения методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением составил соответственно 1757 тыс. руб. и 5053 тыс. руб. Данная методология позволяет сократить сроки выхода на проектные технологические показатели на 2.2 месяца при вводе в эксплуатацию ГОКа «Васильковский», ожидаемый экономический эффект 39600 тыс. руб. Проектирование узла объемного разрушения руды в валковом прессе на ГОКе «Западный» проводилось с использованием методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции и позволило получить реальный экономический эффект в объеме 8540 тыс. руб..

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев С.Е., Перов В.А., Зверевич В.В. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. 3-е изд., перераб. И доп. – М.:, Недра, 1980. – 415 с.

Артоболевский И.И. Теория механизмов машин / И.И.
 Артоболевский. – М.: Наука, 1975. – 640 с.

3. Ахмадеев Н.Х. Динамическое разрушение твердых тел в волнах напряжений / Н.Х. Ахмадеев. – Уфа: Изд-во Башк. науч. центра, Уральск. отд., 1988. – 168 с.

4. Барон Л.И. Определение свойств горных пород / Л.И. Барон. – М.: Госгортехиздат, 1961. – 172 с.

5. Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.

6. Блох М.В., Цукров С.Я. Об осесимметричном контакте тонких цилиндрических оболочек // Прикладная механика. – 1973.
-Т. 9. – № 11. – С. 23–28.

7. Галлагер Р. Метод конечных элементов: Основы. – М.: Мир, 1984. – 430 с.

8. Гийо Р. Проблема измельчения материалов и ее развитие: Пер.
с франц. Г.Г. Лунц. Под ред. канд. физ.-мат. наук Г.С. Холакова, –
М.: Стройиздат, 1964. – 112 с.

9. Дашко Р.Э. Механика горных пород: Учебник для вузов / Р.Э.
Дашко. – М.: Недра, 1987. – 264 с.

10.Дрёмин А.И. Результаты испытаний по дроблению неокисленных кварцитов Михайловского ГОКа в валковом прессе и их обогащению / А.И. Дремин, А.И. Перепелицын, В.С. Маргулис, В.И. Солнцев // Обогащение руд. – 1996. – №6. – С. 6–9

11.Елисеев В.А. Исследование процесса измельчения зерна ударом / Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. – Воронеж, 1962. – 20 с.

12. Жуковский Н.П. Новые методы технологических расчетов в обогащении / Н.П. Жуковский, А.С. Петров. – М.: Недра, 1969. – 264с.

13.Зарогатский Л.П. Применение инерционной дробилки при переработке алмазного сырья / Л.П. Зарогатский // Обогащение руд. – 1993. – № 4. – С. 4–7.

14.3енкевич О.С. Метод конечных элементов в технике / О.С. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 542 с.

15. Каменева Е. Е., Вайсберг Л. А. Возможности компьютерной рентгеновской микротомографии при исследовании физикомеханических свойств горных пород // Горный журнал, - М.: Издательство «Руда и Металлы», 2014.- № 9 - С.19-23

16.Климович В.У. К проблеме теории измельчения // Научн. тр./Омский институт инженеров ж.-д. транспорта. – 1964. – Т. 48. – С. 5–35.

17.Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров / Под общ. ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1977. – 831 с.

18.Кухлинг Х. Справочник по физике /Х. Кухлинг – М.: Мир, 1982. – 520 с.

19.Латышев О.Г. Разрушение горных пород / О.Г. Латышев. – М.: Теплотехник, 2007. – 672 с.

20. Лейбовиц А. Разрушение. Т.7. Ч.1. Неорганические материалы / А. Лейбовиц. – М.: Мир, 1967. – С.61–128.

21. Механика и разрушение горных пород // Сб. ст. АН ГССР, Ин-т горн. механики им. Г.А. Цулукидзе / Редкол.: К.С. Кучухидзе и др. – Тбилиси: Мецниереба, 1985. – 83с.

22.Миронов П.И. Перспективы применения измельчителей валкового типа / П.И. Миронов, А.С. Кязев, В.В. Чулков // Тр. ВНИИцементмашиностроения. – 1989. – № 32. – С. 28–41.
23. Можаровский Н.С., Овсеенко А.Б., Рудаков К.Н. Решение контактных задач методом конечных элементов // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1989. – № 6. – С.3–7.

24. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука, – 1980. – 254 с.

25.Новый роллер-пресс для месторождений кимберлитов в Канаде // Mining Magazine. – 1997. – №3. – С. 264.

26.Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов; Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 304 с.

27.Патцельт Н. Измельчение высоким давлением – задачи в новом тысячелетии / Н. Патцельт, Г. Кнехт, Э. Бурхардт, Р. Климовски // Доклады 7-й конф. операторов мельниц, Калгари, 2000 г. – С. 21–23

28. Протасов Ю. И. Разрушение горных пород. 3-е изд. — М. : Изд-во МГГУ, 2002. — 453 с.

29. Псаренко Г.С., Агарев В.А., Квитка А.Л., Попков В.Г., Уманский Э.С. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко. – Киев: Высшая школа, 1973.

30.Разрушение горных пород при статическом и динамическом нагружении // Сб. науч. тр. АН УССР. Ин-т геотехн. механики / Редкол.: Э.И. Ефремов и др. – Киев: Наукова думка, 1990. – 142 с.

31. Ревнивцев В.И. Селективное разрушение минералов /В.И. Ревнивцев, Г.В. Гапонов, Л.П. Зарогатский. – М.: Недра, 1988. –286 с.

32.Руппенейт К.В. Вероятностные методы оценки прочности и деформируемости горных пород / К.В. Руппенейт. – М.: Стройиздат, 1964. – 253 с.

33.Румпф Г. Об основных физических проблемах при измельчении // В кн.: Европейское совещание по измельчению, Франкфурт на Майне, 1962 / Труды Евр. совещ. по измельч.: Перевод Л.А. Ласточкина. – М.: Стройиздат, 1966. – 603 с. 34.Сергеев С.В., Овчиников А.В. Оценка масштабного эффекта белого писчего мела КМА // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Естественные науки / С.В. Сергеев, А.В. Овчиников – Белгород: Изд-во БелГУ. – 2012. Т. 18. – № 3. – С. 221–225.

35.Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы
/ Под ред. О.С. Богданова, А. Олевского. – 2-е изд. – М.: Недра, 1982.
– 366 с.

36.Справочник физических свойств горных пород Казахстана /Под ред. А. К. Курскева. – 2-е изд. – М.: Наука, 1992. – 268 с.

37.Ставрогин А.Н. Исследование предельных состояний и деформации горных пород / А.Н. Ставрогин // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1969. – №12. – С. 54–69.

38.Ставрогин А.Н. Прочность горных пород и устойчивость горных выработок на больших глубинах / А.Н. Ставрогин, А.Г Протосеня. – М.: Недра, 1985. – 271 с.

39. Ставрогин А.Н. Экспериментальная физика и механика горных пород / А.Н. Ставрогин, Б.Г. Тарасов. – СПб.: Наука, 2001. – 342 с.

40. Таггарт А.Ф. Справочник по обогащению полезных ископаемых. В четырех томах Т.1./ Отв. Ред. С. Е. Андреев. – Ленинград-Москва-Новосибирск : Изд. Научно-Техническое Горно-геологическое, 1933. - 990 с

41. Тарасов Б.Г. Энергоемкость процессов хрупкого разрушения горных пород: Дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук / Б.Г. Тарасов. – Л., 1983. – 233 с.

42. Ткаченко В.Г. Дислокационная теория формирования истинного разрушающего напряжения в области хрупкого перехода кристаллов. Т. 320, № 4. / В.Г. Ткаченко, И.Н. Максимчук, В.И. Трефилов // ДАН СССР. – 1991. – С. 873–876.

43. Федеев А.Б. Прочность и деформируемость горных пород / Ю.М. Карташов, Б.В. Матвеев, Г.В. Михеев, А.Б. Фадеев. М.: Недра, 1979. – 269 с.

44. Федотов П.К. Межчастичное разрушение руды. - М.: ООО «Геоинформмарк», 2011.- 136 с.

45.Федотов П.К. Снижение потребления энергии при использовании валкового пресса /П.К. Федотов, Б.А. Байбородин //Современные проблемы комплексной переработки природного и техногенного минерального сырья (Плаксинские чтения): Материалы международного совещания. – СПб.: Роза мира, 2005. – 383 с.

46.Федотов П.К. Применение МКЭ для создания модели напряженного состояния образцов горной породы /П.К. Федотов // Современные проблемы комплексной переработки природного и техногенного минерального сырья (Плаксинские чтения): Материалы международного совещания. – СПб.: Роза мира, 2005. – С.196–198.

47.Федотов П.К. Целесообразность применения валкового пресса в процессе рудоподготовки /П.К. Федотов //IV Конгресс обогатителей стран СНГ. Материалы конгресса. – М.: Альтекс, 2003. – С.50–51.

48.Федотов П.К. Дезинтеграция горных пород /П.К. Федотов // Современные методы переработки минерального сырья: Материалы Общероссийской научн.-практ. конф., 12–15 ноября 2003 г.– Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2004. – С.27–32.

49.Федотов П.К. Испытания пилотного валкового пресса RP 90/25 на различных типах руд /П.К. Федотов // Горный информационно-аналитический бюллетень. – М.: Изд-во МГГУ, 2004. – № 11. – С. 315–319.

50.Федотов П.К. Полупромышленные испытания валковой мельницы высокого давления /П.К. Федотов //Современные методы оценки технологических свойств труднообогатимого и

нетрадиционного минерального сырья благородных металлов и алмазов и прогрессивные технологии их переработки (Плаксинские чтения): Материалы международного совещания, г. Иркутск, 13-17 сентября 2004г. – М.: Альтекс, 2004. – 179 с.

51.Федотов П.К. Применение MSC/NASTRAN для создания модели разрушения руды в слое материала /П.К. Федотов // Перспективы развития технологии и автоматизации химических, пищевых и металлургических производств: Материалы докл. науч.-практ. конф., посвященной памяти С.Б. Леонова, 28–29 апреля 2004 г. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2004. – С.11–12.

52.Федотов П.К. Разрушение руды на валковом прессе /П.К. Федотов // Тез. док. науч.-прак. конф. «Пути решения актуальных проблем добычи и переработки полезных ископаемых». – Якутск: Изд-во ЯГУ, 2003. – С. 88–90.

53.Федотов П.К. Разупрочнение руд перед измельчением /П.К. Федотов // Тез. док. международного совещания «Направленное изменение физико-химических свойств минералов в процессах обогащения полезных ископаемых», г. Петрозаводск. – М.: Альтекс, 2003. – С. 31–32.

54. Федотов П.К. Моделирование процесса разрушения породы в валковом прессе / П.К. Федотов, К.В. Федотов // V Конгресс обогатителей стран СНГ: Сборник материалов. – М.: Альтекс, 2005. – С.76–78.

55.Федотов П.К. Эмпирическая зависимость предела прочности горных пород от размеров их кусков при дезинтеграции в поршневом прессе // Вестник ИрГТУ, - Иркутск: изд-во ИргТУ, 2014. - № 12.

56.Федотов П.К. Разрушение материала в валковых мельницах высокого давления // Горный информационно-аналитический бюллетень - М.: Изд-во МГГУ, 2004.- № 11 -С.315-319.

57.Федотов П.К. Процессы образования микротрещин – основа объёмного разрушения руды // Горный информационноаналитический бюллетень - М.: Изд-во МГГУ, 2010.- № 10 -С.392-395.

58.Федотов П.К., Пыхалов А. А. Численное моделирование процесса дробления породы в слое между прокатными валками под давлением // Современные технологии, системный анализ, моделирование, № 3(35), изд-во Иркутский государственный университет путей сообщения, 2012. - № 3. –С.21-27.

59.Федотов П.К. Разрушение руды в роллер прессе // Горный информационно-аналитический бюллетень - М.: Изд-во МГГУ, 2013.-№ 1. -С.193-204.

60.Федотов П.К. Методика определения осевой силы давления при разрушении в роллер прессе // Горный информационноаналитический бюллетень - М.: Изд-во МГГУ, 2013.- № 2 -С.225-228.

61.Федотов П.К. Основная причина снижения энергопотребления при разрушении руды в роллер прессе // Горный информационноаналитический бюллетень - М.: Изд-во МГГУ, 2013.- № 3 -С.309-314.

62.Федотов П.К. Эффективность разрушения руды с использованием традиционной технологии рудоподготовки в сравнении с применением объёмного разрушения руды // Горный информационно-аналитический бюллетень - М.: Изд-во МГГУ, 2013.-№ 4 -С.309-318.

63.Федотов П.К. Сравнение эффективности дезинтеграции руды в слое частиц и с применением традиционных аппаратов// Цветные металлы, - М.: Издательство «Руда и Металлы», 2013.- № 5 - С.19-23

64.Федотов П. К., Пыхалов А. А. Численное моделирование граничных условий и нагрузки в анализе напряженнодеформированного состояния породы в процессе её дробления между валками в роллер прессе // Современные технологии, системный 293 анализ, моделирование, изд-во Иркутский государственный университет путей сообщения, 2014. - № 4. –С.27-33.

65.Федотов П.К. Моделирование основных параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением // Горный информационно-аналитический бюллетень - М.: Изд-во МГГУ, 2014.-№ 4 -С.226-231.

66.Федотов П. К. Моделирование процесса разрушения руды в слое частиц под давлением // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых, Новосибирск, 2014. - № 4.

67.Федотов П.К. Опыт использования роллер пресса на месторождении Западное // Международный горно-обогатительный конгресс IMPC XXIV, Пекин, 24-28 сентября 2008 г.

68.Федотов П.К. Механизм разрушения руды в роллер прессе // Международный горно-обогатительный конгресс IMPC XXVI, Индия, Дели, 24-28 сентября 2012 г.

69.Федотов П.К. Моделирование гранулометрической характеристики продукта разрушения руды в слое частиц // Международный горно-обогатительный конгресс IMPC XXVII, Чили, Сантьяго, 20-24 октября 2014 г.

70.Федотов П.К. Анализ гранулометрической характеристики продукта разрушения образцов породы относительно их напряженнодеформированного состояния при дезинтеграции в поршневом прессе // Вестник ИрГТУ, - Иркутск: изд-во ИргТУ, 2014. - № 11.

71. Федотова Н.В. Технико-экономическое сравнение вариантов и выбор наиболее рациональной технологической схемы обогащения / Н.В. Федотова – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2000. – 20 с.

72. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов: В 2 т. / Отв. ред. В.Е. Панин; Рос. АН, Сиб. отд., Ин-т физики прочности и материаловедения. – Новосибирск: Наука, 1995. – 250 с.

73. Финкель В.М. Портрет трещины. – М.: Металлургия, 1989. – 46 с.

74. Хан X. Теория упругости. – М.: Мир, 1988. – 344 с.

75.Ханнанов Ш.Х. Кинетика дислокаций и точечных дефектов в процессе пластической деформации кристаллов // Физика металлов и металловедение. – 1991. – № 6. – С. 85–90.

76.Хапунов Э.А. Роль факторов нагружения в формировании селективного разрушения руд //Обогащение руд, - М.: Издательство «Руда и Металлы», 2011.- № 2 - С.27-33

77.Хопунов Э.А. Селективное разрушение минерального и техногенного сырья / Э.А. Хопунов // Екатеринбург: ООО «УИПЦ». – 2013. – 429 с.

78.Цигельный П.М, Левенсон Л.Б. Дробильно-сортировочные машины и установки. - М.: Гостоптехиздат, 1952. – 428 с.

79.Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC. Nastran for Windows / Д.Г. Шимкович – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с.

80. Ягодкин Г.И., Мохначев М.П., Кунтыш М.Ф. Прочность и деформируемость горных пород в процессе их нагружения. / Г.И Ягодкин. – М.: Наука, 1971. – 148 с.

81.Патент РФ № 2138338. Обогатительная установка / Федотов
К.В., Федотов П.К., Потемкин А.А. По заявке № 97102299; заявл.
21.02.97; зарег. 27.09.99, Бюл. № 27.

82.Патент РФ № 2288036. Валковая дробилка/ Федотов П.К., Байбородин Б. А.; зарегистрировано 27.11.2006г.

83.Alchossein H. Continuum modelling of granular rocks in high pressure rolls crushers. // Int. J. Rock Mech. a. Mining Sci. a Geomech. Abstr. - 1996. - Vol. 33, N 5. - P. 222.

84.Alsmann L. New Roller Press series characterized by enhanced realiability // Mineral Processing, 1996. №6. -p.469-475.

85.Apling A., Bwalya M. Evaluating high pressure milling for liberation enhancement and energy saving. // Minerals Engineering. - 1997. - Vol. 10, N 9. - p. 1013-1022.

86.Brachthauser M. Introduction of Roller Press Technology in Far East at "Asia Cement Corporation" in Taiwan as an Example // TIZ International POWDER-MAGAZIN, Vol. 113, No. 6, 1989.

87.Brachthauser M., Woolner M. Increasing the availability of highpressure roller mills by structural measures. // Zement-Kalk-Gips. - 1991. - Bd 44, N 2.-S. 93-96.

88.Briggis C.A., Berman R.A. An investigation of rock breakage and damage in comminution equipment. // Minerals Engineering. - 1996. - Vol. 9, N 5. - p. 489-497.

89.Brugan J. M. Operating experience in varied settings provides basis for optimum plant design and greatest potential savings // PIT&QUARRY, February, 1990.

90.Chang C.K., Brachthauser M. Resultados de operacion con presas de rodillos en Asia Cement Corporation, Taiwan. // Cement-Hormigon. -1991. - Vol. 62, N 691. - p. 230-240.

91.Douglas K., W. Fuerstenau. Energy optimization in high-pressure roll mil/ball mill hybrid grinding systems - Department of Materials Science and Miner Engineering University of California at Berkeley, CA 94720, USA, 1997.

92.Dunne R. High pressure grinding modelling // Randol Gold Forum'96, Conf.: Proc. – S1., 1996. - p. 55-59.

93.Dunne R., Goulsbra A., Dunlop I. High pressure grinding rolls and the effect on liberation: comparative test results. // Randol Gold Forum'96, Conf.: Proc. - S.l., 1996. - p. 49-54..

94.Ehrenraut G. Experience with a roller press in the Pellet Plant of Kuderemukh Iron Ore Company Ltd. // Mineral Processing, 2001. №10.p.469-476. 95.Evaluation of a high pressure roller press for faconite comminution. / Bleifuss R.L., Goetzman H.E., Benner B.R. et al // Annu. Meet. Minn. Sect., SME, 69th: Proc. - S.I., 1996. - p. 221-237.

96.Fedotov P., Fedotov K. Practical Experience Gathered with a Roller Press set up in the Gold Deposit "Zapadnoye" // Symposium of Minerals Engineering, Australia, 2004.

97.Fedotov K., Fedotov P. RP 90/25 Pilot Roller Press testing at Zhezkazgan concentrating plant (the Republic of Kazakhstan) // Symposium of Minerals Engineering, Australia, 2004.

98.Feige F. The influence of the roller diameter on the power consumption of high-pressure grinding rolls. // Zement-Kalk-Gips. - 1991. - Bd44,N 2.

99.Feige F., Beckum W. High-pressure grinding rolls on cement plants.// Zement-Kalk-Gips. - 1991. - Bd 44, N 2. - S. 35-37.

100.Fernandez M.J.J., Knobloch O. Wear protection for highpressure grinding rolls . // Cement-Hormigon. - 1991. - Vol. 62. -p. 23-27.

101.Fernandez M.J.J. Molienda hibridas combinada y final con el molino de cilindros en lecho de material. // Cement-Hormigon. - 1991. -Vol. 62, N 690. -p. 91-104.

102. Fuerstensu D.W., Kapur P.C., Gutsche O. Comminution of minerals in a laboratory-size, choke-fed high-pressure roll mill. // Mines carrieres: Tech. - 1994. - N 3-4. - p. 24-28.

103.Fuerstensu D.W. Modelling of choke-fed high-pressure roll mill. // Manufacturing Engineering. - 1993.- Vol. 117, N 1. - p. 33.

104. Furukawa T., Itoh M. Порошковая технология. // Kagaku Koge Chem. Industry. - 1990. - Vol. 14, N 7. - p. 597-606.

105. Ghorbani Y., Mainzal A.N., Petersen J., Kalala J.T., Becker M. Franzidis J-P. Use of x-ray computed tomography to quantify the diffrences in cracks and pores of sphalerite ore particles when comminuted using an hpgr and cone crusher for heap leach feed preparation // International autogenous grinding semiautogenous grinding and high pressure grinding roll technology, 2011 – p. 82-100.

106. Hans A. M., Kellerwessel H. High pressure particle bed comminution// E&Mj, 1996. № 2.- p.45-52.

107.Herbst J.A., Mular M.A., Pate W.T. and Qiu X. Detailed modeling of an HPGR/HRC for prediction of plant scale unit performance // International autogenous grinding semiautogenous grinding and high pressure grinding roll technology, 2011 - p. 46-67.

108. Kalala J.T., Dong H. and Hinde A.L. Using piston-die press to predict the breakage behaviour of hpgr // International autogenous grinding semiautogenous grinding and high pressure grinding roll technology, 2011 - p. 60-75.

109.Kellerwessel H.A.0M. High pressure particle bed comminution. State of the art, application, recent developments. // Engineering a. Mining J. - 1996. - Vol. 197, N 2. - p. 45

110.Kirsh J. Empleo de prensas de cilindros ea fabricas de cemonto del grupo Dyckerhoff. // Cement-Hormigon. - 1991. - Vol. 62, N 691. - p. 217-229.

111.Kupper D., Knobloch O. Finish grinding of cement with POLYCOM high-pressure grinding rolls. Pt 1. Investigation of mixtures clinker meal and sulphate agents. // Zement-Kalk-Gips. - 1991. - Bd 44, N 1. - S. 21-27.

112. Liu J., Schönert K. Modelling of interparticle breakage // International Journal of Mineral Processing, Vol. 44-45 (1-4) (1996) p. 101-115

113. Mason F. Are they grinding or milling? // Manufacturing Engineering. - 1997.- Vol. 118, N 3. - p. 52.

114. Mason F. Roller press // Mining enjineering, 1996. №3.

115. Mathiak H. The new grinding systems for the production of semi-finished cement products and slag cement installed at Readymix cement plant Dortmund // KHD SYMPOSIUM '92, 4th International Roller Press Symposium at KHD Humboldt Wedag AG Cologne, 14.10. to 16.10.1992

116. Mayerhauser D. The high compression roller mill. // Symposium at KHD. - 1990. - p. 75-100.

117. Mayerhauser D. Economical fine size reduction with the high compression roller mill. // Ceramic Forum Intern. - 1990. - Vol. 67, N 7/8. - p. 335-341.

118. MILL for fine grinding. // Chemie-Ingenieur-Technik. - 1996. -Bd 68, N 10. - S. 1202.

119. Morsky P., Klemetti M., Knuutinen T. A comparison of high pressure roller mill and conventional grinding // VTT Technical research centre of finlandmineral processing, Outokumpu, Finland

120. Nadolski S., Bamber A. S., Klein B. and Drozdiak J. Investigation into laboratory scale tests for the sizing of high pressure grinding rolls // International autogenous grinding semiautogenous grinding and high pressure grinding roll technology, 2011 – p. 161- 179.

121.New mill grinds exceedingly fine. // Ceramic Industry. - 1990. -Vol. 134, N 2. - p. 23.

122.Operational experience with wear protection for high-pressure grinding rolls. / Gudat J., Rieke-Zapp H., Schneider R. et al // Zement-Kalk-Gips Int. - 1997. - Vol. 50, N 7. - P. 384. Chem. Abstr. 1997 v. 127 N 193550

123. PAT. 2648366 France, МКИ В 02 С 4/02. Procede broyage fin de mineraux et brayeur pour la mise en oeuvle de ce procede / Durinck R., Lagache P., Cordonnier A. - № 8908165; Заявл. 26.06.89; Опубл. 21.12.90. 124. Paling A., Bwalya M. Evaluating high pressure milling for liberation enhancement and energy saving. // Minerals Engineering. - 1997. - Vol. 10, N 9. - P. 1013-1022.

125.Patzelt N. Methods of the safeguard for mill roller surfaces wear. // CementHormigon. - 1995. - Vol. 66, N 742. - p 143

126.Patzelt N., Knecht H., Beckum W. Baum, Case made for highpressure roll-grinding in gold // Mining enjineering, 1995. №6.

127.Plank F.W. Experience with a new method of grinding in the lime industry.// Zement-Kalk-Gips. - 1991. - Bd 44, N 2. - S. 63-69.

128. Powell M.S., Benzer H., Mainza A.N., Evertsson C.M., Tavares L.M., Potgieter M., Davis B. and Rule C. Transforming the effectiveness of the hpgr circuit at anglo platinum Mogalakwena // International autogenous grinding semiautogenous grinding and high pressure grinding roll technology, 2011 – p. 189- 195.

129. Sander U., Schonert K. Chattering in high pressure roller mills when feed with fine-grained materials. // Zement-Kalk-Gips Int. - 1998. - Vol. 51, N 10. - p. 558-569.

130. Saramak D., and Naziemiec Z. The analysis of mechanics of the high-pressure comminution process in HPGR // International mineral processing congress(impc) 2012 proceedings / New Delhi, India / 24 - 28 september 2012. – p. 138-145.

131. Saramak D., Tumidajski T. and Gawenda T. Methods of determination the particle size distribution of high-pressure grinding roll products // International mineral processing congress(impc) 2012 proceedings / New Delhi, India / 24 - 28 september 2012. – p. 167-176.

132. Schonert D. K. Economiser l'energie grace au broyage a haute pression./Mines et carrieres. Suppl/Techn/72/N14/FR/0.0.90/Φp./p. 11-15 133. Schönert K.The influence of particle bed configurations and confinements on particle breakage // International Journal of Mineral Processing, Vol. 44-45 (1-4) (1996)p.1-16

134. Schwechten D., Schonert K. Wet operation of high compression roller mills. - p. 443-457.

135. Strasser S., Seebach M., Burgan J. M., Jorgensen S. W., PaliardM.. A Close look at roll presses // Rock Products, May, 1989.

136. Westermeyer C. P., Planta J., Cordes H. Operating experience with a roller press at the Los Colorados iron ore dressing plant in Chile // Mineral Processing, 2000. №11.-p.497-505.

137. Whan's new: milling and grinding. // American Ceram. Soc. Bull. - 1998. - Vol. 77, N 2. - p. 48-49.

138. William J. K. Improving ball mill performance with a roll crusher // PIT&QUARRY, March, 1988.

139. Yamada Y. Техника получения сверхтонких частиц. // Kikai Sekkei - Machine Design. - 1990. - Vol. 34, N 12. - p. 100-108. ПРИЛОЖЕНИЕ

иићамофар вилондо Энергия деформации М. Дж/ww <sub>3</sub>	, D <b>ИСХОДНЫЙ ДИАМТР</b>	<b>иодуль упру</b> гости Е, МПа	ение аннаживение 216.52 * у <u>50</u> Отах, МПа	и к, МПа	$\frac{4k^2D}{(W\sqrt{D}+2k)^2}$ dcp, мм	из кусков	<mark>еретогі в класка 1415 * D<sup>2</sup> 4 S исх, кв.мм</mark>	водания во	Z 2011 Количество кусков диаметром dcp (целая часть)	Класс к которому относится кусок	Статок после Остаток после разделения исходного куска кусков кусков маметром dcp Хисх кв.мм	Диаметр камня из остатка Если в остатке один камень Если в остатке несколько камней $\sqrt{\frac{S_{007}*4}{3,1415}}$ $\sqrt{\frac{S_{007}/N_{007}*4}{3,1415}}$ doct, мм	Класс остатка	Количество кусков в остатке
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11*	12	13	14*	15
2,18871E+00	3	173697	553,071061	0,880520673	0,301828719	0,053935	7,068375	0,002284643	3093	6_1	0,001972727	0,050118137	1	1
1,92766E+00	3	173697	553,071061	0,880520673	0,357721546	0,06707427	7,068375	0,003533369	2000	6_1	0,001637258	0,045658327	1	1
2,50351E-02	3	173697	553,071061	0,880520673	2,85754508	2,601469556	7,068375	5,315138291	1	6	1,753236709	0,066818503	1	500
4,44374E-01	6	137863	438,972792	0,69887175	1,896367608	0,186468003	28,2735	0,027307737	1035	6_2	0,009992277	0,112796002	2	1
1,33191E-02	6	137863	438,972792	0,69887175	5,729415601	4,616422577	28,2735	16,73740733	1	6	11,53609267	0,069972953	1	3000
2,57813E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,984843558	2,954873229	7,068375	6,857325732	1	6	0,211049268	0,051838615	1	100
1,18765E-02	6	137863	438,972792	0,69887175	5,757830312	4,741768861	28,2735	17,6586636	1	6	10,6148364	0,051991592	1	5000
3,36126E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,980262348	2,941366951	7,068375	6,794781402	1	6	0,273593598	0,18664417	2	10
4,82665E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,899771378	5,434399874	28,2735	23,19424583	1	7	5,079254173	0,046430227	1	3000
3,78220E-04	3	173697	553,071061	0,880520673	2,997769282	2,993315303	7,068375	7,036910132	1	6	0,031464868	0,200158677	2	1
4,41725E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,90817502	5,47920266	28,2735	23,57826263	1	7	4,695237374	0,063131282	1	1500
3,31065E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,980558108	2,942237048	7,068375	6,798801977	1	6	0,269573023	0,185267686	2	10
1,68715E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,964676807	5,792654067	28,2735	26,35313336	1	7	1,920366641	0,156370037	2	100
8,01116E-03	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,655900715	6,495042583	63,615375	33,13149844	1	7	30,48387656	0,069654883	1	8000
6,76752E-05	3	173697	553,071061	0,880520673	2,999600673	2,998802258	7,068375	7,062732068	1	6	0,005642932	0,084764475	2	1

К расчету гранулометрической характеристики дробленого продукта

## Приложение 1.

3,13989E-13	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	2,61959E-11	5,77535E-06	1	1
7,07179E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,854003278	5,198201175	28,2735	21,22184992	1	7	7,051650083	0,067002629	1	2000
8,49166E-04	3	173697	553,071061	0,880520673	2,994995147	2,985022941	7,068375	6,997975522	1	6	0,070399478	0,09467737	2	10
2,13940E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,955261256	5,738899912	28,2735	25,86630379	1	7	2,407196212	0,175072208	2	100
1,51610E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,991073135	2,973338525	7,068375	6,943297738	1	6	0,125077262	0,178470173	2	5
2,57664E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,946179307	5,687637661	28,2735	25,40627035	1	7	2,867229646	0,191070088	2	100
4,17141E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,975534228	2,927492075	7,068375	6,730828559	1	6	0,337546441	0,092713554	2	50
8,54316E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,824297003	5,051662122	28,2735	20,04221254	1	7	8,231287464	0,059106429	1	3000
3,77133E-04	3	173697	553,071061	0,880520673	2,997775689	2,993334482	7,068375	7,037000307	1	6	0,031374693	0,199871655	2	1
3,03654E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,936649198	5,634456997	28,2735	24,9333831	1	7	3,340116899	0,206225468	2	100
2,16470E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,987266305	2,962040937	7,068375	6,890634045	1	6	0,177740955	0,150437192	2	10
4,11006E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,914492425	5,513184923	28,2735	23,87163648	1	7	4,401863519	0,167403584	2	200
1,23104E-12	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	1,02699E-10	1,14352E-05	1	1
1,48350E-02	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,378129479	5,10296487	63,615375	20,45136171	3	7	2,261289873	0,169683488	2	100
6,30899E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,869493283	5,276693425	28,2735	21,86758371	1	7	6,405916292	0,063861203	1	2000
1,07349E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,993675129	2,981085245	7,068375	6,979524928	1	6	0,088850072	0,106362945	2	10
6,99127E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,855635508	5,206403849	28,2735	21,28887821	1	7	6,984621794	0,066683427	1	2000
7,28633E-04	3	173697	553,071061	0,880520673	2,99570479	2,987141996	7,068375	7,007914714	1	6	0,060460286	0,087739784	2	10
1,92504E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,959721357	5,764285181	28,2735	26,09564228	1	7	2,177857721	0,166523763	2	100
3,66597E-04	3	173697	553,071061	0,880520673	2,997837798	2,993520401	7,068375	7,037874484	1	6	0,030500516	0,197067522	2	1
3,85375E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,919771053	5,54178023	28,2735	24,11990932	1	7	4,153590679	0,162614143	2	200
4,47991E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,973736717	2,922234321	7,068375	6,706673236	1	6	0,361701764	0,151747582	2	20
6,87397E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,858014446	5,218387713	28,2735	21,38699454	1	7	6,886505456	0,059223069	1	2500
3,29385E-03	3	173697	553,071061	0,880520673	2,980656291	2,942525947	7,068375	6,800137195	1	6	0,268237805	0,082648781	2	50
1,27834E-02	6	137863	438,972792	0,69887175	5,739942193	4,662380657	28,2735	17,07231949	1	6	11,20118051	0,068949756	1	3000
6,67959E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,86195993	5,238338228	28,2735	21,55083718	1	7	6,722662824	0,053416017	1	3000
6,49340E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,865742791	5,257554999	28,2735	21,70924509	1	7	6,564254907	0,057820811	1	2500

5,15774E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	1,750874296	0,058485744	63,615375	0,00268644	23680	6_1	0,000480612	0,024737673	1	1
6,97801E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,855904294	5,207756149	28,2735	21,2999387	1	7	6,973561301	0,066630608	1	2000
4,21879E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,912255133	5,501120369	28,2735	23,76727374	1	7	4,506226259	2,395344378	2	1
1,93976E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,959414858	5,762536226	28,2735	26,07980921	1	7	2,193690789	0,167127982	2	100
3,09107E-02	6	137863	438,972792	0,69887175	5,399209714	3,41749261	28,2735	9,172595474	3	6	0,755713579	0,098093465	2	100
6,90887E-03	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,702064313	6,772609803	63,615375	36,02377178	1	7	27,59160322	0,059272048	1	10000
7,89368E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,837381787	5,115572309	28,2735	20,55254124	1	7	7,720958756	0,070110341	1	2000
5,61575E-02	6	137863	438,972792	0,69887175	4,973010269	2,371884698	28,2735	4,418391752	6	5	1,76314949	0,149832502	2	100
4,47392E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,90701073	5,472968157	28,2735	23,52463617	1	7	4,748863834	0,109969264	2	500
2,85194E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,940471694	5,65571299	28,2735	25,12186036	1	7	3,15163964	0,089586947	2	500
3,22733E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,932702363	5,612613721	28,2735	24,74043777	1	7	3,533062231	0,122454988	2	300
1,29089E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,972945048	5,84037649	28,2735	26,78913932	1	7	1,484360681	0,097211174	2	200
4,49751E-04	6	137863	438,972792	0,69887175	5,990553118	5,943651712	28,2735	27,74493923	1	7	0,528560773	0,082036841	2	100
8,17253E-12	6	137863	438,972792	0,69887175	6	5,9999999999	28,2735	28,27349999	1	7	9,71843E-09	0,00011124	1	1
2,16897E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,954646437	5,735411515	28,2735	25,83486763	1	7	2,438632373	0,176211655	2	100
1,81043E-03	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,92046545	8,32048102	63,615375	54,37182886	1	7	9,243546139	0,054243884	1	4000
4,79507E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	1,89705967	0,0668497	63,615375	0,003509749	18125	6_1	0,001183191	0,038814048	1	1
1,69231E-03	6	137863	438,972792	0,69887175	5,964569153	5,792035925	28,2735	26,3475093	1	7	1,925990696	0,110732106	2	200
3,17123E-13	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	2,64553E-11	5,80387E-06	1	1
6,13833E-02	6	137863	438,972792	0,69887175	4,891111229	2,216114935	28,2735	3,85710653	7	5	1,273754291	0,127351567	2	100
2,68697E-03	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,882336055	8,018813497	63,615375	50,50068839	1	7	13,11468661	0,052755142	1	6000
3,89001E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	2,352972474	0,097621074	63,615375	0,007484525	8499	5_2	0,004397999	0,074832286	2	1
2,00781E-13	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	1,67528E-11	4,61855E-06	1	1
1,47341E-13	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	1,22924E-11	3,95621E-06	1	1
2,24226E-12	6	137863	438,972792	0,69887175	6	6	28,2735	28,2735	1	7	2,6664E-09	5,82672E-05	1	1
1,37716E-13	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	1,14904E-11	3,82497E-06	1	1
5,01125E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	1,807813435	0,061663951	63,615375	0,002986344	21302	4_1	0,000285587	0,01906912	1	1

1,54442E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	4,729642244	0,461705252	63,615375	0,167419755	379	6_3	0,163287888	0,144191098	2	10
4,41281E-02	9	120435	383,4780557	0,610517786	7,325444177	2,305505438	63,615375	4,174547188	15	5	0,997167184	0,11267964	2	100
7,59732E-02	9	120435	383,4780557	0,610517786	6,391299849	1,253110993	63,615375	1,233264278	51	5	0,718896816	0,135303721	2	50
2,02989E-01	12	109422	348,4129359	0,554694549	4,495342903	0,162021228	113,094	0,020616783	5485	2	0,010942712	0,118038572	2	1
1,58195E-13	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	1,31974E-11	4,09927E-06	1	1
1,22613E-01	12	109422	348,4129359	0,554694549	6,275140725	0,383426955	113,094	0,115462871	979	3	0,055848993	0,084327483	2	10
1,58764E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	4,657659545	0,442348074	63,615375	0,153675755	413	3	0,147288245	0,136944788	2	10
4,73510E-02	9	120435	383,4780557	0,610517786	7,221892644	2,147774519	63,615375	3,622884128	17	5	2,026344831	0,160626849	2	100
2,99131E-10	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,9999999987	8,999999881	63,615375	63,61537332	1	7	1,68313E-06	0,001463932	1	1
8,96526E-11	12	109422	348,4129359	0,554694549	11,999999999	11,999999992	113,094	113,0939985	1	7	1,51967E-06	0,001391031	1	1
7,89022E-02	9	120435	383,4780557	0,610517786	6,314481011	1,194669401	63,615375	1,120914671	56	5	0,844153444	0,103674551	2	100
3,59906E-01	12	109422	348,4129359	0,554694549	2,660400902	0,057186838	113,094	0,002568439	44032	4_1	0,00049876	0,025200386	1	1
1,38172E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	5,016158297	0,547262626	63,615375	0,235216971	270	6_3	0,106792815	0,008245509	1	2000
1,06448E-10	12	109422	348,4129359	0,554694549	11,999999999	11,99999999	113,094	113,0939982	1	7	1,80437E-06	0,001515737	1	1
4,20738E-11	3	173697	553,071061	0,880520673	3	2,9999999999	7,068375	7,068374996	1	6	3,50997E-09	6,68518E-05	1	1
5,62484E-02	6	137863	438,972792	0,69887175	4,971567739	2,369035711	28,2735	4,407783833	6	5	1,826797004	0,15251291	2	100
1,45816E-01	12	109422	348,4129359	0,554694549	5,66587538	0,287215271	113,094	0,064787635	1745	3	0,03957651	0,100391099	2	5
1,19514E-10	12	109422	348,4129359	0,554694549	11,999999999	11,99999989	113,094	113,093998	1	7	2,02585E-06	0,001606072	1	1
9,58155E-12	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068374999	1	6	7,99335E-10	3,19026E-05	1	1
1,60953E-13	3	173697	553,071061	0,880520673	3	3	7,068375	7,068375	1	6	1,3431E-11	4,13539E-06	1	1
1,57442E-02	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,342130527	4,951897044	63,615375	19,25840368	3	6	5,840163956	0,049786702	1	3000
2,63166E-01	12	109422	348,4129359	0,554694549	3,615815462	0,101729471	113,094	0,008127756	13914	6_2	0,004405587	0,074896814	2	1
4,65495E-02	12	109422	348,4129359	0,554694549	9,147516506	1,593461933	113,094	1,994162102	56	5	1,42092226	0,134507538	2	100
1,65872E-02	12	109422	348,4129359	0,554694549	10,84725427	4,563856397	113,094	16,35840719	6	6	14,94355688	0,045979813	1	9000
2,94050E-02	21	90801	289,1222988	0,460301669	15,97968181	1,265368927	346,350375	1,257509875	275	5	0,535159444	0,082547336	2	100
5,59978E-03	9	120435	383,4780557	0,610517786	8,757369624	7,125994792	63,615375	39,88118682	1	7	23,73418818	0,065705184	1	7000
3,63150E-01	9	120435	383,4780557	0,610517786	2,513582499	0,110371619	63,615375	0,009567355	6649	6_2	0,002030403	0,050845505	1	1

2,92195E-01	21	90801	289,1222988	0,460301669	3,48576582	0,021104747	346,350375	0,000349814	990098	1	9,31095E-05	0,010888259	1	1
1,68757E-02	21	90801	289,1222988	0,460301669	17,8713598	2,748637231	346,350375	5,933513329	50	6	49,67470854	0,14520063	1	3000
2,60524E-02	33	78102	248,6852573	0,395920445	23,34257042	0,630069381	419,0839538	0,311783998	1344	4	0,046259795	0,108537124	2	5
нет КЭ	33		248,6852573				436,1894213	436,1894213			436,1894213	13,60624856	8	3

# \*К столбцу 11 и 14

*К столбцу 11 и 14						
Номер класса	Класс крупности, мм					
1	(00,074)					
2	(0,0740,21)					
3	(0,210,59)					
4	(0,591,0)					
5	(1,02,6)					
6	(2,65,0)					
7	(5,012)					
8	(1216)					

## Расчет экономического эффекта от применения методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением для месторождения «Нурказган».

Стоимость выполнения работ полупромышленных испытаний по измельчаемости руд в соответствие с договором №К-04/03-07 составила 65,4 тыс. долларов. (2027400 руб.), в т.ч.

-аренда оборудования КХD HYMBOLDT: RPSR 90/25 10800 \$ USA ;

-транспортные расходы Кельн-Джесказган 11052 \$ USA ;

-оплата специалистов КХД НУМВОLDТ: 43548 \$ USA.

Продолжительность полупромышленных испытаний составила 0,8 месяца, с учетом времени доставки 1,5 месяца.

Стоимость работ при реализации методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением для месторождения «Нурказган» составила 270307 руб. в т.ч.

- аренда программного обеспечения MSC MARK 0,8 месяцев 64307 руб.;

-заработная плата с начислениями 150 000 руб.;

-накладные расходы 56000 руб.

Продолжительность выполнения этапов работ при реализации методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением для месторождения «Нурказган» составила 0,8 месяца.

Ожидаемый экономический эффект от применения методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением для месторождения «Нурказган» составил 1757093 руб.

Приложение 3

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



2288036<sup>(13)</sup> C1



(51) MIIK

B02C4/02 (2006.01)

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ, ПАТЕНТАМ И ТОВАРНЫМ ЗНАКАМ

### (12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ

Г	Статус: по данным на 07.11.2014 - действует Іошлина: учтена за 10 год с 05.07.2014 по 04.07.2015
<ul> <li>(21), (22) Заявка: 2005120963/03, 04.07.2005</li> <li>(24) Дата начала отсчета срока действия патента: 04.07.2005</li> <li>(45) Опубликовано: 27.11.2006</li> <li>(56) Список документов, цитированных в отчете о поиске: SU 1338884 A, 23.09.1987. SU 1607936 A1, 23.11.1990. RU 2181309 C2, 20.04.2002. RU 2023506 C1, 30.11.1994. DE 1758913 A, 03.06.1971. US 4396158 A, 02.08.1983. FR 2819737 A, 26.07.2002.</li> </ul>	<ul> <li>(72) Автор(ы):</li> <li>Байбородин Борис Алексеевич (RU),</li> <li>Федотов Константин Вадимович (RU),</li> <li>Федотов Павел Константинович (RU)</li> <li>(73) Патентообладатель(и):</li> <li>Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования</li> <li>"Иркутский государственный технический университет" (ГОУ ИрГТУ) (RU)</li> </ul>
664074, г.Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Иркутский государственный технический университет	

#### (54) ВАЛКОВАЯ ДРОБИЛКА

(57) Реферат:

Изобретение предназначено для дробления хрупких материалов. Валковая дробилка включает корпус с бункером для подачи исходного материала, размещенные в корпусе с возможностью вращения навстречу друг другу валки, имеющие бандажи с режущими элементами, установленными так, что режущие элементы каждого валка расположены между режущими элементами другого валка с образованием зазора для прохода дробленого материала, при этом ширина режущих элементов одного валка больше ширины режущих элементов другого валка для образования различных по ширине зазоров для прохода дробленого материала, при этом валки установлены с возможностью изменения расстояния между ними. Дробилка позволяет увеличить выход дробленого продукта при минимальном его переизмельчении и сохранить целостность ценных компонентов. З з.п. ф-лы, 2 ил.





# промышленного внедрения технологии рудоподготовки на предприятии ГРК « Сухой Лог», месторождение «Западное»

При проектировании технологической схемы обогащения золотоизвлекательной фабрики ГРК «Сухой Лог», с участием сотрудников Иркутского государственного технического университета Потемкина Анатолия Алексеевича, Федотова Павла Константиновича, Макух Дмитрия Григорьевича, была разработана и внедрена в 2002 году энергосберегающая схема рудоподготовки.

Данная схема предусматривает применение в качестве основного способа разрушения руды – раздавливание, реализуемое с помощью мельницы высокого давления (роллер-пресса). Разрушению в роллер-прессе подвергается руда крупностью менее 20 мм.

Внедрение и эксплуатация разработанной схемы подготовки золотосодержащей руды к обогащению позволили выявить, по сравнению с традиционной схемой (с применением мельниц полусамоизмельчения), следующие ее преимущества:

- снижение расхода энергии на разрушение руды;
- разупрочнение частиц руды, поступающей на шаровое измельчение;
- сокращение переизмельченного материала;
- снижение материальных и трудовых затрат.

Фактическая экономия себестоимости с 2002 г. по 2004 г. от применения данной схемы рудоподготовки на месторождении «Западное», при объеме переработанной руды 500 тыс. т., составила 8540 тыс. руб. В том числе снижение затрат на электроэнергию составило 1707 тыс. рубг.

Генеральный директор ЗАО ГРК « Сухой Лог»

Jons.

А.В. Рожнов



#### AKT

внедрения «Методологии оценки технологических параметров процесса дезинтеграция руды в роллер-прессе» при проектировании технологической схемы рудоподготовки ГОК «Васильковский», республика Казахстан

02.02.2014 г.

В период с 04.2007 по 08.2009 г. при расчете и проектировании схемы рудоподготовки ГОКа «Васильковский», республика Казахстан, была использована «Методология оценки технологических параметров процесса дезинтеграции руды в роллер-прессе», разработанная Федотовым Павлом Константиновичем.

Основные типы оборудования и технологических операций заложенные в схему дробления ГОКа «Васильковский» следующие. После крупного дробления руды в карьере в щековой дробилке, руда крупностью - 350 мм конвейером (циклично-поточная технология) подается на открытый склад. Со склада дробленой руды при помощи питателей и конвейеров с производительностью 8 млн. тонн в год транспортируется в конусную дробилку. Дробленый продукт разгружается на вибрационный грохот, надрешетный продукт которого крупностью +30 мм поступает в конусную дробилку мелкого дробления, а подрешетный продукт крупность - 30 мм подается в накопительные бункеры. Из бункеров с помощью вибрационных питателей и конвейеров рудная масса крупностью - 30 мм подаётся в роллер-пресс.

Основное технологическое назначение роллер-пресса – максимально перевести рудную массу крупности -30 мм в класс крупности -5 мм с наименьшими удельными затратами энергии на разрушение и высокой производительностью по исходному питанию.

Применение методологии определения основных технологических параметров дезинтеграции руды в слое частиц под давлением (роллер-прессе)при вводе в эксплуатацию ГОКа «Васильковский» позволило оптимизировать технологические показатели узла тонкого дробления, что привело к сокращению сроков выхода на проектные технологические показатели ГОКа на 2.2 месяца.

АО «ТОМС инжиниринг»

Ожидаемый экономический эффект составия 39 млн. руб.

Генеральный директор «УК ТОМС Групп»



Петерб 199026 г. Санкт-Петербург В.О., 26-я линия, 15, к.2 e-mail: info@tomsgroup.ru

Управляющая

pynn

компания

Потемкин А.А.

тел.: +7 (812) 680 22 55 факс: +7 (812) 680 22 00 www.tomsgroup.ru