

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»  
(ФИЦ КНЦ РАН)

ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ КНЦ РАН  
(ГоИ КНЦ РАН)

*На правах рукописи*

Дмитриев Сергей Владимирович

РАЗВИТИЕ МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННО-  
ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С  
УЧЕТОМ КОНТАКТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СТРУКТУРНЫХ  
НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Специальность 2.8.6

Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная  
теплофизика

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
ведущий научный сотрудник к.т.н

. Семенова И.Э.

Апатиты 2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. ОБОСНОВАНИЕ ЦЕЛИ И ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	14
1.1 Актуальность проблемы учета неоднородностей в моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород .....	14
1.2 Классификация трещин и их параметры, оказывающие влияние на НДС массива горных пород.....	18
1.3 Объект исследования.....	25
1.4 Обоснование выбора метода исследований .....	27
1.5 Алгоритм метода конечных элементов для решения статической задачи теории упругости.....	37
1.6 Выводы по главе 1.....	46
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ.....	47
2.1 Применение контактного элемента для моделирования НДС на границах структурных неоднородностей .....	47
2.2 Контактный элемент Р. Гудмана .....	48
2.3 Прочностные характеристики контактного элемента.....	53
2.4 Модернизация алгоритма программного комплекса SigmaGT при введении контактных элементов .....	58
2.5 Проведение численных экспериментов с использованием контактных элементов в объемной постановке .....	65
2.6 Выводы по главе 2.....	68
ГЛАВА 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОЙ И ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИИ ОБРАЗЦОВ НА СДВИГ	69

3.1	Определение параметров жесткости трещины лабораторным испытанием на сдвиг.....	69
3.1.1	Образец №1: шонкинит с месторождения «Олений ручей».....	71
3.1.2	Образец №2: шонкинит с месторождения «Олений ручей».....	73
3.1.3	Образец №3: уртит с месторождения «Кукисвумчорр» .....	76
3.1.4	Образец №4: уртит с месторождения «Кукисвумчорр» .....	78
3.1.5	Образец №5: уртит с месторождения «Кукисвумчорр» .....	81
3.1.6	Образец №6: уртит с месторождения «Кукисвумчорр» .....	83
3.2	Моделирование напряженно-деформированного состояния приконтурного массива горных пород с учетом разгрузочных мероприятий.....	88
3.3	Выводы по первому этапу исследования .....	94
3.4	Оценка эффективности использования контактных элементов по поверхности контакта структурной неоднородности с заполнителем .....	96
3.4.1	Построение вариантов для численного моделирования.....	96
3.4.2	Результаты численных экспериментов.....	99
4.3	Выводы по второму этапу исследования.....	102
ГЛАВА 4. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЕТОМ СТРУКТУРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ .....		104
4.1	Вариант учета неоднородностей при моделировании в SigmaGT.....	104
4.2	Подход к сохранению регулярной сетки с внедрением контактных элементов .....	107
4.3	Методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей.....	115
4.4	Моделирование напряженно-деформированного состояния массива горных пород в окрестности выработки пересеченной трещиной.....	118
4.5	Выводы по главе 4.....	124
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....		126
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....		128
ПРИЛОЖЕНИЯ.....		139

ПРИЛОЖЕНИЕ А .....	139
Геомеханическая характеристика массива, включающего выработку подводящую к РС-6(-20/-100) .....	139
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	140
Фактическая геологическая характеристика выработки подводящей к РС-6(-20/-100) 140	
ПРИЛОЖЕНИЕ В .....	141
Акт о внедрении программного комплекса SigmaGT на руднике «Северный» АО «Кольская ГМК».....	141
ПРИЛОЖЕНИЕ Г .....	142
Отчет «Сопровождение и развитие экспертной системы SigmaGT» КФ АО «Апатит».....	142
ПРИЛОЖЕНИЕ Д .....	144
Отчет «Обновление программного приложения SigmaGT для моделирования напряженно-деформированного состояния пород в окрестности очистных работ» АО «СЗФК».....	144
ПРИЛОЖЕНИЕ Е.....	146
Отчет «Исследования напряженно-деформированного состояния массива горных пород и геомеханическое сопровождение горных работ на руднике «Северный» АО «Кольская ГМК», в соответствии с техническим заданием № 6-21ГУ» .....	146
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж.....	148
Отчет «Разработка и адаптация конечно-элементных моделей (в экспертной системе SigmaGT) для расчетов напряженно-деформированного состояния массива горных пород обрабатываемых месторождений» КФ АО «Апатит».....	148

## ВВЕДЕНИЕ

При ведении горных работ как открытым, так и подземным способом, негативным фактором является тенденция усложнения горнотехнических и горно-геологических условий. Интенсивность горных работ, воздействие тектонических напряжений, а также наличие разного рода и масштаба разломных структур требуют заблаговременного учета и анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) массива горных пород при геомеханическом обосновании и проектировании горных работ.

Ряд технологических проблем связан с процессами, происходящими на контактах и при взаимодействии различных материалов на границах сред. Сдвиг по структурным неоднородностям в нарушенном массиве представляет собой смещения блоков массива горных пород друг относительно друга, что может приводить к потере устойчивости элементов горной технологии. В рамках конечно-элементного анализа НДС с учетом геологических структур возможно применение специальных контактных элементов, позволяющих задавать прочностные параметры интерфейса между блоками.

Анализ работ по учету неоднородностей при моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород и существующих программ, основанных на численных методах, показал неполное решение данной задачи. Одним из возможных путей является дополнение разработанного в ГоИ КНЦ РАН программного комплекса SigmaGT, реализующего решение задач теории упругости методом конечных элементов в объемной постановке, возможностью моделирования контактов блочной среды специальными элементами. Причем, важным условием является возможность модификации алгоритма и создание узконаправленных инструментов для горного инженера и исследователя.

Методика регионального прогноза удароопасных зон, на основе результатов расчетов НДС в SigmaGT, является официально утвержденной и согласованной Федеральной службой по экологическому, технологическому и атомному надзору (Ростехнадзор) на рудниках КФ АО «Апатит» и АО «СЗФК». Программный

комплекс SigmaGT используется в службах прогноза и предупреждения горных ударов для оценки и прогноза напряженно-деформированного состояния массива горных пород как при годовом и перспективном планировании горных работ, так и при сложных ситуациях с отклонением от планов горных работ. Поэтому расширение функционала данной методики, совершенствование конечно-элементных моделей и максимальное их приближение к фактическим условиям ведения горных работ является, безусловно, актуальной задачей.

Таким образом, для увеличения адекватности результатов моделирования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород требуется учет не только прочностных характеристик вмещающего массива, но и сдвиговой составляющей, в частности нормальной и тангенциальной жесткости.

Разработка инструмента для учета влияния структурных неоднородностей на поле напряжений и создание соответствующих моделей НДС позволит проводить прогнозирование поведения нарушенного массива горных пород с целью долгосрочного геомеханического обоснования и планирования горных работ.

**Цель работы:** разработка метода учета структурных нарушений при объёмном моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород методом конечных элементов.

**Идея работы** заключается в определении диапазона эффективного использования объёмных контактных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния массивов скальных горных пород со структурными нарушениями.

**Объектом исследования** является массив горных пород с включением структурных нарушений.

**Предмет исследования** – контактные характеристики и их влияние на НДС нарушенного массива горных пород.

**Задачи исследования:**

1. Анализ литературных источников по методам численного моделирования напряженно-деформированного состояния горных пород и

особенностям поведения массива горных пород на контакте структурных неоднородностей;

2. Разработка алгоритма, обеспечивающего возможность расчета НДС с учетом неоднородностей, и его реализация в виде отдельного модуля программного комплекса Sigma GT;

3. Определение сдвиговых характеристик для образцов горных пород Хибинских месторождений;

4. Проведение численных экспериментов по расчету НДС в окрестности горных работ с учетом тектонической и техногенной нарушенности массива и анализ результатов моделирования для выявления особенностей распределения напряжений в окрестности моделируемой структуры;

5. Разработка методики моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей.

#### **Методы исследований:**

- анализ и обобщение научного и практического опыта по проблеме;
- использование математического аппарата механики твердого деформированного тела;
- лабораторные испытания образцов пород на сдвиг;
- двумерное и трехмерное численное моделирование геомеханических процессов методом конечных элементов;
- верификация разработанной методики на основе данных о фактическом состоянии массива горных пород.

#### **Научная новизна работы состоит в:**

1. разработке фиктивных контактных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния массива со структурными нарушениями, что позволяет сохранять регулярную конечно-элементную сетку;
2. определении параметров жесткости для закрытых трещин в образцах пород месторождений Хибинского массива.

3. установлении степени влияния соотношения упругих характеристик заполнителя и вмещающего массива на распределение напряжений в окрестности моделируемой разломной структуры;

4. подходе к учету влияния структурных неоднородностей с различным масштабом и типом заполнителя на перераспределение параметров поля напряжений участка массива горных пород.

#### **Практическая значимость работы:**

1. развитие подхода Р. Гудмана для трёхмерного случая, что позволило вывести матрицу жёсткости трёхмерного контактного элемента и расширить возможности объемного численного моделирования контактов в задачах геомеханики.

2. реализован инструмент, позволяющий производить оценку вероятности сдвига по значениям касательных напряжений и пространственной ориентировке площадок сдвига.

3. разработан алгоритм автоматизированного построения регулярной сетки конечных элементов для объектов горной технологии вблизи структурных нарушений горного массива.

4. определены усредненные значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива.

4. определен диапазон контактных характеристик, параметров структурной неоднородности и условий нагружения модели, при которых достаточным является задание элементам внутри структуры соответствующих упругих свойств.

5. разработанный подход к учету структурных неоднородностей при моделировании НДС массива может быть использован для оценки состояния массива при планировании и ведении горных работ.

#### **Научные положения, выносимые на защиту:**

1. Значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива составляют



$\bar{k}_n = 4.1 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и  $\bar{k}_s = 1.0 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$ . Коэффициент жесткости попадает в ранее установленный диапазон для аналогичного типа и масштаба нарушений. Модельное распределение напряжений указывает на существенное влияние закрытой трещины с определенными параметрами жесткости контакта.

2 Наиболее эффективным является учет контактных характеристик при моделировании НДС в окрестности структурной неоднородности, деформационные свойства которой отличаются от вмещающего массива не более, чем на порядок или в окрестности закрытой трещины без заполнителя. В противном случае использование контактных элементов на границах разнородных сред не является обязательным условием корректности геомеханических расчетов, так как изменения значений напряжений не превышают 10 %, что сопоставимо с точностью численного моделирования.

3 Методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей и сохранением регулярной сетки конечных элементов, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение напряжений.

#### **Личный вклад автора:**

1. постановка задач исследований;
2. разработка алгоритмов и программных модулей, позволяющих использовать объемные контактные элементы в структурированной сетке конечных элементов;
3. лабораторные испытания образцов на сдвиг и анализ полученных результатов для получения параметров жесткости закрытой трещины;
4. проведение расчетов напряженно-деформированного состояния массива пород методом конечных элементов;
5. анализ и обобщение результатов численного моделирования;
6. разработка методики моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей,

позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение напряжений.

### **Апробация работы**

Результаты исследований и основные положения работы докладывались на конференциях:

1. **4-ая молодежная тектонофизическая школа-семинар в Институте физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, 05-09 октября 2015 года.** «Применение численных методов для моделирования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород с учетом неоднородности»;

2. **VI школа молодых ученых «Геотехнология и обогащение полезных ископаемых», Апатиты, 19 ноября 2015 г.** «Решение задачи трехмерной визуализации расчетов напряженно-деформированного состояния массива горных пород»;

3. **X Всероссийская молодежная научно-практическая конференция «Проблемы недропользования» (Институт горного дела УрО РАН, ГоИ КНЦ РАН), Апатиты, 28-30 марта 2016 г.** «Применение численных методов для моделирования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород с учетом неоднородности»;

4. **VIII Конференция-школа молодых ученых «Геотехнология и обогащение полезных ископаемых» г. Апатиты, 16 ноября 2016 г.** «Визуализация тензора напряжений при решении упругой задачи методом конечных элементов»;

5. **Всероссийская научно-техническая конференция с участием иностранных специалистов «Информационные технологии в реализации экологической стратегии развития горнодобывающей отрасли», Апатиты, 10-12 октября 2017 г.** «Анализ главных касательных напряжений и площадок сдвига в объемной модели упруго деформируемого массива горных пород»;

6. **International european rock mechanics symposium, «EUROCK 2018», Санкт-Петербург, 22–26 мая 2018 года** «Evaluation of a potential shear in the vicinity of structural violations by calculation results of stress-strain state of the rock mass»;

**7. Молодежный форум «Молодая наука Арктики» и X Всероссийская конференция-школа молодых ученых и специалистов с международным участием в рамках VIII Международной конференции «Горнодобывающая промышленность Баренцева Евро-Арктического региона»: взгляд в будущее» - «МГПК БЕАР - 2018», Апатиты 14-15 ноября 2018 г. «Выбор оптимальной модификации контактного элемента для моделирования напряженно-деформированного состояния с учетом структурных неоднородностей массива горных пород»;**

**8. Всероссийская конференция-школа молодых учёных и специалистов «Развитие технологий добычи и обогащения месторождений полезных ископаемых» в рамках IX международной конференции «Горнодобывающая промышленность Баренцева Евро-Арктического региона: взгляд в будущее» (МГПК БЕАР 2019), Апатиты 12-13 ноября 2019 г. «Выбор оптимальной модификации контактного элемента для моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей»;**

**9. Mechanics and rock engineering, from theory to practice, Turin, Italy 20–25 сентября 2021 г. «The numerical modeling of heterogeneities by the finite element method in 3D setting»;**

**10. XV Всероссийская молодежная научно-практическая конференция «Проблемы недропользования» (с участием иностранных ученых), Екатеринбург-Апатиты-Хабаровск 09-11 февраля 2021 г. «Использование контактных элементов в структурированных сетках конечных элементов»;**

**11. Всероссийская научно-техническая конференция с участием иностранных специалистов «Цифровые технологии в горном деле», Апатиты 16-18 июня 2021 г. «Обеспечение гетерогенности сетки при внедрении контактных элементов в трехмерные модели напряженно-деформированного состояния»;**

**12. Шестая Международная конференция «Триггерные эффекты в геосистемах», Москва 21-24 июня 2022 г. «Оценка влияния контактных**

характеристик на напряженно-деформированное состояние моделируемого нарушенного массива»;

**13. Всероссийская научно-техническая конференция с участием иностранных специалистов «Прогноз и предупреждение удароопасности при ведении горных работ», Апатиты 27-30 сентября 2022 г. «Определение параметров межблоковых интерфейсов при моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород»;**

**14. 16-я Международная научная школа молодых ученых и специалистов, Москва 23-27 октября 2023 г. «Учет влияния параметров межблоковых интерфейсов нарушенного массива горных пород в методе конечных элементов».**

#### **Публикации:**

по теме диссертации опубликовано 11 печатных работ, из них 5 – в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

#### **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из Введения, четырех глав и Заключения, содержит 149 страниц машинописного текста, включая 73 рисунка, 48 формул, 17 таблиц и список использованной литературы из 110 наименований и 7 приложений.

# ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. ОБОСНОВАНИЕ ЦЕЛИ И ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЙ

## **1.1 Актуальность проблемы учета неоднородностей в моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород**

Моделирование напряженно-деформированного состояния массива горных пород при техногенных воздействиях является неотъемлемой частью обоснования параметров систем разработки месторождений полезных ископаемых. От степени изученности и соответствия фактическим данным используемых моделей напряженно-деформированного состояния (НДС) массива зависят эффективность и безопасность горных работ.

На прочностные свойства горных массивов оказывают влияние не только составляющие их типы пород, но и разного рода разрывы сплошности. На блоки массив делится разломами и трещинами, образующими системы трещиноватости. Трещиноватость горных пород образуется в результате длительного воздействия геомеханических, тектонических и физико-механических процессов, действовавших и происходящих в породном массиве и земной коре [1, 2, 3].

Разломы и трещины в горных породах составляют сложные пространственные сети. Строение сетей трещин определяет деформационные, прочностные, фильтрационные свойства массивов горных пород и слоистых толщ, закономерности формирования рудных тел и технологию разработки месторождений полезных ископаемых. Трещиноватость является основным фактором, обуславливающим снижение прочности массива по сравнению с монолитными образцами [4]. Положение, размеры, частота трещин определяют разрушение массива в процессе выветривания и деформаций. Поэтому управлять процессом разрушения при ведении горных работ можно, только зная основные параметры полей напряжений трещиноватого массива [5, 6]. Исходя из этого,

оценка влияния трещиноватости массива горных пород является одной из основных задач моделирования в геомеханике.

Изучение состояния скальных массивов возможно в двух вариантах: экспериментальном и теоретическом (аналитические и численные методы). Экспериментальные исследования основаны на натурном изучении и лабораторных испытаниях горных пород, теоретические используют общие физические принципы процессов деформирования и разрушения. Оптимальным является комплексный подход.

Экспериментальные исследования обладают большей точностью, но носят дискретный характер и не позволяют проводить прогноз динамики НДС при ведении горных работ. По мере ведения горных работ происходят отклонения от экспериментальных условий, что приводит к снижению достоверности результатов. На данные, полученные из исследуемых в лаборатории образцов, оказывается также масштабный эффект, который необходимо учитывать.

Численные методы позволяют построить модель напряженно-деформированного состояния горного массива и выбрать рациональный порядок ведения работ на стадии долгосрочного и перспективного планирования. Адекватность разрабатываемой модели может быть определена сравнением полученных при моделировании результатов и натуральных экспериментальных данных. При этом одним из основных критериев адекватности является учет параметров неоднородности и трещиноватости массива.

Поведение пород со структурными нарушениями под нагрузкой зависит не только от типа и величины прикладываемых нагрузок, но и от детальных свойств трещин — жесткости и прочности, геометрии трещин, ориентации, устойчивости и т.д. Поэтому, при моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород, в том числе в условиях упругой деформации, важно учитывать геометрические и прочностные параметры на контакте разломных структур [7, 8, 9, 10].

Влияние неоднородностей на напряженно-деформированное состояние массива горных пород являлось предметом исследований многих ученых, в том

числе: Барях А.А., Зенкевич О.Ц., Калякин В.Н., Козырев А.А., Кочарян Г.Г., Криницын Р.В., Ламонина Е.В., Назарова Л.А., Одинцев В.Н., Паньков И.Л., Руппенейт К.В., Савченко С.Н., Сидоров Д.В., Трофимов В.А., Юфин С.А., Ghaboussi J., Goodman R.E., Jianchao Li., Herrman L.R., Pande G.N. и др.

– В работе Трофимова В.А. реализован алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния массива горных пород, содержащего трещины контакта в плоской постановке. Структурные неоднородности могут быть представлены линейным контактными элементом с нормальной и тангенциальной жесткостью и оценены при помощи критерия Кулона-Мора на сопротивление сдвигу.

– В работе Назаровой Л.А. представлены разработанные алгоритмы МКЭ с сеткой четырехузловых и восьмиузловых конечных элементов с возможностью использования контактных элементов для учета структурных неоднородностей. Промоделировано и проанализировано НДС Байкальской рифтовой зоны в объемной постановке.

– Работа Криницына Р.В. посвящена оценке влияния тектонического нарушения на распределение напряжений в приконтурном массиве, в частности свойств его заполнителя, его удаленности от выработки, пространственной ориентации относительно действующих в массиве горных пород напряжений и заполнителя [11]

– В работе Ламониной Е.В. и Юфина С.А. описано объемное моделирование образца скальной породы в объемной постановке с учетом системной трещиноватости. Описан итерационный процесс моделирования с оценкой предела прочности трещиноватых образцов. Оценка разрушения нарушенных и ненарушенных образцов производилась по критериям Кулона-Мора и Хука-Брауна соответственно.

– В исследованиях Сидорова Д.В. применяется метод граничных интегральных уравнений для определения напряжений, возникающих в ненарушенном массиве горных пород от воздействия тектонических нарушений.



Также описывается методика прогнозирования тектонически напряженных и геодинамически опасных зон в массиве горных пород, оценка параметров подвижек на плоскостях тектонических нарушений, анализируется их влияние на устойчивость массива горных пород [12].

Несмотря на продолжительные исследования (с 60-х годов прошлого века), направленные на численное моделирование НДС с учетом структурных неоднородностей, и важные результаты, полученные рядом ученых, не были решены задачи оценки эффективности применения контактных элементов в моделях различной конфигурации и сохранения структурированной сетки конечных элементов. Также, в недостаточной степени было уделено внимание параметрам нормальной и тангенциальной жесткости, характеризующим контактный элемент.

Как упоминалось ранее, основной целью данной работы является разработка методики учета структурных нарушений на напряженно-деформированное состояние массива горных пород в рамках статического объемного моделирования методом конечных элементов. Ограничение использования статического метода и регулярной сетки объясняется необходимостью разработки инструмента горного инженера для моделирования НДС в окрестности структур. Необходимо обеспечить возможность быстрого создания модели нарушенного массива и проведения прогнозного моделирования без многочисленных итерационных расчетов сдвиговой составляющей.

На данный момент существует ряд программных комплексов, способных моделировать напряженно-деформированное состояние с учетом неоднородностей, в том числе Code Aster, Ansys, Abaqus и др., однако они работают по принципу «черного ящика», что подразумевает задание геометрии, граничных условий и прочностных параметров моделируемого объекта с последующим получением результата. В рамках данного исследования необходимо полное понимание процесса моделирования НДС нарушенного массива для обеспечения адаптации модели под конкретное месторождение и для создания узконаправленного инструмента для горного инженера.

Считается, что деформация упругого тела зависит только от его нагрузки в данный момент и не зависит от истории нагружения [5, 10, 13]. Поскольку большинство исследований напряженно-деформированного состояния с учетом неоднородностей проводится с решением динамической или квазидинамической задачи теории упругости, а программный комплекс SigmaGT, используемый в отделе геомеханики Горного института КНЦ РАН, а также на предприятиях КФ АО «Апатит» и АО «СЗФК» и других, базируется на расчетах статической задачи теории упругости методом конечных элементов, необходимым и достаточным будет учет неоднородностей в рамках решения упругой задачи.

Важным фактором, влияющим на поведение нарушенного массива горных пород, являются тектонические напряжения. В зависимости от направления и величины их действия, трещины могут быть сжаты и практически не оказывать влияния на разрушения в массиве, или наоборот, способствовать им, будучи раскрытыми. Примерами задач, в которых необходим учет сдвиговой составляющей, являются [14, 15]:

- обрушение подработанной толщи пород;
- формирование разрывов между сближающимися очистными выемками;
- наличие отличающихся от вмещающего массива включений в окрестности элементов горной технологии;
- разрушение на контуре создаваемых камер и выработок.

## **1.2 Классификация трещин и их параметры, оказывающие влияние на НДС массива горных пород**

Классификацию трещиноватости горных пород можно проводить по генетическим, геомеханическим, геометрическим и другим признакам.

Генетическая классификация дает представление о происхождении трещин (генезисе). В генетической классификации выделяются три типа трещин – нетектонические, прототектонические и тектонические трещины:

– Тектонические трещины (трещины отрыва, скола, раздавливания) образуются в горных породах под воздействием тектонических сил, порожденных эндогенными процессами в земной коре [16];

– Нетектонические трещины, образование которых обусловлено изменениями внутренних свойств пород под влиянием сил, проявляющихся при процессах, возникающих в результате воздействия внешних факторов на поверхности земли или вблизи нее. В свою очередь разделяются на первичные трещины, трещины выветривания, трещины оползней/обвалов/провалов, трещины расширения пород при нагрузке [17].

В геометрической классификации трещины систематизированы по отношению к простиранию пород. Геометрическая классификация проста, но ее недостатком является то, что она не учитывает генезис и механические свойства трещин.

В геометрической классификации трещин в осадочных и метаморфических породах выделяются (рисунок 1.1) [18]:

а) поперечные трещины, пересекающие слоистость или сланцеватость по направлению падения, которые могут быть вертикальными или наклонными в разрезах.

б) продольные трещины, идущие вдоль линии простирания, но пересекающие слоистость или сланцеватость в вертикальных разрезах.

в) косые трещины, которые пересекают слоистость или сланцеватость под углом к простиранию и направлению падения.

г) согласные трещины, расположенные параллельно слоистости или сланцеватости как в плане, так и в разрезах.

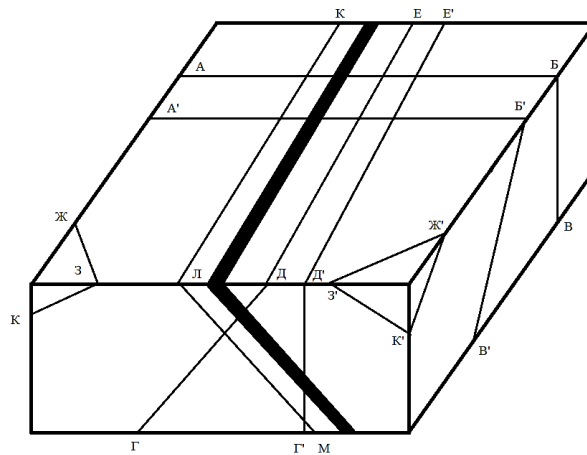


Рисунок 1.1 - Геометрическая классификация трещин: черный слой - слоистость; АБВ и А',Б',В' - поперечные, ГДЕ и Г'Д'Е' - продольные, Ж'З'К' и ЖЗК косые, КЛМ -согласные трещины

Для моделирования напряженно-деформированного состояния трещиноватого массива горных пород предпочтительно пользоваться горнотехнической классификацией. Описанная Р.Гудманом классификация по нормальной и тангенциальной жесткости и прочности на сдвиг представляет собой необходимое и достаточное описание трещин для того, чтобы прогнозировать их возможное поведение под нагрузкой [19].

Основными параметрами трещин в данной классификации являются следующие:

- $K_n$  – жесткость перпендикулярно трещине, зависит от отношения площади контакта между двумя стенками трещины, от амплитуды и распределения пролета в перпендикуляре, и от характеристик заполняющих материалов, если они имеются;

- $K_s$  – тангенциальная жесткость, зависит от шероховатости стенок трещин, определяемой распределением, амплитудой и углом наклона неровностей, от распределения и амплитуды тангенциального проема и от характеристик заполняющих материалов, если они имеются;

- $S$  – прочность трещины на сдвиг, зависит от трения вдоль трещины, от сцепления и прочности заполняющего материала.

В целях классификации каждый параметр может быть определен как высокий, средний или низкий. Это дает систему классификации, состоящую из 27 комбинаций параметров трещин (Таблица 1.1).

Таблица 1.1 - Классификация трещин с помощью  $K_n, K_s$  и  $S$

$K_n$	$S$			$K_s$
	$H$	$M$	$L$	
$H$				$H$
$H$		$X$		$M$
$H$				$L$
$M$				$H$
$M$				$M$
$M$				$L$
$L$				$H$
$L$				$M$
$L$				$L$

*$H$  – высокое значение,  $M$  – среднее или умеренное значение,  $L$  – низкое значение*

В качестве примера приведена трещина с высокой нормальной жесткостью, средней тангенциальной жесткостью и средней прочностью на сдвиг.

Высокая жесткость трещины является значением, которое дает незначительное смещение по трещине в сравнении с упругими смещениями блоков породы. Противоположно этому, низкая жесткость приводит к таким смещениям в трещине, которые значительно больше упругих смещений блоков. Средняя жесткость трещины соответствует смещениям трещины того же порядка по величине, что и упругие смещения блоков [20].

На рисунке 1.2 даны восемь идеализированных примеров трещин для того, чтобы показать влияние ширины раскрытия трещины и прочности стенок на параметры трещины.

№	Прочность породы стенок	Параметры трещины $k_n$ $k_s$ $S$	
1.	H	H H H	
2.	L	H H L	
3.	H	H L H	
4.	L	H L L	
5.	H	L H H	
6.	L	L H L	
7.	H	L L H	
8.	L	L L L	

Рисунок 1.2 - Идеализированные примеры влияния ширины проема и прочности породы стенок на параметры трещин

Примеры демонстрируют независимость жесткости трещины и прочности трещины:

1. плотная трещина или трещина зацементирована по плоскости;
2. плотная трещина или трещина зацементирована по плоскости, с измененной породой стенок или плоская плотная трещина с хорошим коэффициентом скольжения;
3. перпендикулярно плотные, но тангенциально открытые трещины;
4. перпендикулярно плотные, но тангенциально открытые трещины с измененной породой стенок;
5. тангенциально плотные, но перпендикулярно открытые трещины;
6. тангенциально плотные, но перпендикулярно открытые трещины с измененной породой стенок;
7. открытая трещина с заполнением, способным сжиматься;
8. открытая трещина с заполнением, способным сжиматься, с измененной породой стенок или плоская, открытая трещина с хорошим коэффициентом скольжения.

Высокое значение прочности породы стенок подразумевает высокое сопротивление скалыванию шероховатостей. Низкая прочность породы стенок указывает на значительное изменение породы стенок [19, 21, 22, 23, 24, 25].

Таким образом, приведенная классификация представляется наиболее подходящей для использования при моделировании различных типов трещин.

Помимо трещин и системной трещиноватости, к неоднородностям относятся и разрывы разного рода. Разрывы в горных породах делятся на две основные группы. Первая включает трещины, где смещения пород минимальны. Во вторую группу входят разрывы с ощутимыми перемещениями пород, разделённых этими разрывами [18, 26]. Наибольший интерес, в рамках данной исследовательской работы, представляют разрывы второй группы. Для данного типа неоднородности массива разработана отдельная классификация:

– сбросы - нарушения, в которых поверхность разрыва наклонена в сторону опущенных пород. По отношению к простиранию нарушенных пород делятся на продольные, диагональные, поперечные. По направлению движения крыльев выделяются прямые, обратные, шарнирные и цилиндрические (рисунок 1.3). По взаимному расположению в плане различают параллельные, радиальные и перистые сбросы;

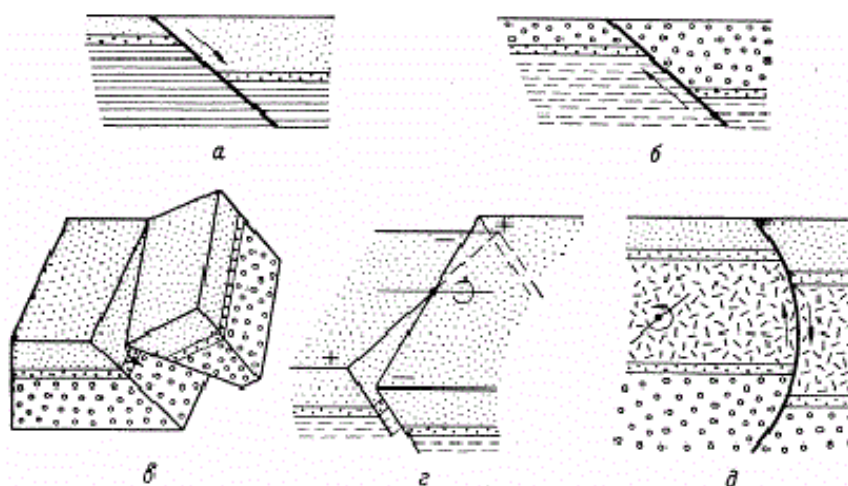


Рисунок 1.3 - а - прямой сброс, б - обратный сброс, в,г - шарнирный, д - цилиндрический (а, б, д - вертикальные разрезы). Стрелки - направление движения крыльев

– взбросы - нарушения, в которых поверхность разрыва наклонена в сторону приподнятых пород. Классификация взбросов повторяет сбросовую. Также различаются по углу наклона, отношению к простиранию нарушенных пород и соотношению наклона пород и смесителя;

– грабены - структуры, сформированные в результате сбросов или взбросов, при которых центральные части опускаются по отношению к периферийным вдоль линий разрывов;

– горсты - структуры, образованные сбросами или взбросами, характеризующимися возвышением их центральных частей относительно периферических вдоль линий разрывов;

– сдвиги - разрывы, при которых смещения происходят в горизонтальной плоскости;

– раздвиги - разрывы нарушенных пород, в которых перемещение крыльев происходит перпендикулярно к поверхности отрыва;

– надвиги - разрывы взбросового характера, возникающие одновременно со складчатостью.

При моделировании напряженно-деформированного состояния вблизи неоднородности необходимо знать не только прочностные параметры слагающих массив блоков, но и параметры самого разлома или трещины. Для слоя элементов, составляющих трещину, применяется модель упругопластической среды с разрушением по критерию Кулона-Мора, описывающая взаимосвязь предельных касательных напряжений со сцеплением  $c$ , углом внутреннего трения  $\varphi$  и нормальными напряжениями  $\sigma_n$ , действующими на структурную единицу [27, 28, 29]

$$|\tau| = \sigma_n \tan \varphi + c \quad (1.1)$$

Помимо данного критерия необходимо учитывать параметры, входящие в горнотехническую классификацию Р.Гудмана. Использование касательной и нормальной жесткостей трещины позволит оценить влияние гравитационной и



тектонической составляющей напряжений на напряженно-деформированное состояние массива горных пород с учетом морфологии контакта.

### 1.3 Объект исследования

В качестве объекта исследования были выбраны месторождения Хибинского массива (рисунок 1.4). Хибинский массив считается уникальной щелочной интрузией, с которой связаны крупные месторождения апатит-нефелиновых руд. В плане массив имеет почти круглую, слегка вытянутую в широтном направлении, форму. Площадь массива порядка 1300 км<sup>2</sup>. В рамках данного исследования в его роли мог выступить практически любой массив горных пород с изученными геологическими и физико-механическими особенностями.

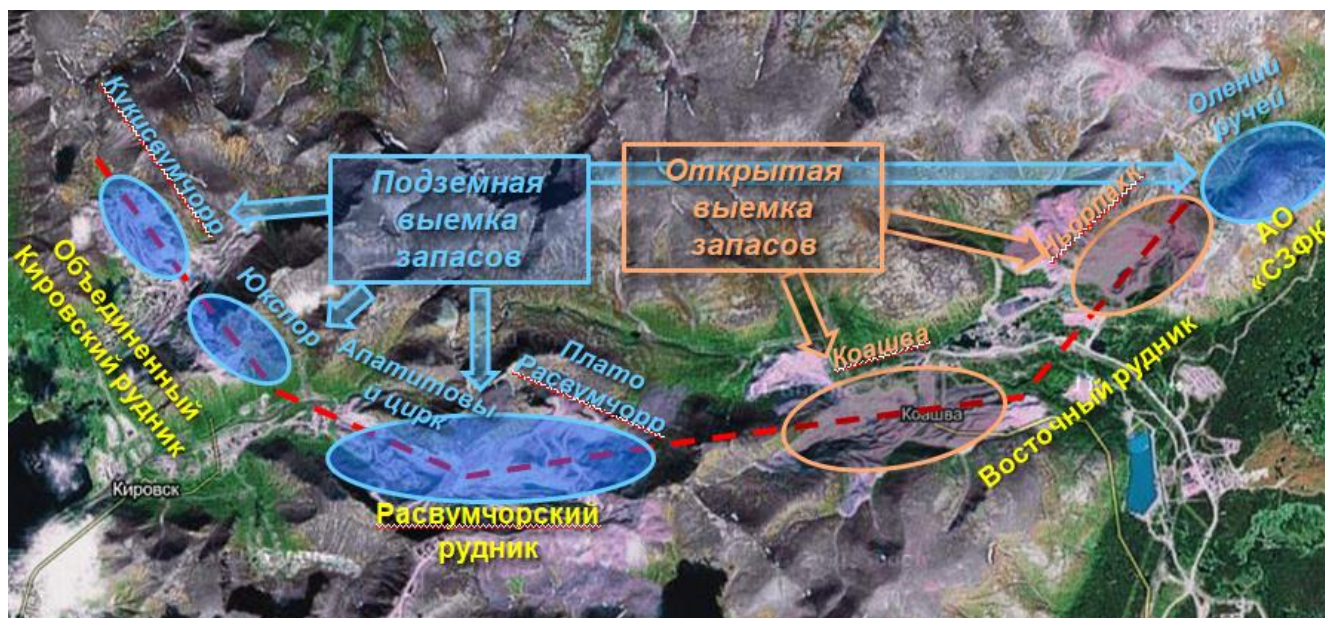


Рисунок 1.4 - Расположение месторождений на плане Хибинского массива

Трещиноватость пород, слагающих месторождения Хибинского массива, тщательно изучалась рядом организаций (ВНИМИ, КФАН СССР, МГИ и геологическими службами рудников). Характерно значительное развитие пологих

трещин, которые на некоторых участках занимают около 60% от общего числа трещин. Интенсивность трещиноватости массива увеличивается по мере перемещения в плане на восток от Кукисвумчоррского к Расвумчоррскому месторождению [30, 31, 32].

К основным факторам, определяющим напряженно-деформированное состояние Хибинского массива, относятся:

- рельеф дневной поверхности;
- физико-механические свойства слагающих массив пород;
- наличие системной трещиноватости;
- гравитационно-тектонический тип исходного напряженно-деформированного состояния массива;
- углы падения различных слоев пород и рудных тел;
- глубинные региональные разломы (рисунок 1.5);
- разломные структуры 3-4 ранга.

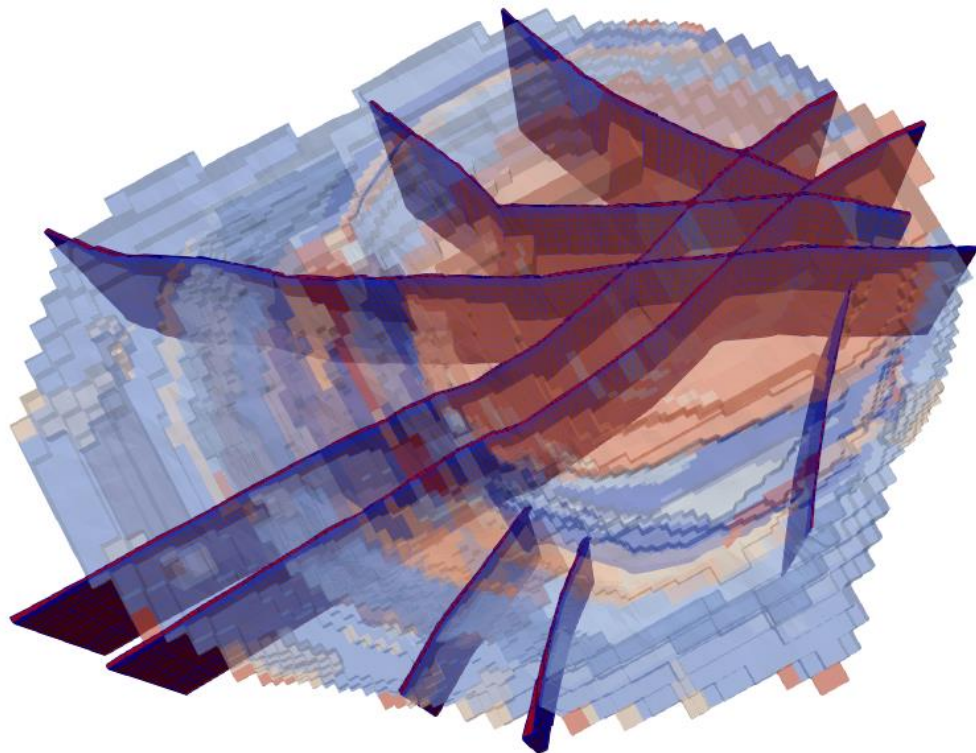


Рисунок 1.5 - Объемное представление региональных разломов Хибинского массива

Самыми существенным с точки зрения формирования полей напряжений фактором Хибинского массива является его нарушенность разного рода неоднородностями и то, что он относится к тектонически-напряженным массивам.

Нарушенности разного рода и тектоническая напряженность массива являются признаками, в значительной степени затрудняющими процесс разработки месторождений Хибин. Учет этих самых нарушенностей разного ранга, особенно в условиях действия субгоризонтальных (тектонических) напряжений, должен сделать прогнозное моделирование более адекватным и позволит производить прогнозное моделирование на основе расчетных данных для более оптимального порядка ведения горных работ.

#### **1.4 Обоснование выбора метода исследований**

Все процессы и явления можно условно поделить на два класса: формализуемые и неформализуемые. К формализуемым относятся те процессы или их совокупность, которые можно описать в виде алгебраических уравнений, систем дифференциальных уравнений или с помощью булевой алгебры. Имеющиеся аналитические решения позволяют анализировать только самые простые расчетные схемы. Так как напряженно-деформированное состояние массива горных пород является сложным, зависящим от множества факторов, моделируемым свойством среды, требующим его исследования в трехмерном пространстве, задача по его определению не может быть решена аналитически [33].

Дополнительными усложняющими задачу факторами являются блочность среды, разнородность прочностных параметров блоков, разного рода неоднородности массива и значительные размерности моделей. К тому же дорогостоящие экспериментальные исследования, используемые при проектировании горнодобывающих объектов, все больше и больше вытесняются

численными методами [34, 35]. Все эти факторы вынуждают исследователей применять численные методы.

Массивы скальных пород адекватно моделируются методами механики сплошной среды. Это относится и к Хибинскому массиву, для расчета напряженно-деформированного состояния участков которого, успешно применялись в течение нескольких десятилетий МКЭ и МГЭ.

#### **1.4.1 Использование численных методов при моделировании НДС**

Численное моделирование массивов скальных пород, ослабленных системами трещин, является современным методом исследования, позволяющим достаточно точно и максимально удобно изучать поведение пород в различных условиях. На сегодняшний день применяется несколько методов математического (численного) моделирования: метод конечных разностей (МКР), конечных элементов (МКЭ), граничных элементов (МГЭ), гибриды МКЭ и МГЭ (МКГЭ) и метод дискретных элементов (МДЭ) [36, 37, 38, 39]. Эти методы позволяют представить основные зависимости механики сплошных сред в интегральной или дифференциальной форме. В современной литературе такие модели рассматривают как физические, выполненные в реальном масштабе, а программное обеспечение как инструмент исследований [40, 41, 42, 43].

Метод конечных разностей (МКР) используется для численного решения дифференциальных уравнений, описывающих поведение грунтов и горных пород под воздействием нагрузок. В основе метода лежит разбиение области на сетку с узлами, в которых дифференциальные уравнения заменяются на разностные. МКР хорошо подходит для моделирования процессов пластической деформации, фильтрации жидкости в пористых средах и теплопереноса. Благодаря своей простоте и гибкости, метод часто используется для анализа динамических процессов, таких как обрушения, оползни и распространение волн в горных породах.

Метод граничного элемента (МГЭ) используется для решения задач, связанных с деформацией и напряжённым состоянием горных пород и грунтов. В

отличие от метода конечных элементов, МГЭ концентрируется на моделировании лишь границ объекта, что снижает вычислительные затраты, особенно при анализе бесконечных или полубесконечных сред, характерных для геомеханики. [44, 45, 46].

Метод дискретного элемента (МДЭ) применяется для моделирования поведения гранулированных и фрагментированных сред, таких как горные породы, грунты и насыпи. В этом методе материал рассматривается как совокупность отдельных частиц, взаимодействующих через контактные силы. Он особенно эффективен для анализа обрушений, оползней и поведения материала в условиях сдвигов и трещинообразования, где традиционные методы сплошных сред оказываются недостаточно точными. [47]

Метод конечных элементов (МКЭ) — это численный подход к решению дифференциальных и интегральных уравнений, которые возникают в задачах прикладной физики. Этот метод широко применяется для анализа механики деформируемых твёрдых тел, процессов теплообмена, гидродинамических и электродинамических явлений.

Метод имеет ряд преимуществ:

- универсальность - возможность решения практически любых краевых задач;
- гибкость геометрии модели - использование треугольников, четырехугольников, тетраэдров и гексаэдров позволяет конфигурировать очень сложные объекты [44, 48];
- масштабируемость моделей - возможность сгущения или разряжения сетки с сопутствующей интерполяцией граничных условий;
- увеличение точности вычислений - за счет сгущения сетки можно повысить точность вычислений;
- применение методики последовательных приближений - задание граничных условий в виде узловых перемещений или поверхностных сил на разных этапах моделирования;

– задание анизотропии модели - любой элемент модели может задаваться уникальными прочностными параметрами и отражать свойства отдельного материала.

Тип задания краевых условий практически неограничен и в большей степени обусловлен возможностями дискретизации среды. Масштаб моделей может варьироваться от целого горного массива до отдельной выработки. Метод применим для моделирования упругих сред с решением статических задач. Так же возможно моделирование упруго-пластических, вязко-пластических и трещиноватых сред [49, 50, 51, 52].

Однако у метода конечных элементов есть недостаток, который зависит от масштаба модели: чем плотнее сетка - тем больше строк в системе уравнений модели и, соответственно, вычисления становятся дольше. Так как метод сводит решение дифференциальных уравнений к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), использование параллельных вычислений при их решении становится сложно применимым.

Развитие высокоскоростных хранилищ данных, оптимизация методов решения СЛАУ и использование мощных вычислительных машин позволяет создавать крупные мелкомасштабные модели, несмотря на основной недостаток метода конечных элементов. Распараллеливание процессов может использоваться на этапах формирования системы линейных алгебраических уравнений и постобработки.

Исходя из вышеперечисленного, был сделан выбор в пользу использования метода конечных элементов в качестве инструмента для исследований в рамках данной работы.

Наиболее распространенные системы конечно-элементного анализа [36, 37, 53]:

ANSYS, CAE Fideys, NXNastran, MSC.Nastran, ABAQUS, SAMCEF, Salome, COMSOL Multiphysics [54, 55, 56, 57, 58, 59]

ANSYS — это многофункциональный программный комплекс, основанный на методе конечных элементов. Он предназначен для решения широкого круга

задач, включая механику деформируемых твёрдых тел, теплопередачу, электромагнетизм, а также механику жидкостей и газов. [60];

CAE Fidesys предназначен для инженерного анализа прочности и решения геомеханических задач. В данном программном комплексе реализованы следующие контактные алгоритмы:

- Метод штрафов (penalty);
- Многоточечное ограничение (MPC).

Метод штрафов - метод контакта, в котором требуется задание контактных жесткостей, под которыми понимаются жесткости упругих элементов (виртуальных пружин), добавляемых программой для связи между контактируемыми сущностями. Значение жесткости рассчитывается программой самостоятельно в зависимости от свойств материала деформированных элементов, но пользователь может масштабировать его умножением на необходимый коэффициент. Выбор подходящего множителя для контактной жесткости является важной задачей, поскольку завышенное значение может приводить к расходимости задачи, а слишком малое - к взаимному проникновению контактирующих тел. [61].

Несмотря на удобный пользовательский интерфейс, аналогичный программному пакету Salome Меса и трехмерную визуализацию на основе библиотеки Visualization Toolkit (VTK), данное программное решение не в полной мере позволит провести решение поставленных в исследовании задач. Для геомеханического анализа элементов горной технологии необходима возможность четкого задания нормальной и тангенциальной жесткостей для контактных поверхностей без варьирования неявно заданного коэффициента;

Salome — это платформа с открытым исходным кодом, предназначенная для разработки и решения инженерных задач, включая геомеханику. Основное её назначение — создание и обработка конечных элементов для моделирования сложных физических процессов. Платформа обеспечивает создание сложных геометрий, построение сетки для конечных элементов, а также интеграцию с

численными решениями и анализом. Одним из её преимуществ является модульность, что позволяет использовать Salome вместе с другими программами, такими как Code\_Aster, для более точного моделирования в области геомеханики. [62].

#### **1.4.2 Реализация метода конечных элементов в программном комплексе SigmaGT**

Рассмотренные программные продукты, основанные на методе конечных элементов программы, неоспоримо обладают рядом преимуществ: решение широкого спектра задач, использование стандартизированных общепринятых форматов хранения данных, возможности удаленного расчета. Подобные программные продукты, в основном, имеют широкий охват пользователей, но не позволяют решать узконаправленные задачи, без возможности модификации и доработки алгоритма, что важно в случае использования программного обеспечения в научных исследованиях и модернизации его для нужд горных инженеров непосредственно на предприятиях.

С целью использования в научных целях и в качестве инструмента горного инженера, в лаборатории геомеханики Горного института КНЦ РАН был разработан программный комплект SigmaGT. Этот продукт является полноценной САЕ (computer-aided engineering) системой с тремя основными модулями (рисунок 1.6):

- модуль пре-процессинга - модуль подготовки конечно-элементных сеток, формирования и модификации модели;
- расчетный модуль - модуль решения сформированной задачи теории упругости методом конечных элементов;
- модуль пост-процессинга - модуль последующей обработки и визуализации полученных результатов моделирования [40].





Рисунок 1.6 - Блок-схема программного комплекса SigmaGT

Комплекс SigmaGT разработан для моделирования напряженно-деформированного состояния пород в окрестности очистных работ при различных вариантах их развития. В результате моделирования пользователь получает данные о поле напряжений и состоянии выработок, позволяющие осуществлять обоснованный выбор наиболее рационального порядка развития работ с точки зрения минимизации возможных проявлений горного давления, особенно в динамической форме. Прогнозная оценка изменения напряженного состояния пород в окрестности основных горных выработок, в зависимости от стадии отработки, позволяет выбрать соответствующий комплекс мер контроля и обеспечения их устойчивого состояния [40, 63].

### **1.4.3 Использование методики последовательных приближений при моделировании напряженно-деформированного состояния**

Прогноз напряженно-деформированного состояния участка массива пород, в частности с применением программного комплекса SigmaGT, основан на методике последовательных приближений. В рамках этого подхода сначала ставят и решают ряд трёхмерных, мелкомасштабных задач, которые учитывают ключевые горно-геологические и горно-технологические особенности моделируемой области. Последовательность операций на первом этапе (мелкомасштабное моделирование), следующая:

- определение параметров мелкомасштабной расчетной области, соответствующих литологическому блоку;
- разработка инженерно-геологической и численной модели;
- обоснование граничных условий и последовательности решения ряда трехмерных задач механики горных пород для определения основных факторов, влияющих на закономерности формирования первичного поля напряжений в массиве горных пород, вмещающем месторождения полезного ископаемого. Чаще всего, в качестве граничных условий на данном этапе, выступает распределение объемных и поверхностных сил;
- сравнение результатов расчётов с данными, полученными с помощью других методов (прямых или косвенных) оценки исходного напряжённого состояния массива;
- исследование закономерностей формирования вторичного поля напряжений вблизи ранее отработанных и планируемых к отработке очистных пространств рудников, находящихся в зоне моделирования;
- корректировка модели и повторное выполнение расчётов при необходимости.

На рисунке 1.7 приведены схемы вариантов задания граничных условий для мелкомасштабной модели Хибинского массива. Задачи по расчету распределения параметров НДС в массиве можно разделить на две группы: чисто

гравитационное напряженное состояние ( $\sigma_1 = \gamma H$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = \lambda \gamma H$ , где  $\gamma$ ,  $H$  и  $\lambda$  - соответственно объемный вес, глубина и коэффициент бокового распора), и гравитационно-тектоническое напряженное состояние. Причем варианты с учетом тектонических сил будут просчитаны, как при условии действия их максимальной составляющей по субширотному направлению (близкому к направлению оси  $X$  модели), так и по меридиальному направлению (близкому к направлению оси  $Y$  модели) [52, 64].

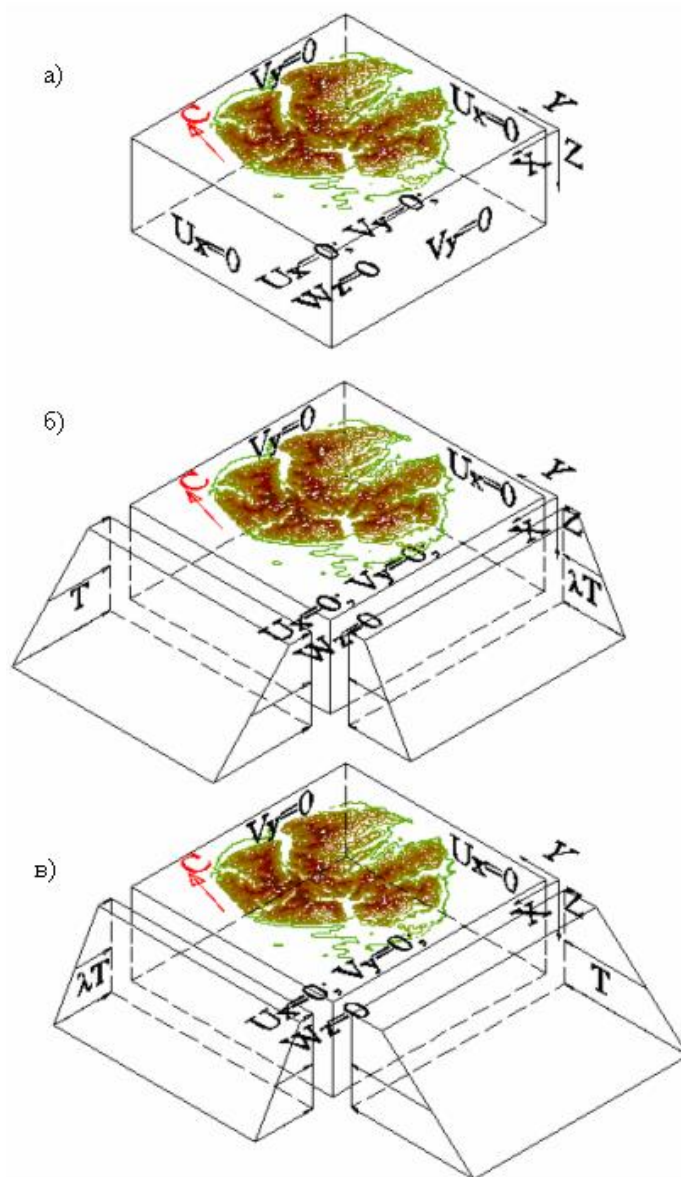


Рисунок 1.7 - Схема задания граничных условий для модели Хибинского массива:

- а) гравитационная постановка;
- б) с учетом тектонических сил  $T_X > T_Y$ ; в) с учетом тектонических сил  $T_X < T_Y$

Второй этап (крупномасштабное моделирование) включает в себя:

- определение области влияния максимально достигаемых объемов отработанных пустот как подземным, так и открытым способом при сравнении соответствующих вариантов мелкомасштабного моделирования;
- определение размеров следующей расчетной области;
- задание на ее границах узловых перемещений, полученных на предыдущем этапе. Перемещения фиксируются и входят в систему линейных алгебраических уравнений в качестве граничных условий;
- проведение расчетов для моделирования последовательной выемки запасов;
- анализ расчетных данных и определение безопасных параметров систем разработки, применяемых или планируемых к применению на месторождении.

При необходимости более детальных расчетов возможно сгущение сетки конечных элементов путем вставки дополнительных сечений в любой из трех плоскостей или формирование новой области моделирования с заданием граничных перемещений из модели второго этапа. Сохранение результатов расчетов, при сгущении сетки, достигается путем интерполяции полученных данных по множеству конечных элементов, полученных в результате дробления модели.

На третьем этапе проводят уточненный расчет НДС в окрестности одиночной выработки или системы выработок с учетом поля напряжений, сформировавшегося при определенной геометрии очистных пространств путем задания граничных перемещений из соответствующего варианта и моделирования проходки выработки.

Таким образом, в крупномасштабных расчетных схемах второго и третьего этапов оказываются учтенными основные, влияющие на напряженное состояние массива пород, факторы [64].

#### **1.4.4 Особенности программного комплекса SigmaGT**

На данный момент в SigmaGT результаты моделирования могут быть представлены в виде:

- трехмерной модели с отображением объемных полей напряжений;
- трехмерной модели с отображением векторов напряжений;
- плоского сечения модели с отображением изолиний распределений различных компонент напряжений;
- отображения векторов напряжений в центре каждого конечного элемента на сечении модели, как в графическом, так и в параметрическом видах;
- буквенной интерпретации категорий удароопасности выработок;
- табличной форме представления данных.

На этапе формирования и редактирования модели возможно изменение координат узлов конечно-элементной сетки, а также задание прочностных свойств каждому отдельному элементу. Предусмотрены, упрощающие работу пользователя, механизмы для дублирования свойств сечений модели, автоматической виртуальной проходки выработки и отображения планов горных работ поверх сетки конечных элементов в открытом формате файлов для обмена графической информацией между приложениями систем автоматизированного проектирования.

#### **1.5 Алгоритм метода конечных элементов для решения статической задачи теории упругости**

Характер зависимостей, связывающих напряжения и деформации в точке среды определяет ее поведение под нагрузкой. Изучение этих зависимостей и использование их в расчетах является целью и предметом механики деформируемых тел [29]. В основе теории упругости лежат закон Гука,

связывающий компоненты тензоров напряжений, и деформаций и соотношения связи между деформациями и перемещениями [65, 66].

Закон Гука в общей форме имеет вид:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{Bmatrix} = [D]\{e\} - [D]\{e_0\}, \quad (1.2)$$

где  $[D]$  - матрица упругих свойств материала,  $\{e\}$  - вектор деформации, а  $\{e_0\}$  - вектор начальной деформации.

Формат записи матрицы упругих свойств, напряжений и деформаций меняется в зависимости от вида напряженно-деформированного состояния. Например, для трехмерного напряженно-деформированного состояния эти параметры примут вид:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}; \quad (1.3)$$

$$\{e\} = \begin{Bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}; \quad (1.4)$$

$$[D] = \frac{E}{(1-2\mu)(1+\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1-\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 1-\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

где  $\mu$  - коэффициент Пуассона,  $E$  - модуль Юнга.

Модуль Юнга (модуль упругости) представляет собой отношение нормального напряжения к относительной линейной деформации и характеризует упругие свойства горных пород.

Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечных деформаций) является мерой пропорциональности между относительными деформациями в направлении, перпендикулярном к вектору приложенной нагрузки и параллельном ему [15].

Соотношения связи между деформациями и перемещениями в векторе деформаций имеют вид:

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \frac{du}{dx}; e_{yy} = \frac{dv}{dy}; e_{zz} = \frac{dw}{dz}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}; \gamma_{yz} = \frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy}; \gamma_{xz} = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx} \end{aligned} \quad (1.6),$$

где  $u, v, w$  - компоненты перемещений в направлении координатных осей  $x, y$  и  $z$  соответственно.

Деформации связаны с узловыми перемещениями через функции формы элементов, а точнее через матрицу их частных производных  $[B]$  (матрицу градиентов):

$$\{e\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i u_i)}{dx} \\ \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i v_i)}{dy} \\ \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i w_i)}{dz} \\ \frac{1}{2} \left( \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i u_i)}{dy} + \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i v_i)}{dx} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i v_i)}{dz} + \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i w_i)}{dy} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i u_i)}{dz} + \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i w_i)}{dx} \right) \end{array} \right\} = [B] \left\{ \begin{array}{c} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \dots \\ u_8 \\ v_8 \\ w_8 \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

Матрица  $[B]$  получается путем дифференцирования компонент вектора деформации:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx} & 0 & 0 & \dots & \frac{dN_8}{dx} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dN_1}{dy} & 0 & \dots & 0 & \frac{dN_8}{dy} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dN_1}{dz} & \dots & 0 & 0 & \frac{dN_8}{dz} \\ \frac{dN_1}{dy} & \frac{dN_1}{dx} & 0 & \dots & \frac{dN_8}{dy} & \frac{dN_8}{dx} & 0 \\ 0 & \frac{dN_1}{dz} & \frac{dN_1}{dy} & \dots & 0 & \frac{dN_8}{dz} & \frac{dN_8}{dy} \\ \frac{dN_1}{dz} & 0 & \frac{dN_1}{dx} & \dots & \frac{dN_8}{dz} & 0 & \frac{dN_8}{dx} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Получение системы уравнений для узловых значений неизвестных величин включает интегрирование по поверхности элемента функций формы или их частных производных. Интегрирование может быть упрощено, если записать интерполяционные соотношения в системе координат, связанной с элементом. Назовем эту систему - локальной (рисунок 1.8). В качестве интерполирующей функции выступает функция формы  $N$ , которая для восьмиузлового конечного элемента выглядит следующим образом:

$$N_i = (1 + x * \text{SignX}[i]) * (1 + y * \text{SignY}[i]) * (1 + z * \text{SignZ}[i]), \quad (1.9)$$

где  $\text{SignX} = [-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1]$ ,  $\text{SignY} = [-1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1]$ ,  $\text{SignZ} = [-1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1]$  - это локальные координаты абстрактного восьмиузлового конечного элемента.

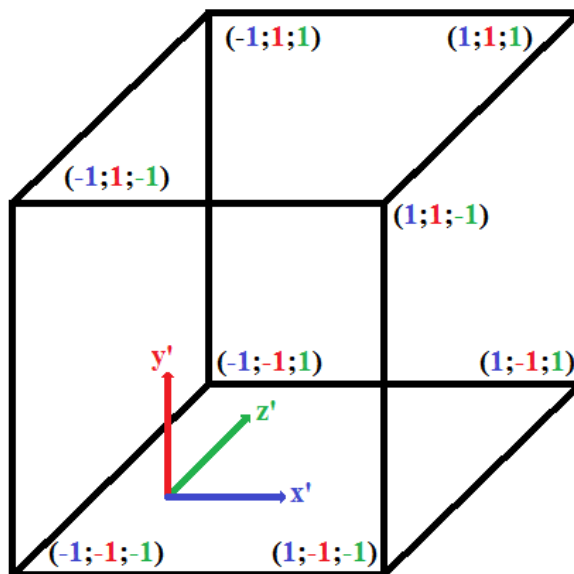


Рисунок 1.8 - Локальная система координат для абстрактного конечного восьмиузлового элемента



Работа внешних сил может быть разделена на три компонента:

$$W_c = \{U\}^T \{P\}; \quad (1.10)$$

$$W_c^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV; \quad (1.11)$$

$$W_p^{(e)} = \int_{S^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \\ p_z^{(e)} \end{Bmatrix} dS, \quad (1.12)$$

где  $W_c$  - работа, совершаемая сосредоточенными силами;  $W_p$  - работа, получаемая в результате действия компонент напряжений на внешней стороне поверхности элемента;  $W_b$  - работа, совершаемая массовыми силами;  $P$  - узловые силы;  $X^{(e)}, Y^{(e)}, Z^{(e)}$  - работа объемных сил;  $p_x, p_y, p_z$  - компоненты вектора напряжений, параллельные координатным осям  $x, y, z$ .

Потенциальная энергия элемента имеется за счет энергии деформаций  $\Lambda$  и работы внешних сил  $W$  [67]:

$$\Pi = \Lambda - W \quad (1.13).$$

Из формул (1.10), (1.11), (1.12), (1.13) имеем деформацию в элементе:

$$\Lambda^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} (\{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} - 2 \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{e_0^{(e)}\} + \{e_0^{(e)}\}^T [D^{(e)}] \{e_0^{(e)}\}) dV \quad (1.14)$$

В итоге получаем выражение, описывающее полную деформацию в элементе с учетом внешних сил и начальной деформации:

$$\Pi = \sum_{e=1}^E \left[ \int_{V^{(e)}} \frac{1}{2} \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] \{U\} dV - \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] \{e_0^{(e)}\} dV - \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} X^{(e)} \\ Y^{(e)} \\ Z^{(e)} \end{Bmatrix} dV - \int_{V^{(e)}} \{U\}^T [N^{(e)}]^T \begin{Bmatrix} p_x^{(e)} \\ p_y^{(e)} \\ p_z^{(e)} \end{Bmatrix} dS \right] - \{U\}^T \{P\} \quad (1.15)$$

Проведя дифференцирование выражения (1.15), и тем самым - минимизацию потенциальной энергии, получаем:

$$\frac{d\Pi^{(e)}}{d\{U\}} = [k^{(e)}]\{U\} + \{f^{(e)}\}, \quad (1.16)$$

где  $[k^{(e)}]$  - матрица жесткости конечного элемента, имеющая вид:

$$[k^{(e)}] = \int_{V^{(e)}} [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dV \quad (1.17)$$

Следует отметить, что объемный интеграл берется от функций, переменные которых заданы в локальных координатах. Для перехода к глобальной системе координат, необходимо использовать Якобиан (определитель матрицы Якоби) [68]:

$$\begin{Bmatrix} \frac{dN_i}{dx} \\ \frac{dN_i}{dy} \\ \frac{dN_i}{dz} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{dN_i}{dx'} \\ \frac{dN_i}{dy'} \\ \frac{dN_i}{dz'} \end{Bmatrix}; \quad (1.18)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i u_i)}{dx'} & \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i v_i)}{dy'} & \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i w_i)}{dz'} \\ \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i u_i)}{dx'} & \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i v_i)}{dy'} & \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i w_i)}{dz'} \\ \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i u_i)}{dx'} & \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i v_i)}{dy'} & \frac{d(\sum_{i=1}^8 N_i w_i)}{dz'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx'} & \frac{dN_2}{dx'} & \frac{dN_3}{dx'} & \frac{dN_4}{dx'} & \frac{dN_5}{dx'} & \frac{dN_6}{dx'} & \frac{dN_7}{dx'} & \frac{dN_8}{dx'} \\ \frac{dN_1}{dy'} & \frac{dN_2}{dy'} & \frac{dN_3}{dy'} & \frac{dN_4}{dy'} & \frac{dN_5}{dy'} & \frac{dN_6}{dy'} & \frac{dN_7}{dy'} & \frac{dN_8}{dy'} \\ \frac{dN_1}{dz'} & \frac{dN_2}{dz'} & \frac{dN_3}{dz'} & \frac{dN_4}{dz'} & \frac{dN_5}{dz'} & \frac{dN_6}{dz'} & \frac{dN_7}{dz'} & \frac{dN_8}{dz'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \\ x_5 & y_5 & z_5 \\ x_6 & y_6 & z_6 \\ x_7 & y_7 & z_7 \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Далее, сам объемный интеграл (1.17) можно вычислить итерационным методом Гаусса с использованием квадратурных формул для восьмиузлового трехмерного кубического мастер-элемента [69, 70, 71, 72, 73].

Приравняв левую часть выражения (1.15) к нулю и проинтегрировав выражения по всем элементам получаем систему линейных алгебраических уравнений в матричной форме:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (1.20)$$

Глобальная матрица жесткости  $[K]$  получается путем ансамблирования, т.е. объединение конечных элементов в единое целое. На этом этапе уравнения матрицы жесткости  $[k^{(e)}]$  каждого конечного элемента объединяются в ансамбль, т.е. в систему линейных алгебраических уравнений. Соответственно, локальная нумерация узлов элемента заменяется глобальной. Глобальная нумерация сохраняется на всех этапах моделирования и является описанием структуры сетки конечных элементов. После ансамблирования, при условии грамотной нумерации

узлов, матрица жесткости примет ленточный вид. Размерность матрицы жесткости будет зависеть от количества узлов в модели и степеней свободы [44]. Например, узел №10 на рисунке 2.2, относится к элементам 2,3,8 и 9 и, соответственно, должен обладать свойствами всех четырех элементов. Так же он должен занимать соответствующую позицию в глобальной матрице жесткости. Для этого матрица жесткости каждого отдельного элемента делится на подматрицы, характеризующие значения в данном узле, после чего эти значения суммируются и интегрируются в глобальную матрицу. На этом этапе следует четко соблюдать заложенную на стадии построения сетки нумерацию узлов.

Правая часть системы уравнений представляет собой вектор-столбец узловых сил  $\{F\}$  для  $n$  узлов, который в частном случае имеет вид:

$$\{F\} = \begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{z1} \\ \dots \\ F_{xn} \\ F_{yn} \\ F_{zn} \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

Субгоризонтальные силы имеются за счет распределения тектонических сил по глубине модели, а вертикальную компоненту вектора сил составляют собственные веса элементов (рисунок 1.9).

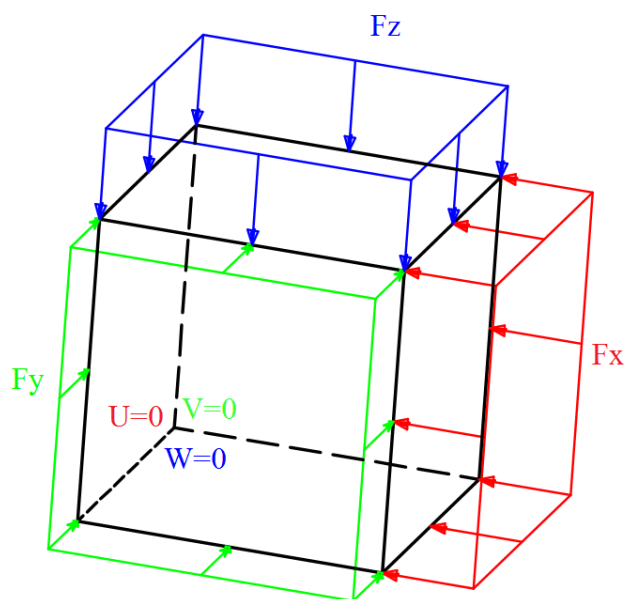


Рисунок 1.9 - Задание граничных условий для трехмерной задачи теории упругости

Противоположные приложенным силам грани модели фиксируются в перемещениях. Соответствующие направлениям сил по осям  $X, Y, Z$  узловые перемещения  $u, v, w$  приравниваются к нулю.

Результатом этих операций является система линейных алгебраических уравнений, которую необходимо будет решить одним из итерационных методов, например, методом сопряженных градиентов [20].

Полученный в результате решения системы линейных алгебраических уравнений (1.20) вектор  $\{U\}$  характеризует деформации через набор узловых перемещений  $u, v, w$  в каждом узле модели (см. формулу (1.7)). Далее, используя деформацию и прочностные характеристики каждого элемента, можно получить тензор напряжений по формуле 1.2.

На рисунке 1.10 изображена обобщенная блок-схема метода конечных элементов для решения статической задачи теории упругости.

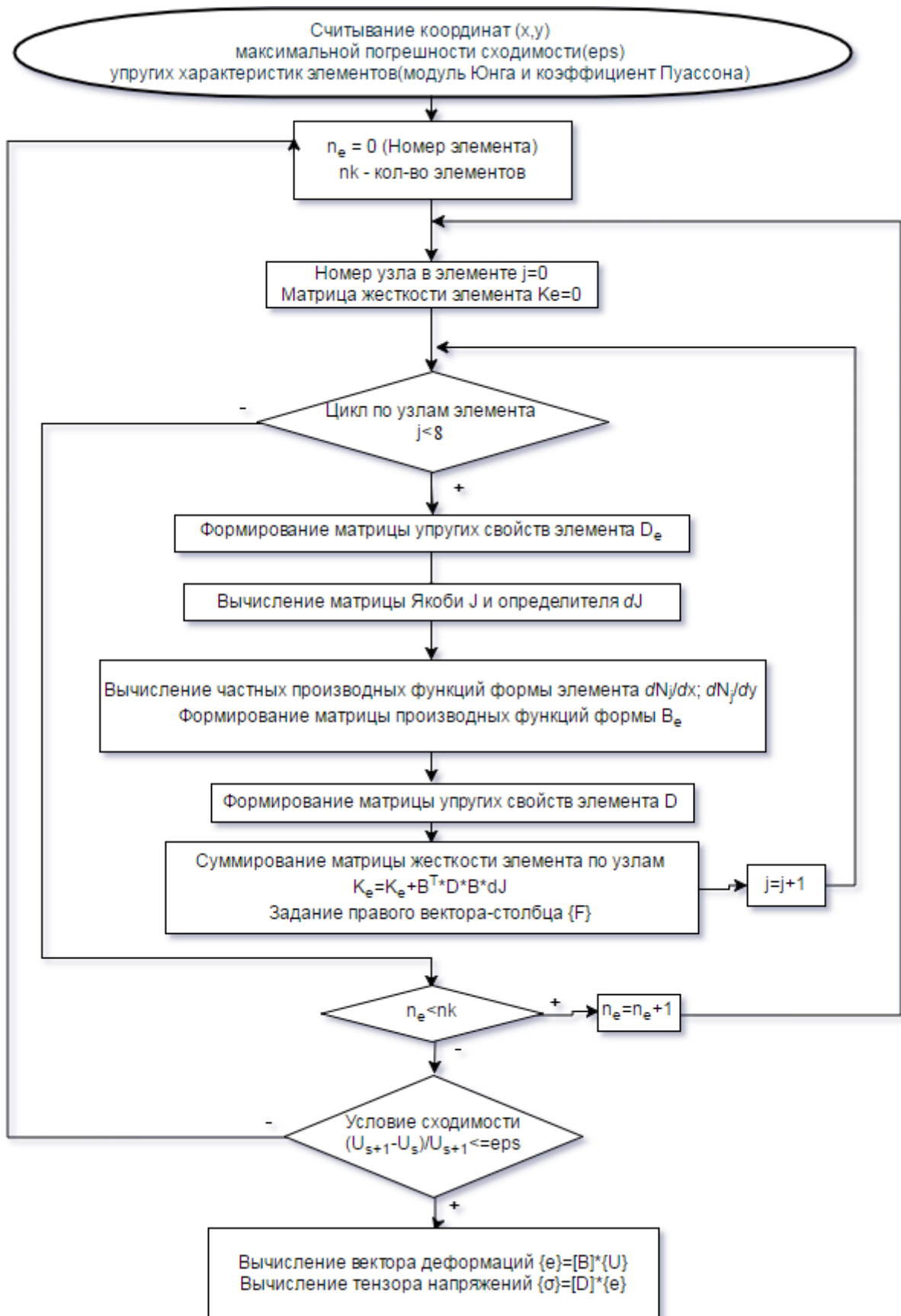


Рисунок 1.10 - Блок-схема метода конечных элементов для решения статической задачи теории упругости

## 1.6 Выводы по главе 1

Неоднородности массива горных пород могут отличаться как геометрически, так и по прочностным параметрам. Прежде чем приступить к численному моделированию напряженно-деформированного состояния в окрестности разломных структур, необходимо определить параметры моделируемого объекта. Для этого следует воспользоваться одной из существующих классификаций. Геомеханическая классификация трещин на основе тангенциальной и нормальной жесткости является достаточной с позиции решения задачи теории упругости. Она позволяет описывать потенциальное поведение трещин и может быть использована для моделирования контакта блоков в неоднородной структуре [65].

Численное моделирование является, безусловно, незаменимым инструментом при ведении горных работ на стадии планирования. Несмотря на широкое распространение программных продуктов, основанных на использовании аппарата метода конечных элементов, развитие узконаправленных инструментов для специалиста геомеханики является важной задачей.

Для проведения дальнейших исследований был реализован программный алгоритм решения упругой задачи методом конечных элементов, как в двумерном, так и трехмерном варианте. Разработанный программный модуль будет использоваться в данной работе для изучения различных модификаций контактного элемента.

## ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

### **2.1 Применение контактного элемента для моделирования НДС на границах структурных неоднородностей**

Напряженно-деформированное состояние массивов горных пород является сложной функцией многих переменных. В отдельных случаях, при решении задачи численными методами, учет этих параметров в полной мере практически невозможен в силу того, что объем задачи не позволяет решить ее даже с использованием современных быстродействующих вычислительных машин. В связи с этим приходится решать задачу поэтапно, учитывая те или иные особенности реального массива на различных этапах. Вследствие того, что свойства отдельных факторов, влияющих на напряженно-деформированное состояние реального массива, изучены достаточно полно, и, в свою очередь, зависят от ряда других переменных, неизбежна некоторая идеализация массива горных пород при постановке и решении задачи [63].

Помимо блочного строения массива, физико-механических характеристик блоков, полей действующих на массив сил и рельефа дневной поверхности к факторам, оказывающим наиболее существенное влияние на напряженно-деформированное состояние реального массива, относятся условия взаимодействия на контакте блоков, т.е. по поверхности разрывов и трещин.

Достоверное представление для трещин в анализе конечного элемента должно довольно точно моделировать действительные характеристики прототипа. Трещины бывают различных типов и при их моделировании нужно учитывать следующие особенности их поведения [74]:

- трещины фактически не оказывают сопротивления чистому усилию разрыва, направленному перпендикулярно их поверхности;

- трещины оказывают большое сопротивление нормальному сжатию, но могут несколько деформироваться при нормальном давлении, особенно, если их заполнитель является раздробленной структурой с полостями между контактами;
- при высоких нормальных давлениях, скалывание вдоль трещин означает скалывание через шероховатости. Увеличение прочности на сдвиг через сцепление и трение может происходить благодаря заполняющему материалу и неровностям, взаимноблокирующим друг друга [19, 75, 76, 77].

Для оценки перемещений по поверхности неоднородности необходимо учитывать контакт между блоками в рамках метода конечных элементов. Это требует представления всего контакта сред как набора адаптированных под конечно-элементную сетку контактных элементов. Идея дополнения структурной жесткости жесткостью контактного элемента была разработана Д. Нго и А. Скорделлисом [78].

## 2.2 Контактный элемент Р. Гудмана

В общем случае контактный элемент представляет собой предельно тонкий конечный элемент, в котором соответствующие пары узлов (1,4) и (2,3) изначально имеют идентичные координаты (рисунок 2.1). Он имеет длину  $L$ , совпадающую с длиной грани одного из блоков конечного элемента, но высота  $H$  его равна нулю. Наиболее распространенной модификацией контактного элемента является элемент предложенный Р. Гудманом. Накопленная в таком элементе энергия имеется благодаря приложенным силам на единицу длины, действующим через вектор смещения, и должна быть суммирована по всему элементу:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} W_i P_i dx; \quad (2.1)$$

$$W_i = \begin{bmatrix} W_s^{\text{верх}} & -W_s^{\text{низ}} \\ W_n^{\text{верх}} & -W_n^{\text{низ}} \end{bmatrix}; \quad (2.2)$$



$$P_i = \frac{P_s}{P_n} \quad (2.3)$$

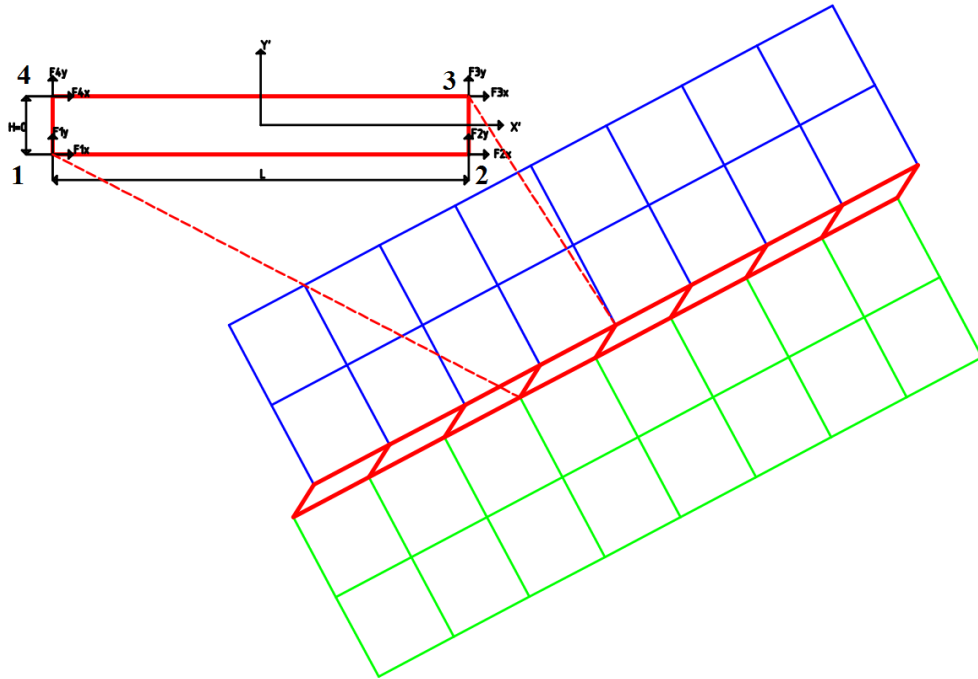


Рисунок 2.1 - Обобщенный вид контактного элемента.

Зеленые и синие элементы - блочные структуры, красные элементы - контакт блочных структур

Вектор усилия на единицу длины  $P$  может быть выражен через произведение смещения  $W$  на единичную жесткость трещины  $K$ ,

$$\{P\} = \{W\}[D], \quad (2.4)$$

в котором  $[D]$  - диагональная матрица свойств материала, выражающая жесткость трещины на единицу длины в нормальном и тангенциальном направлениях:

$$[D] = \begin{Bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Смещения на нижней и верхней грани элемента могут быть выражены через узловые перемещения с помощью формулы линейной интерполяции:

$$\begin{Bmatrix} W_s^{\text{низ}} \\ W_n^{\text{низ}} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix}; \quad (2.6)$$

$$\begin{Bmatrix} W_s^{\text{вепх}} \\ W_n^{\text{вепх}} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix}; \quad (2.7)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_2 & 0 & N_1 \end{bmatrix}; \quad (2.8)$$

$$N_1 = 1 - \frac{2x}{L}; \quad (2.9)$$

$$N_2 = 1 + \frac{2x}{L}, \quad (2.10)$$

где  $N_1$  и  $N_2$  - это функции формы контактного элемента,  $B$  - матрица градиентов,  $u$  и  $v$  - узловые перемещения в нормальном и тангенциальном направлениях.

Связь между напряжениями и смещениями для контактного элемента может быть представлена в виде:

$$\begin{Bmatrix} \tau_s \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = [D]\{W\} \quad (2.11)$$

Из выражений (3.29), (3.30), (3.31) и (3.27) получается:

$$\{W\} = \frac{1}{2} [B]\{U\}, \quad (2.12)$$

следовательно, интеграл накопленной энергии в контактном элементе принимает вид:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{4} \{U\}^T [B]^T [D] [B] \{U\} dx \quad (2.13)$$

Выполнив умножение из уравнения (3.13), и рассматривая вектор смещений как обобщенное напряжение, получаем матрицу жесткости для элемента трещины:

$$[k^{(e)}] = \int [B^{(e)}]^T [D^{(e)}] [B^{(e)}] dx; \quad (2.14)$$

$$[B]^T [D] [B] = \begin{bmatrix} k_s(N_1)^2 & 0 & N_1 N_2 k_s & 0 & -N_1 N_2 k_s & 0 & -k_s(N_1)^2 & 0 \\ 0 & k_n(N_1)^2 & 0 & N_1 N_2 k_n & 0 & -N_1 N_2 k_n & 0 & -k_n(N_1)^2 \\ N_1 N_2 k_s & 0 & k_s(N_2)^2 & 0 & -k_s(N_2)^2 & 0 & -N_1 N_2 k_s & 0 \\ 0 & N_1 N_2 k_n & 0 & k_n(N_2)^2 & 0 & -k_n(N_2)^2 & 0 & -N_1 N_2 k_n \\ -N_1 N_2 k_s & 0 & -k_s(N_2)^2 & 0 & k_s(N_2)^2 & 0 & N_1 N_2 k_s & 0 \\ 0 & -N_1 N_2 k_n & 0 & -k_n(N_2)^2 & 0 & k_n(N_2)^2 & 0 & N_1 N_2 k_n \\ -k_s(N_1)^2 & 0 & -N_1 N_2 k_s & 0 & -N_1 N_2 k_s & 0 & k_s(N_1)^2 & 0 \\ 0 & -k_n(N_1)^2 & 0 & -N_1 N_2 k_n & 0 & N_1 N_2 k_n & 0 & k_n(N_1)^2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

В этом уравнении единственными членами, которые имеются по длине элемента, являются три компоненты:  $(N_1)^2$ ,  $(N_2)^2$  и  $N_1N_2$ . Таким образом, имеется три интеграла, которые можно оценить следующим образом:

$$(N_1)^2 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(1 - \frac{2x}{L}\right) dx = \frac{4}{3}L; \quad (2.16)$$

$$(N_2)^2 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(1 + \frac{2x}{L}\right) dx = \frac{4}{3}L; \quad (2.17)$$

$$N_1N_2 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(1 - \frac{2x^2}{L^2}\right) dx = \frac{2}{3}L, \quad (2.18)$$

следовательно, жесткость единичного элемента трещины принимает следующий вид:

$$[k^e] = \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & -2k_s & 0 \\ 0 & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & -2k_n \\ k_s & 0 & 2k_s & 0 & -2k_s & 0 & -k_s & 0 \\ 0 & k_n & 0 & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & -k_n \\ -k_s & 0 & -2k_s & 0 & 2k_s & 0 & k_s & 0 \\ 0 & -k_n & 0 & -2k_n & 0 & 2k_n & 0 & k_n \\ -2k_s & 0 & -k_s & 0 & k_s & 0 & 2k_s & 0 \\ 0 & -2k_n & 0 & -k_n & 0 & k_n & 0 & 2k_n \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Данный параметр, далее, ансамблируется стандартным способом в глобальную матрицу жесткости системы линейных алгебраических уравнений с последующим её решением.

Обобщенный модифицированный контактный элемент алгоритм метода конечных элементов для решений упругой задачи представлен на рисунке 2.2. Красными блоками выделены новые или модифицированные участки программы [79].

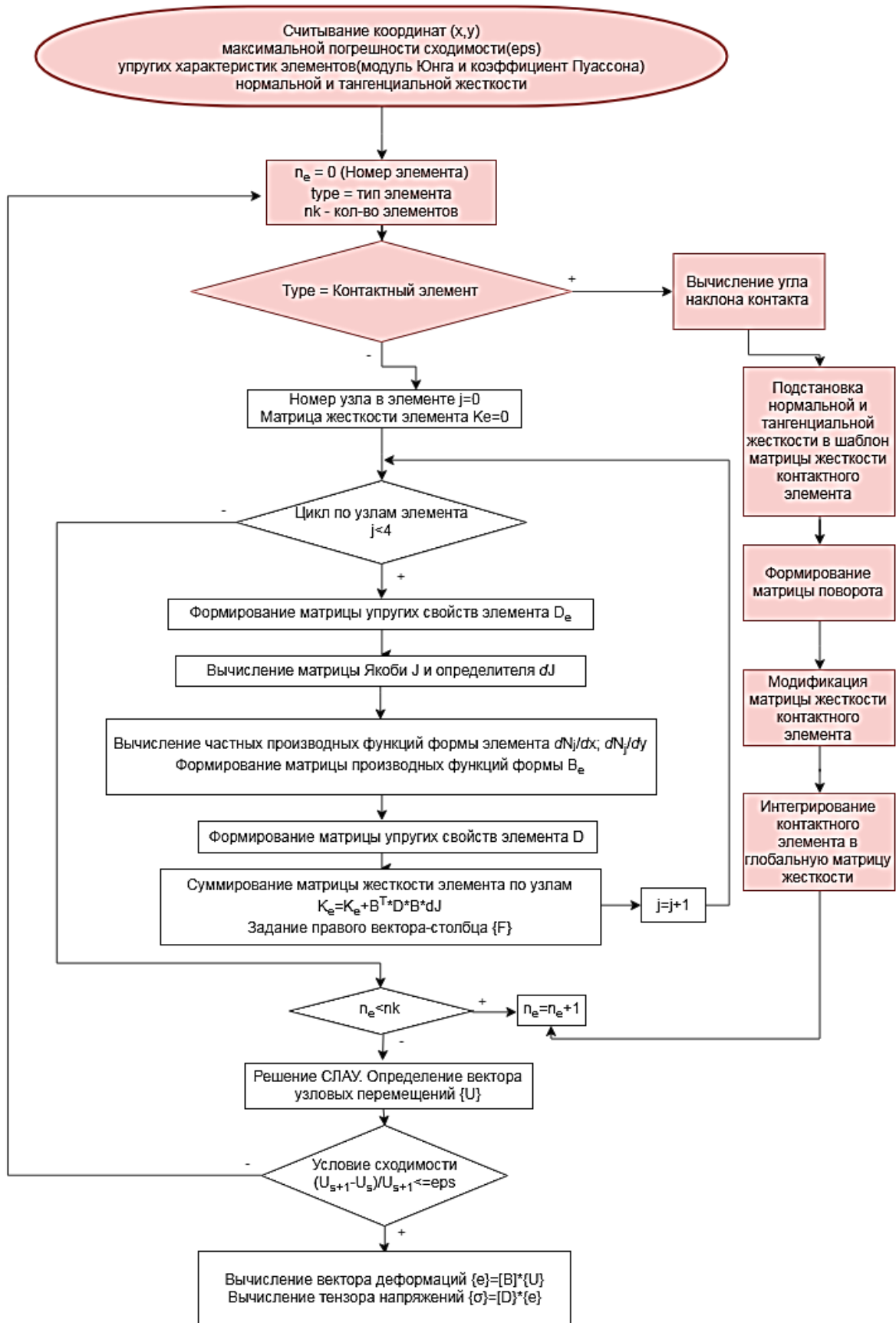


Рисунок 2.2 - Модифицированный контактными элементами алгоритм метода конечных элементов

## 2.3 Прочностные характеристики контактного элемента

Численное моделирование блочных массивов горных пород связано с усредненными значениями сдвиговой и нормальной жесткости трещин. Установлено, что эти компоненты доминируют в эластичных деформационных свойствах ненарушенной горной породы. Для тщательной оценки этих величин используются результаты испытаний тангенциальной и нормальной жесткости на моделях трещин [78, 80, 81, 82].

Зависимость тангенциальной и нормальной жесткости, в упругом приближении, представлена следующим выражением [83]:

$$\frac{k_s}{k_n} = \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \quad (2.20)$$

Обычно тангенциальная и нормальная жесткости не являются константами и зависят от относительных перемещений и напряжений [19]. Их значения должны быть оценены лабораторным путем, или изучением влияния их изменения с помощью численных экспериментов.

Эта зависимость показана на рисунке 2.3. В рамках упругой задачи отношение тангенциальной жесткости к нормальной не может превышать значение 0.5 [83, 84, 85]. Красной линией выделена аппроксимация зависимости жесткостей и коэффициента Пуассона для Саамского разлома. В работе Костюченко В.Н и др. проведена зависимость между масштабом нарушения сплошности массива и нормальной жесткостью (таблица 2.1).

Такие характеристики поверхности трещин как сцепление и угол внутреннего трения не будут использованы в рамках решения статической задачи теории упругости и могут быть применены в качестве критерия сдвига на этапе обработки результатов.

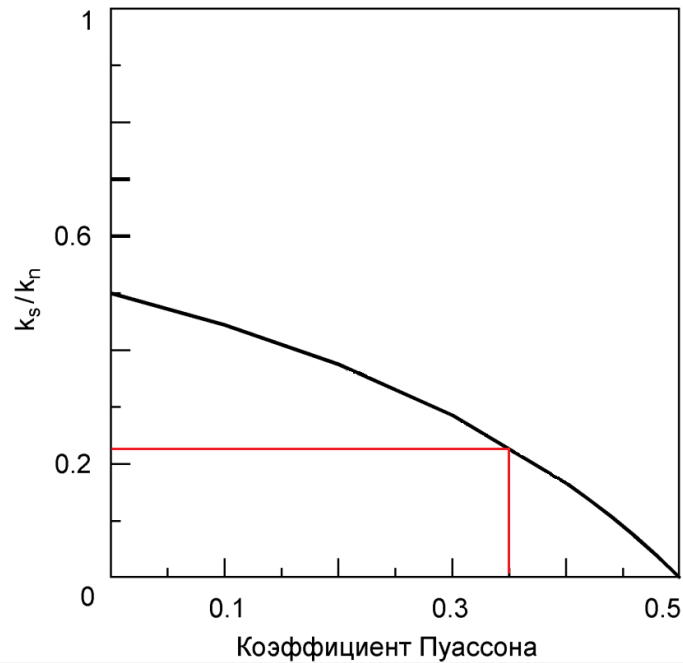


Рисунок 2.3 - Зависимость отношения тангенциальной жесткости контакта к нормальной жесткости и коэффициента Пуассона

Таблица 2.1 - Деформационные характеристики межблоковых границ

Описание нарушений	Ранг нарушения	Длина ограничиваемых блоков, м	$k_n$ , МПа/мм
Контакт скальных поверхностей	VI	10-20	350-450
Трещины с заполнителем в граните	VII	30-60	10-60
Крупные трещины в гранитах и кварцевых порфирах (Семипалатинск)	VIII	100-200	1.5-3
Разлом в граните (Балтийский щит)	IX	300-600	0.6-3.2
Разлом в кварците (Урал)	X	1000-2000	0.4-0.6
Саамский разлом (Хибины)	XII	10000-20000	0.2
Разломы в восточном Казахстане (район Семипалатинска)	XIII	30000-60000	0.07-0.15
Талассо-Ферганский разлом	XIV	100000-200000	0.03-0.06

Для оценки поведения контакта трещины при различных значениях нормальной и тангенциальной жесткости был проведен ряд численных экспериментов, позволяющий выявить закономерности изменения относительных узловых перемещений. В качестве моделируемого объекта была выбрана пластина, состоящая из конечных элементов, выступающих в качестве вмещающего массива и контактных элементов, представляющих собой закрытую трещину (рисунок 2.4) [86, 87].

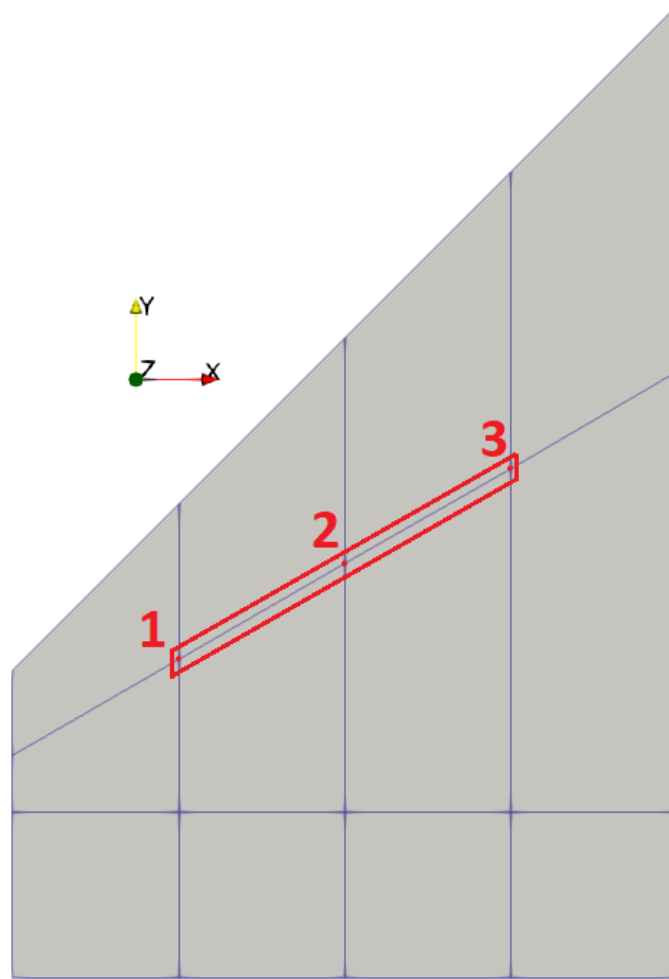


Рисунок 2.4 - Модель закрытой трещины в пластине

Контактные элементы выделены красной областью, а пары узлов, относительные перемещения которых будут оцениваться, пронумерованы. На верхнюю грань пластины были приложены поверхностные силы  $F=1000$  Н. Вмещающий массив охарактеризован модулем Юнга  $E=40000$  МПа и коэффициентом Пуассона  $\mu = 0.3$ . Закреплению подверглись лишь узлы, принадлежащие нижней грани.

Всего было проведено 16 экспериментов, в которых тангенциальная и нормальная жесткости принимали значения от  $1 \times 10^3$  МПа/м до  $1 \times 10^6$  МПа/м. Оценке подвергались как относительные перемещения на парах узлов центра контакта в нормальном и тангенциальном направлении, так и их зависимости друг относительно друга. В таблице 2.2. и 2.3 приведены результаты численных экспериментов.

Таблица 2.2 - Относительные нормальные перемещения в центре контакта трещины

$k_s \backslash k_n$	1,E+03	1,E+04	1,E+05	1,E+06
1,E+03	0,4974681062	0,0522343343	0,0044705005	0,0000090034
1,E+04	0,4945061508	0,0531868996	0,0049745251	0,0004248276
1,E+05	0,4953318980	0,0538253866	0,0051129991	0,0005003225
1,E+06	0,4935321347	0,0538894113	0,0051303029	0,0005082501

Таблица 2.3 - Относительные тангенциальные перемещения в центре контакта трещины

$k_s \backslash k_n$	1,E+03	1,E+04	1,E+05	1,E+06
1,E+03	0,1959387227	0,1901791169	0,1909457870	0,1905301879
1,E+04	0,0282603681	0,0281026855	0,0287463387	0,0288254428
1,E+05	0,0038751767	0,0028951595	0,0028777487	0,0028807068
1,E+06	0,0015537725	0,0004156506	0,0002988057	0,0002882238

По данным моделирования видно, что относительные перемещения в вертикальном направлении зависят только от нормальной жесткости контакта трещины (рисунок 2.5). В тангенциальном направлении прослеживается некоторая тенденция снижения относительных перемещений с ростом нормальной жесткости. Поскольку нормальная жесткость, в основном, характеризуется деформационными характеристиками заполняющего материала и прочностью элементов, представляющих шероховатость блоков, то, чем выше нормальная жесткость, тем менее подвержены разрушению элементы шероховатости, и, следовательно, тангенциальная жесткость будет тоже выше. Интенсивность снижения величин горизонтальных смещений по контакту падает при значениях нормальной жесткости равной  $k_n = 1 \times 10^6$  МПа/см. Так же наблюдается их, практически, линейная зависимость от тангенциальной жесткости.



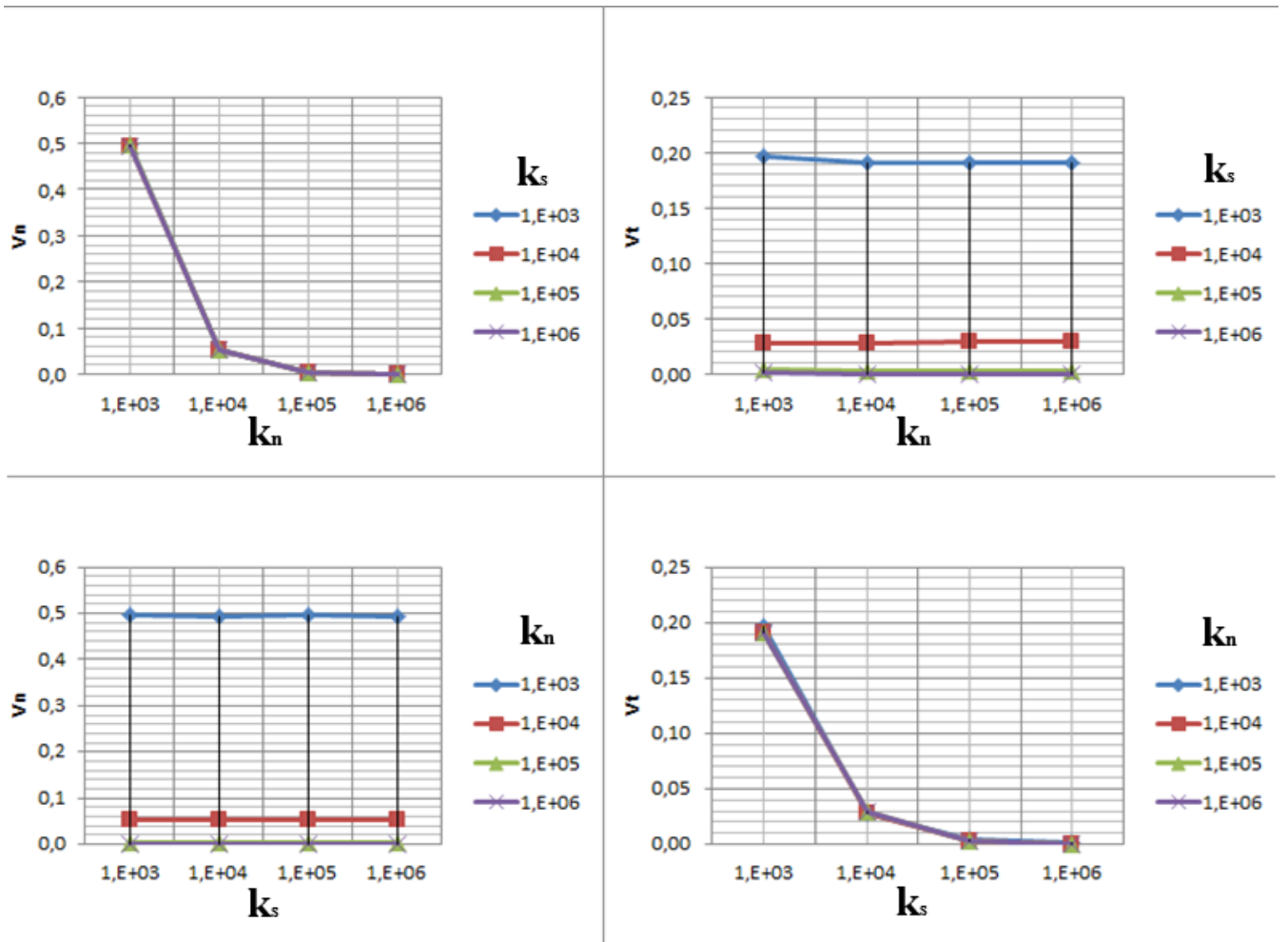


Рисунок 2.5 - Графики зависимостей относительных перемещений от жесткости контакта трещины

Исходя из оценки результатов численных экспериментов, в дальнейшей исследовательской работе, для абстрактных плоских моделей, нормальная жесткость контакта трещины будет принята  $k_n \approx 1 \times 10^6$  МПа/см. Тангенциальная жесткость будет варьироваться в зависимости от характеристик блочных структур горного массива.

## 2.4 Модернизация алгоритма программного комплекса SigmaGT при введении контактных элементов

Дальнейшим шагом, после оценки поведения контактного элемента под нагрузкой в абстрактных моделях, является его апробация на модели горнотехнических сооружений.

Используя программный комплекс SigmaGT, из модели месторождения Кукисвумчорр была вырезана модель одиночной выработки путем интерполяции (рисунок 2.6). В кровле выработки, с помощью инструмента по заданию прочностных свойств элементов, был промоделирован участок неоднородности. Композитный материал, представляющий собой ослабленную структуру, выделен красным цветом и характеризуется модулем Юнга  $E=1400.0$ , коэффициентом Пуассона  $\mu=0.35$  и объемным весом  $P=3.0$ . Вмещающий массив представлен скальными породами и имеет  $E=70000$ ,  $\mu=0.2$ ,  $P=3.65$ .

Представленная модель может использоваться, как для учета естественных плоскостей ослабления, так и для имитации техногенных трещин на контуре выработки. В том числе возможно моделирование локальных разгрузочных мероприятий в виде строчки скважин способствующей переносу концентрации напряжений от контура выработки вглубь массива [88, 89, 90, 91, 64, 92] и уточнение напряжений и деформаций в результате их проведения. Использование контакт-элементов в таких моделях позволит приблизить прогнозное распределение НДС к фактическому и оценить эффективность планируемого мероприятия на определенном участке конкретной выработки.

Изолинии максимальной компоненты напряжений для вертикального сечения объемной модели представлены на рисунке 2.7. По распределению видно, что после включения области ослабления концентрация напряжений переместилась от контура выработки вглубь массива к концу трещины. Для оценки перемещений по контакту между блоками вмещающего массива и разломной структуры, необходимо использовать контактные элементы на вертикальном разрезе данной модели.

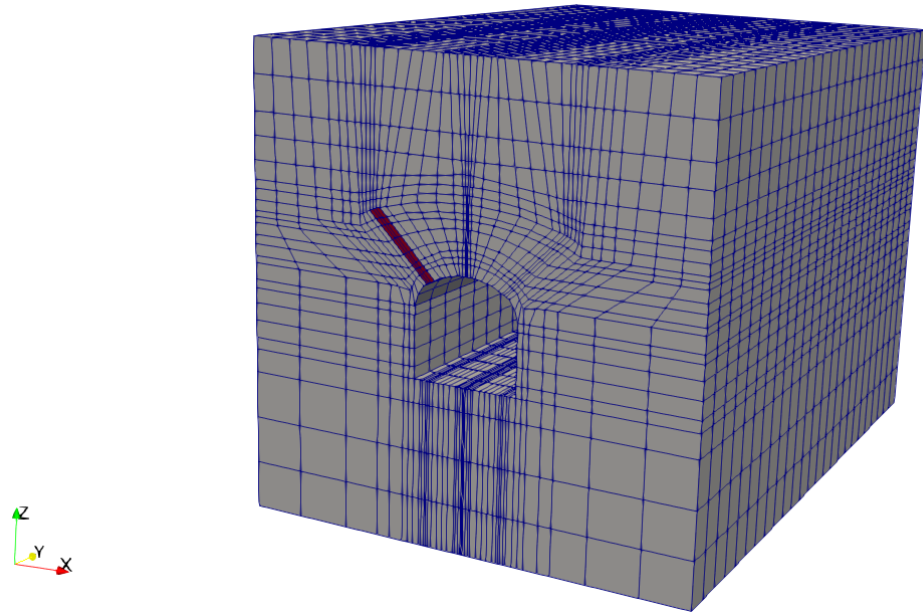


Рисунок 2.6 - Объемная модель одиночной выработки



Рисунок 2.7 - Распределение полей максимальной компоненты напряжений.  
А - До моделирования структурной неоднородности, Б - после моделирования

Для проведения численных экспериментов при включении в расчет НДС контакт-элементов в двумерной постановке из объемной модели был вырезан вертикальный слой. Узловые перемещения на границах новой модели были проинтерполированы. В определенных условиях при моделировании протяженных объектов двумерное напряженно-деформированное состояние будет приближено к трехмерному. Одним из таких случаев является модель выработки в поле действия тектонических напряжений, где одна из

горизонтальных компонент напряжений в несколько раз превышает другую. Тогда при проходке выработки в крест простирания действующих максимальных напряжений второй горизонтальной компонентой можно пренебречь. Был выбран участок массива горных пород, на котором данное условие выполняется.

В результате перехода к плоской задаче, векторное поле главной компоненты напряжений максимально приближено к объемному варианту (рисунок 2.8).

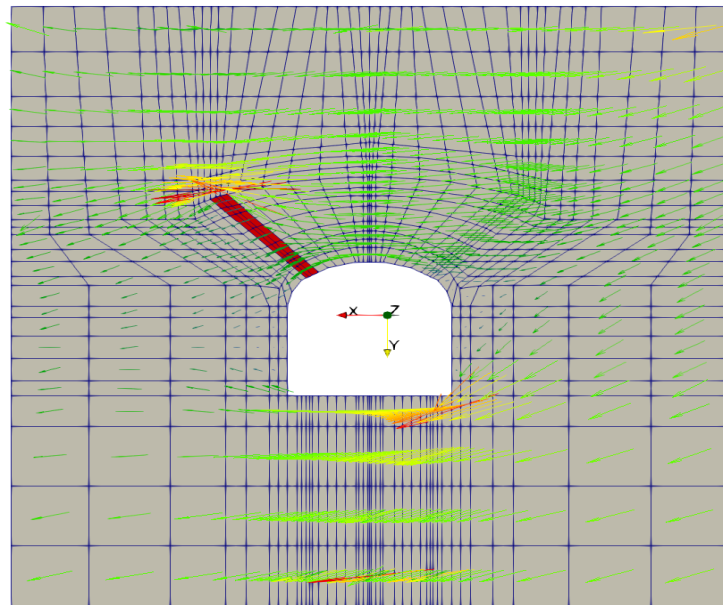
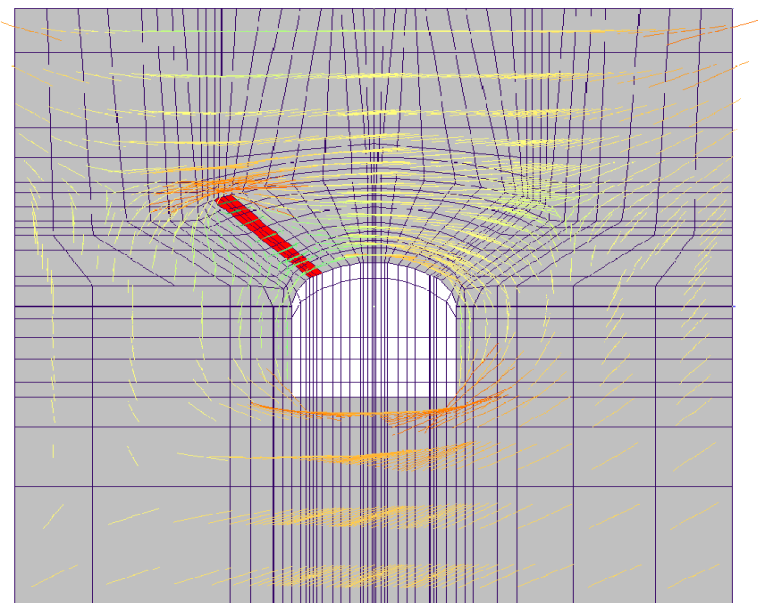
**А****Б**

Рисунок 2.8 - Векторные поля максимальной компоненты напряжений.  
А - плоское сечение модели в Maxima, Б - вертикальный разрез трехмерной модели SigmaGT

Внедрение контактного элемента осуществлялось в узлах, выделенных на рисунке 2.9. Поскольку разломная структура ориентирована по нормали к кровле выработки, наибольший интерес представляют относительные нормальные перемещения. В таблицах 2.4 и 2.5 представлены относительные перемещения в парах узлов, при тангенциальной жесткости контакта трещины  $k_s=1 \times 10^2$  МПа/см и  $1 \times 10^6$  МПа/см соответственно.

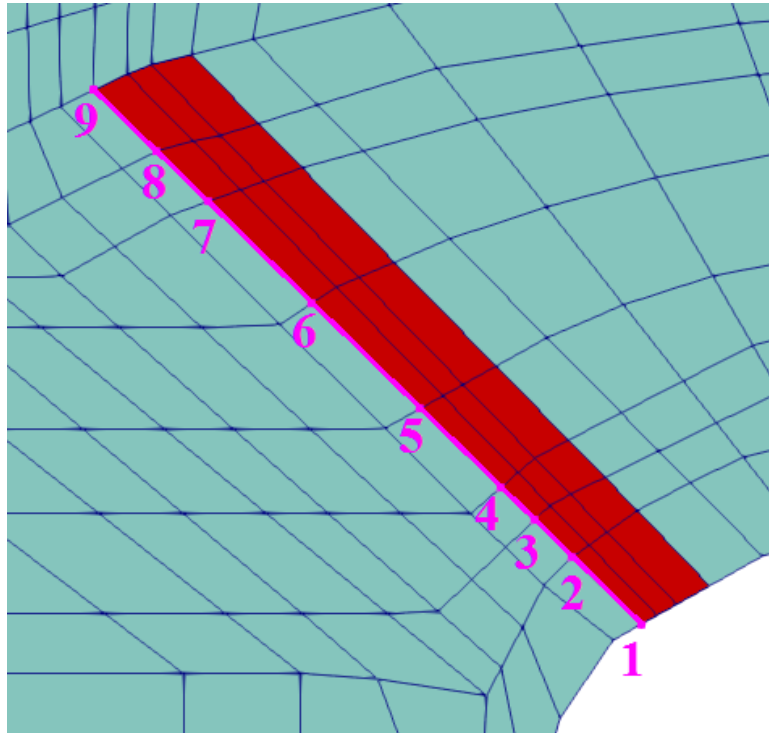


Рисунок 2.9 - Интеграция контактных элементов в модель одиночной выработки

Таблица 2.4 - Результат моделирования поверхности контакта. Относительные перемещения при низких значениях тангенциальной жесткости

Пара узлов	$dU$ (см)	$dV$ (см)
1	3,14E-5	9,6E-7
2	3,13E-5	9,2E-7
3	3,12E-5	8,5E-7
4	3,11E-5	7,9E-7
5	3,09E-5	7,1E-7
6	3,06E-5	6,3E-7
7	3,04E-5	5,6E-7
8	3,01E-5	5,63E-7
9	2,98E-5	5,2E-7

Таблица 2.5 - Результат моделирования поверхности контакта. Относительные перемещения при высоких значениях тангенциальной жесткости

Пара узлов	$dU$ (см)	$dV$ (см)
1	3,6E-5	3,14E-6
2	3,8E-5	5,21E-6
3	3,84E-5	5,69E-6
4	3,78E-5	5,86E-6
5	3,58E-5	5,41E-6
6	3,06E-5	3,76E-6
7	3,25E-5	0,82E-6
8	2,98E-5	1,48E-6
9	2,75E-5	3,45E-6

Из табличных данных численного моделирования видно, что с увеличением тангенциальной жесткости контакта трещины возросли её относительные перемещения в нормальном направлении. Это объясняется тем, что угол наклона контакта блоков равен примерно  $135^\circ$ , и, соответственно, вместо горизонтального сдвига, произошло вертикальное смещение блоков друг относительно друга.

Вместе с узловыми перемещениями изменились и векторное поле напряжений. На рисунке 2.10 изображены вектора максимальной компоненты напряжений, где отчетливо видна зона концентрации напряжений. После введения контактных элементов в данной области уровень напряжений вырос (рисунок 2.11). Также изменились направления векторов, как во вмещающем массиве, так и в композитном материале разломной структуры.

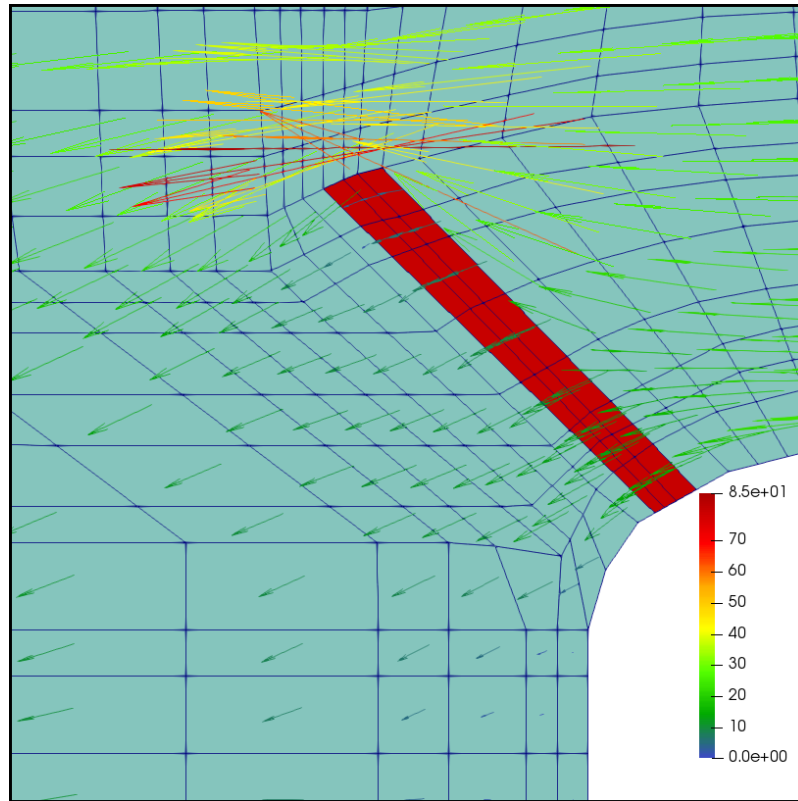


Рисунок 2.10 - Векторное поле напряжений в окрестности разломной структуры.  
Без внедрения контактного элемента

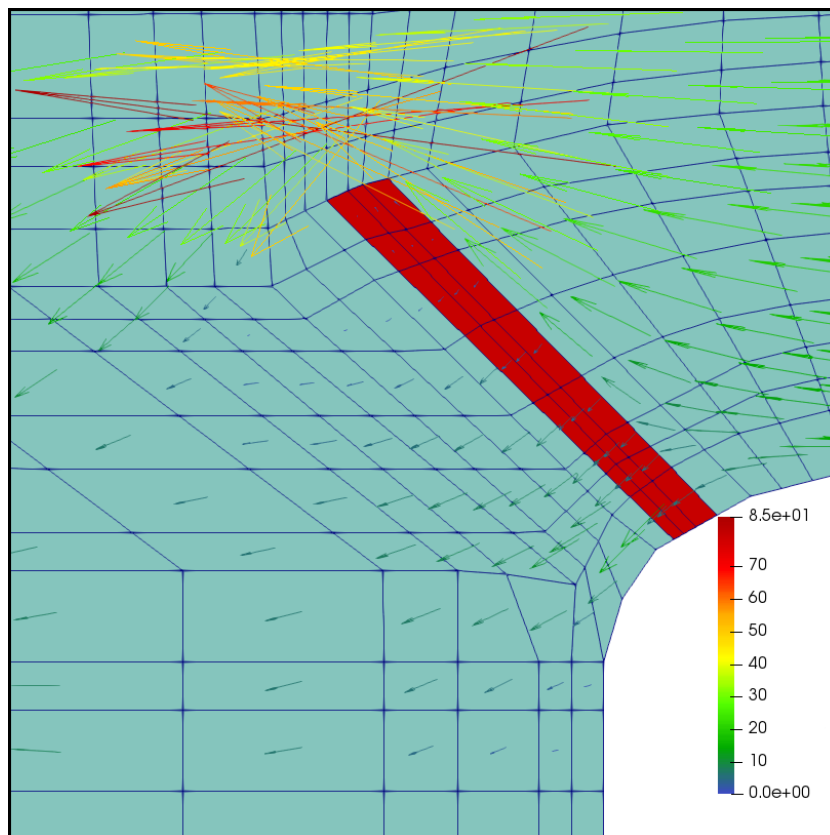


Рисунок 2.11 - Векторное поле напряжений в окрестности разломной структуры. После  
интеграции контактного элемента

При изменении параметров жесткости контактного элемента (рисунок 2.12), изменениям в напряжениях подверглись, в основном, находящиеся в разломной структуре или ниже нее элементы.

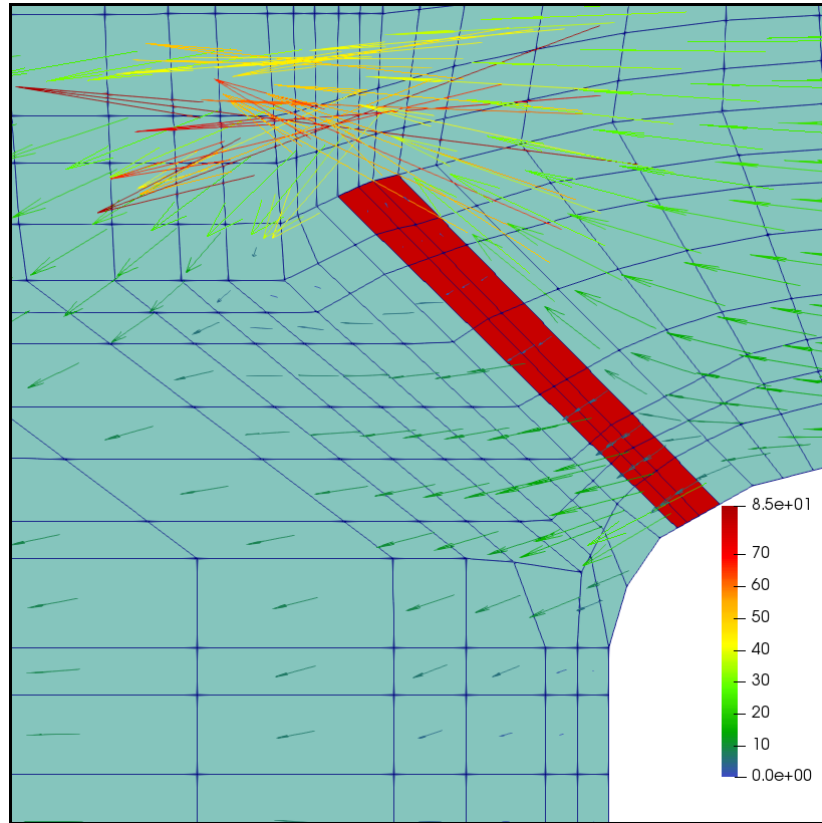


Рисунок 2.12 - Векторное поле напряжений в окрестности разломной структуры. После интеграции контактного элемента с увеличенной тангенциальной жесткостью

Таким образом, введение контактных элементов в модель одиночной выработки для учета ослабленной зоны на ее контуре показало, что наличие трещины, субвертикальной контуру выработки, заполненной материалом со сниженными упругими характеристиками, оказывает более существенное влияние на приконтурный массив выработки, чем предполагалось ранее.

А именно:

- блоки, находящиеся ниже введенных контактных элементов, подверглись разгрузке, что обусловлено относительно высокой нормальной жесткостью контакта;
- возросла концентрация поля максимальной компоненты главных напряжений на кончике трещины, без явного изменения направления их векторов;



– вариация тангенциальной жесткости, с неизменной нормальной жесткостью, дает изменения напряженно-деформированного состояния в области ниже зоны ослабления.

## **2.5 Проведение численных экспериментов с использованием контактных элементов в объемной постановке**

В определенных условиях при моделировании протяженных объектов двумерное напряженно-деформированное состояние будет приближено к трехмерному. Одним из таких случаев является модель одиночной горной выработки в поле действия тектонических напряжений, где одна из горизонтальных компонент напряжений в несколько раз превышает другую. Тогда при имитации проходки выработки по нормали к действующим максимальным напряжениям второй горизонтальной компонентой можно пренебречь.

Для трехмерного моделирования НДС нарушенного массива под воздействием субгоризонтальных и вертикальных сил необходимо дополнение модели трехмерными контактными элементами. Трехмерная модель, по сравнению с плоской постановкой, обладает рядом преимуществ:

- учет полного тензора напряжений;
- поддержка сложной геометрии геологических структур и горнотехнических объектов;
- возможность создания больших мелкомасштабных моделей для целых месторождений.

Обобщение подхода Р. Гудмана на трехмерный случай позволило вывести матрицу жесткости трехмерного элемента. Для интегрирования использовались функции формы объемного элемента. Сам контактный элемент рассматривался в

локальных координатах и представлял собой восьмиузловую пластину (рисунок 2.13).

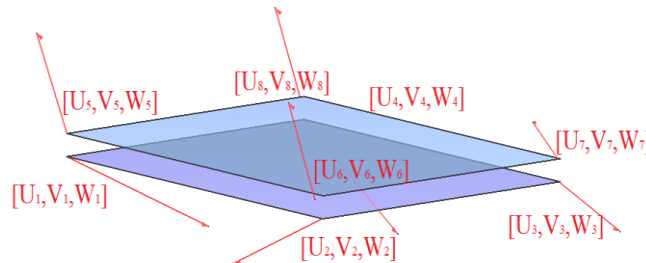


Рисунок 2.13 - Элементарный трехмерный контактный элемент

В исходном состоянии элемент имеет идентичные координаты в смежных узлах по координате  $Z$ . Размерность матрицы жесткости такого элемента  $[24 \times 24]$ . Имея начальную матрицу жесткости для квадратного элемента с локальными координатами узлов  $X', Y'$ :  $[-1, 1]$  и  $Z'=0$ , необходимо было получить матрицу для элемента с произвольными глобальными координатами. Матрица Якоби для контактного элемента формируется за счет его функций формы в плоскости, по аналогии с обычным упругим конечным элементом. В общей форме, переход от локальных координат к глобальным имеет вид:

$$\iiint_V W[X, Y, Z]_{global} dV = \det(J)^{-1} \iiint_{V'} W[X', Y', Z']_{local} dV' \quad (2.21)$$

Для оценки деформации массива с включенной неоднородностью, контактный элемент был внедрен в абстрактную модель, прочностные характеристики которой представлены в таблице 2.6. Силы приложены к верхней грани (рисунок 2.14), но действуют не по нормали и раскладываются по трем направлениям.

Таблица 2.6 - Свойства моделируемого объекта

$E$	$\mu$	$\rho$	$k_n$	$k_s$
700000	0.2	2.65	1.7e+7	0.7e+7

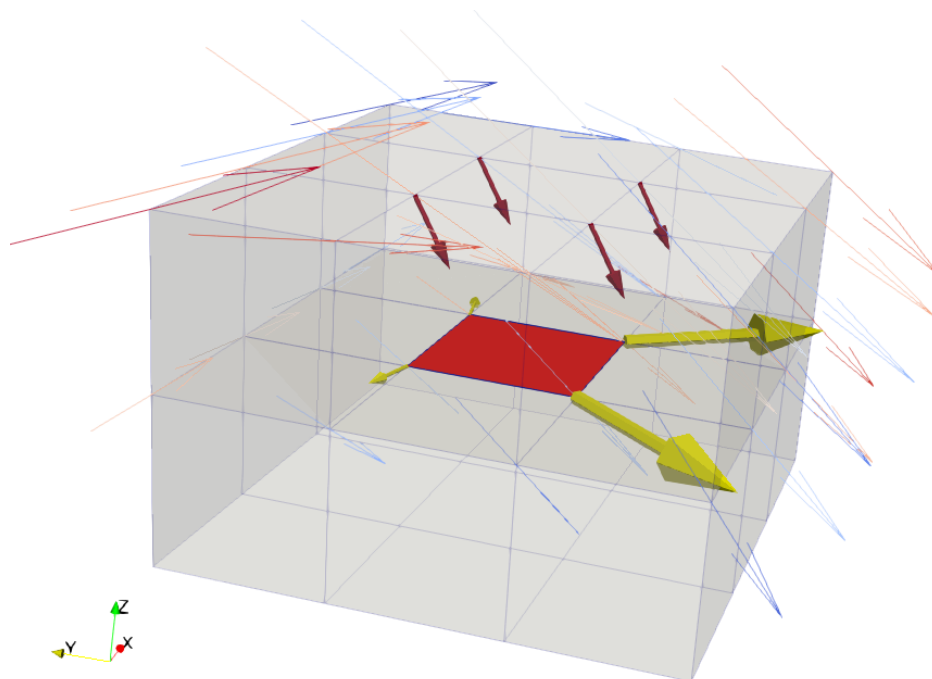


Рисунок 2.14 - Абстрактная модель с трехмерной модификацией контактного элемента. Красные вектора – приложенные узловые нагрузки, желтые – узловые смещения по контакту

Был проведен ряд численных экспериментов с поворотом модели и изменением геометрии контактного элемента. При равных граничных условиях, модели имели аналогичную деформацию, что указывает на независимость контактного элемента от его геометрии и положения в пространстве. При прочих равных условиях, при повороте и наклоне контактного элемента, полученный вектор смещений был равен по модулю вектору неповернутой модели. Исходя из результатов тестового моделирования был сделан вывод о возможности использования трехмерной модификации контактного элемента в трехмерных моделях конечных элементов упругой среды.

## 2.6 Выводы по главе 2

1. Реализован алгоритм метода конечных элементов, включающий использование контактных элементов Гудмана в двумерной постановке для моделирования взаимодействий между поверхностями.

2. Выполнена оценка поведения контакта трещины при различных значениях нормальной и тангенциальной жесткости, что позволило выявить влияние этих параметров на механическое поведение трещины. В ходе работы были смоделированы различные сценарии изменения нормальной жесткости  $k_n$  и тангенциальной жесткости  $k_s$  для оценки степени влияния этих параметров на устойчивость контакта и характер распределения напряжений вблизи трещины.

3. Проведен ряд численных экспериментов в плоской постановке, позволяющий выявить закономерности изменения относительных узловых перемещений контактного элемента.

4. Обобщение подхода Р. Гудмана на трёхмерный случай позволило разработать и вывести матрицу жёсткости трёхмерного контактного элемента, что расширило возможности численного моделирования контактов в задачах геомеханики. Трёхмерный контактный элемент даёт возможность проводить более точные расчёты и повышает достоверность результатов численного моделирования в объемной постановке.

5. Выявлены ограничения использования контактных элементов Гудмана для моделирования неоднородностей, главным из которых является создание неструктурированной сетки конечных элементов, что усложняет дальнейшие манипуляции с ней.

## ГЛАВА 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОЙ И ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ПРИ ИСПЫТАНИИ ОБРАЗЦОВ НА СДВИГ

Основными параметрами, характеризующими поверхность трещин, являются:

- сцепление;
- угол внутреннего трения;
- коэффициент шероховатости.

Данные свойства определяются лабораторно распространенными методами, однако, в рамках обзорной части работы не было найдено четкой зависимости этих параметров и жесткости трещины. Исходя из этого, данное исследование проходило в два этапа:

1. Определение параметров жесткости трещины лабораторным испытанием на сдвиг
2. Многовариантное моделирование напряженно-деформированного состояния участка массива горных пород, в окрестности закрытой трещины, с оценкой поведения нарушенного массива в зависимости от закладываемых параметров контакта.

### **3.1 Определение параметров жесткости трещины лабораторным испытанием на сдвиг**

В лаборатории № 26.3 «Инструментальных исследований состояния горных пород Арктической зоны РФ» ГоИ КНЦ РАН на автоматизированном испытательном комплексе «АСИС» (рисунок 3.1) были произведены лабораторные испытания образцов керна вмещающих пород месторождений Хибинского массива на сдвиг и получены величины нормальной и тангенциальной жесткости.



Рисунок 3.1 - Автоматизированным испытательный комплекс «АСИС»

Как было сказано ранее, деформационные характеристики нарушенного массива горных пород в значительной степени зависят от геометрических и механических характеристик трещин. Тангенциальная и нормальная жесткость трещины является не только одним из основных факторов в численном анализе неоднородностей, но и может быть использовано в расчете упругих характеристик замещающего разлом материала при моделировании методом конечных элементов.

Для определения нормальной и тангенциальной жесткости трещин была проведена серия испытаний образцов группы щелочных габбoidов (уртитов и шонкинитов), отобранных на месторождениях Хибинского массива, на сдвиг CNL (Constant Normal Loading). Неоднородности представляют собой искусственные трещины с различным углом пересечения керна. Каждый образец испытывался в три этапа с пошаговым увеличением нормальной нагрузки. Далее строились графики зависимости деформаций от приложенных нормальных и тангенциальных нагрузок. К данным графикам строятся касательные, угол которых характеризует отношения [94]:

$$k_s = \frac{\Delta\sigma_s}{\Delta u_s}; \quad k_n = \frac{\Delta\sigma_n}{\Delta v_n} \quad (3.1)$$

### 3.1.1 Образец №1: шонкинит с месторождения «Олений ручей»



Рисунок 3.2 - Образец № 1, отобран на месторождении Олений ручей (115-г р:17+00 м: 359)

Образец (рисунок 3.2) характеризуется следующими параметрами:

1. Угол пересечения трещиной:  $58^\circ$
2. Диаметр керна: 47.4 мм.
3. Длина образца: 124.1 мм
4. Геологическое описание: Шонкинит тонкозернистый с участком пойкилитовой структуры, меланократовый, массивный.

5. *Состав:*

Пироксенит – 70-80%, тонкозернистый с участком вкрапления крупнозернистого длиннопризматического, цвет черный, блеск стеклянный.

Полевой шпат – 15-20%, тонкозернистый, цвет серый.

Нефелин – 2-5%, мелко-среднезернистый, цвет мутновато-серый, блеск жирный.

Сфен – 2-5%, зернистой массы, мелкозернистый, цвет коричневый, блеск стеклянный.

Над образцом были произведены лабораторные испытания на сдвиг по плоскости трещины, после достижения величин нормальной нагрузки в 0.5, 1.0 и 1.5 МПа на каждом шаге испытания (рисунки 3.3 - 3.5).

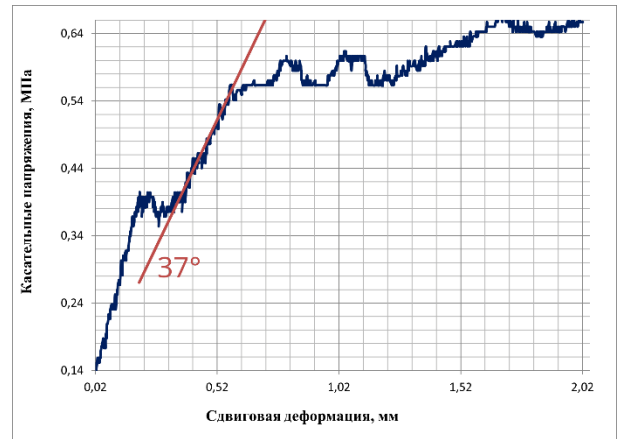
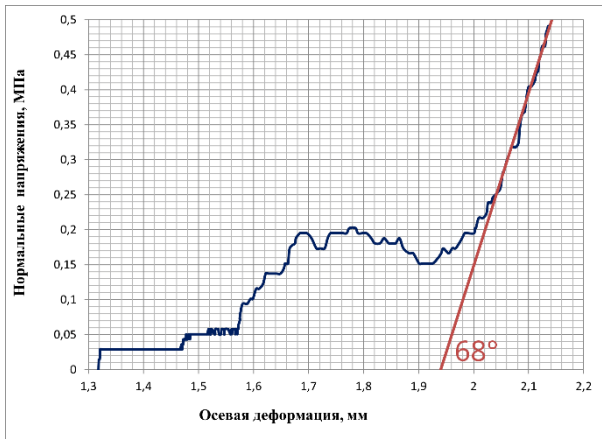


Рисунок 3.3 - Этап №1. Нормальная нагрузка: 0.5 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(68^\circ) = 2.48 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(37^\circ) = 0.75 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 3.28$$

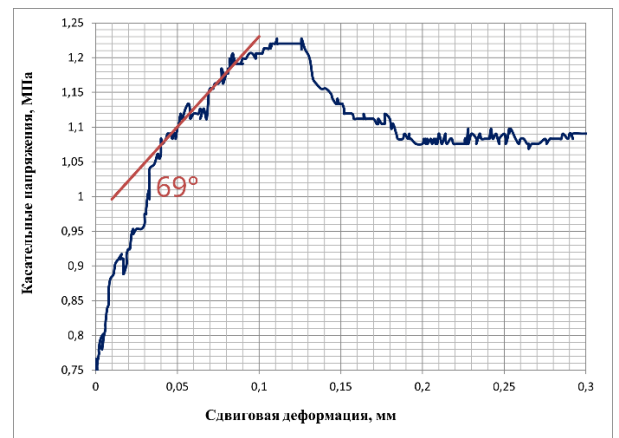
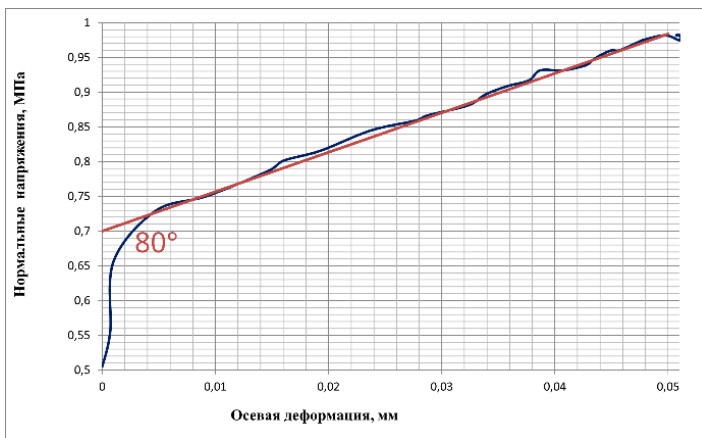


Рисунок 3.4 - Этап №2. Нормальная нагрузка: 1.0 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(80^\circ) = 5.67 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(69^\circ) = 2.61 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 2.18$$



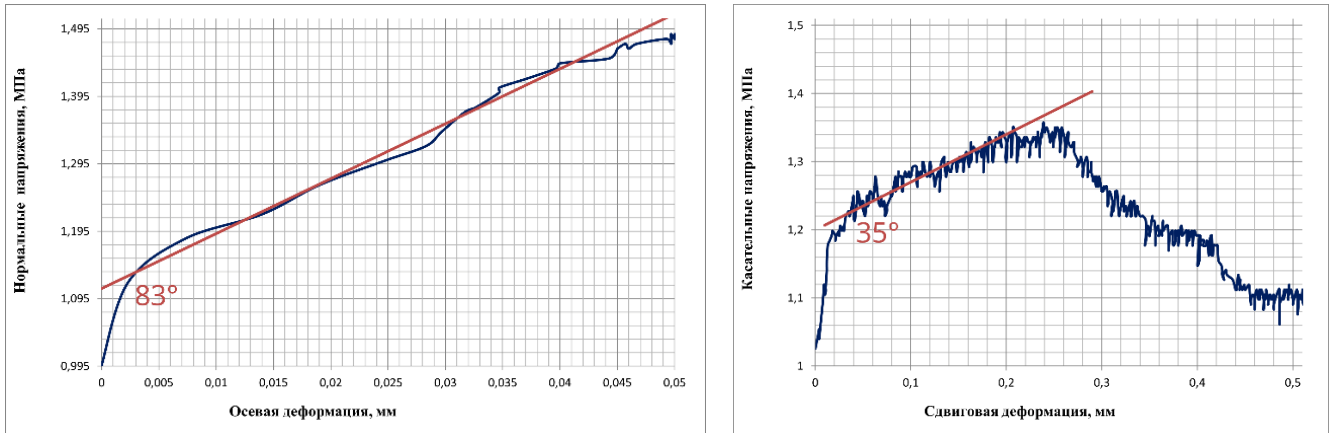


Рисунок 3.5 - Этап №3. Нормальная нагрузка: 1.5 МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(83^\circ) = 8.14 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(35^\circ) = 0.7 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 11.63$

### 3.1.2 Образец №2: шонкинит с месторождения «Олений ручей»



Рисунок 3.6 - Образец № 2, отобран на месторождении Олений ручей (115-г р:17+00 м: 359)

Образец (рисунок 3.6) характеризуется следующими параметрами:

- Угол пересечения трещиной:  $86^\circ$
- Диаметр керна: 47.4 мм.
- Длина образца: 118.3 мм

- Геологические описание: Шонкинит тонкозернистый, меланократовый, массивный.

- Состав:

Пироксенит – 80%, тонкозернистый, цвет черный, блеск стеклянный.

Полевой шпат – 20%, тонкозернистый, цвет серый.

Над образцом были произведены лабораторные испытания на сдвиг по плоскости трещины, после достижения величин нормальной нагрузки в 1.0, 1.5 и 2.0 МПа на каждом шаге испытания (рисунки 3.7 - 3.9).

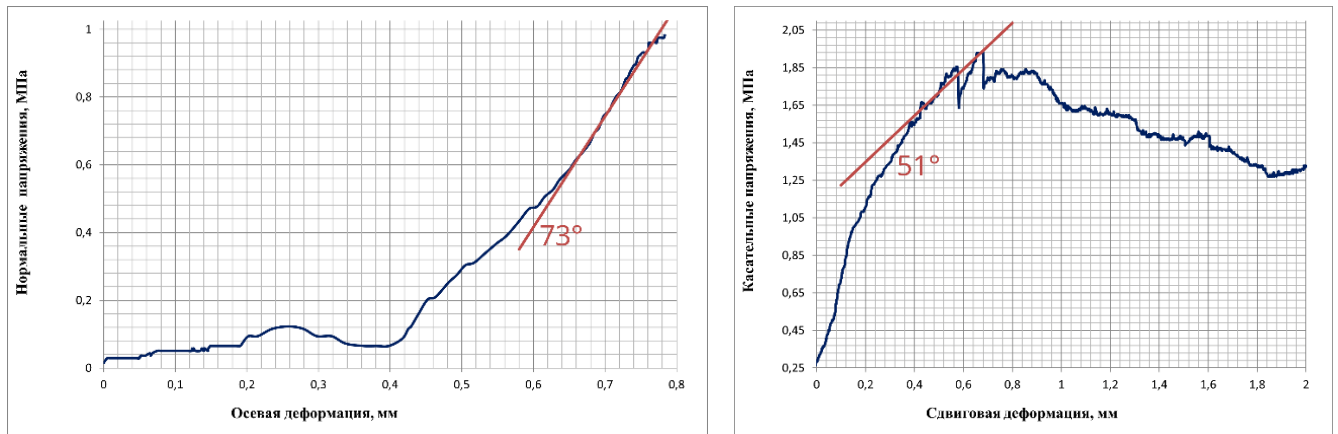


Рисунок 3.7 - Этап №1. Нормальная нагрузка: 1.0 МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(73^\circ) = 3.27 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(51^\circ) = 1.23 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 2.65$

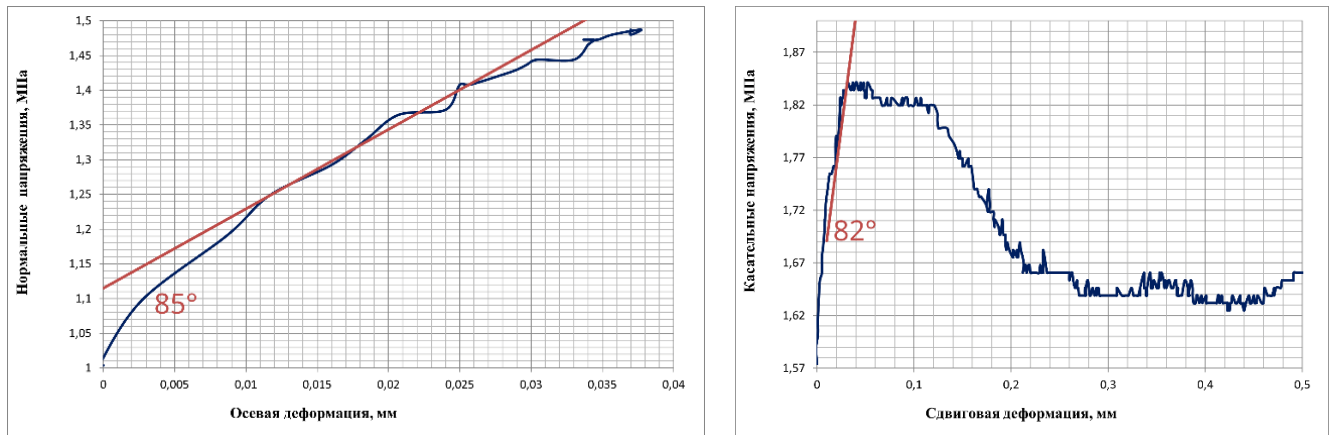


Рисунок 3.8 - Этап №2. Нормальная нагрузка: 1.5 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(85^\circ) = 11.43 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(82^\circ) = 7.12 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 1.48$$

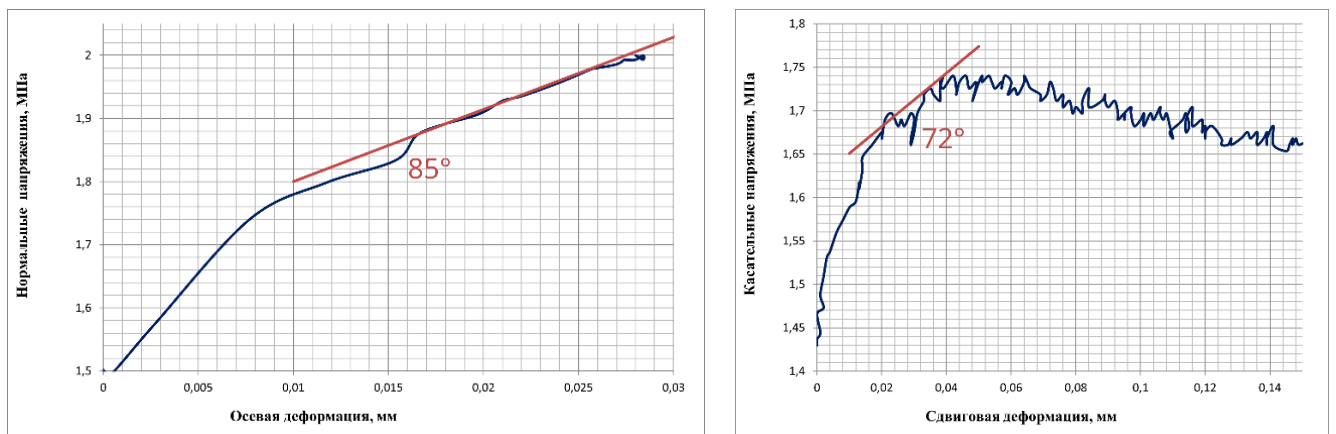


Рисунок 3.9 - Этап №2. Нормальная нагрузка: 2.0 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(85^\circ) = 11.43 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(72^\circ) = 3.08 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 3.71$$

### 3.1.3 Образец №3: уртит с месторождения «Кукисвумчорр»



Рисунок 3.10 - Образец № 3, отобран на месторождении Кукисвумчорр (блок 7-1С)

Образец (рисунок 3.10) характеризуется следующими параметрами:

- Угол пересечения трещиной:  $72^\circ$
- Диаметр керна: 45.0 мм.
- Длина образца: 121.0 мм
- Геологическое описание: Уртит среднезернистый, массивный.
- *Состав:*

Нефелин – 75-80 %, среднезернистый, цвет мутновато-серый, блеск жирный.

Пироксенит – 15-20 %, среднезернистый, цвет черный, блеск стеклянный, волокнистый, спайность средняя, излом неровный.

Сфен – 5 %, зернистой массы, мелкозернистый, цвет коричневый, блеск стеклянный.

Над образцом были произведены лабораторные испытания на сдвиг по плоскости трещины, после достижения величин нормальной нагрузки в 0.5, 1.0 и 1.5 МПа на каждом шаге испытания (рисунки 3.11 - 3.13).

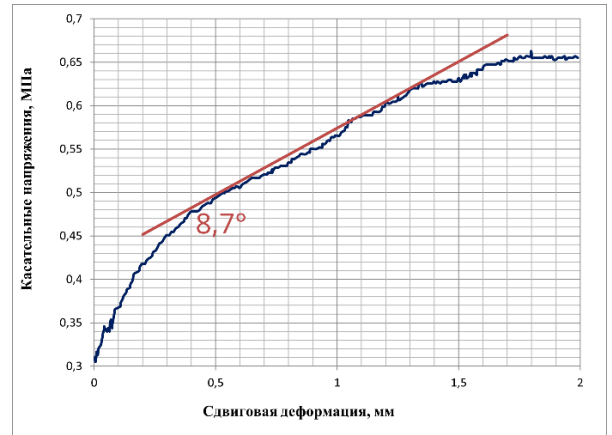
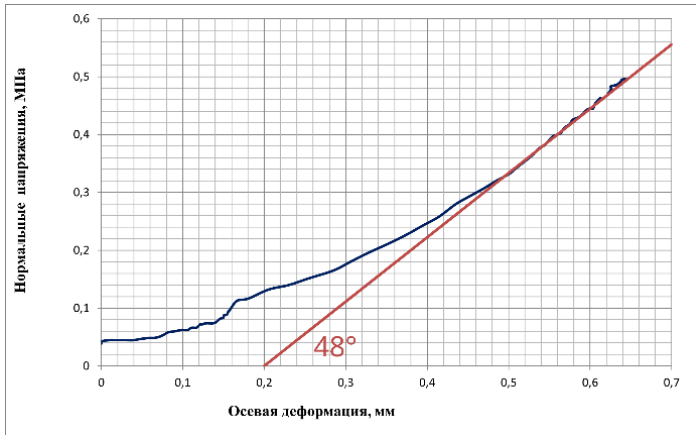


Рисунок 3.11 - Этап №1. Нормальная нагрузка: 0.5 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(48^\circ) = 1.11 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(8.7^\circ) = 0.15 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 7.26$$

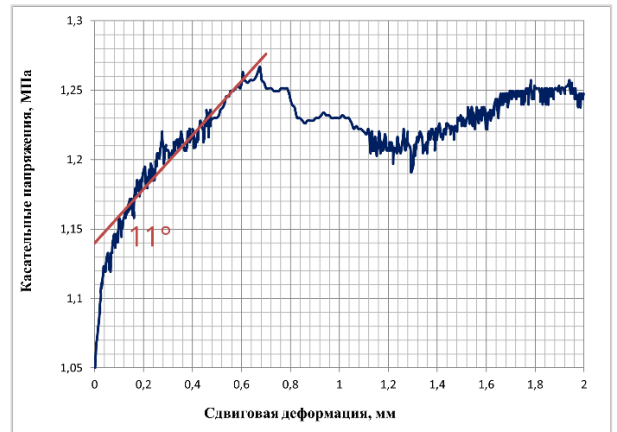
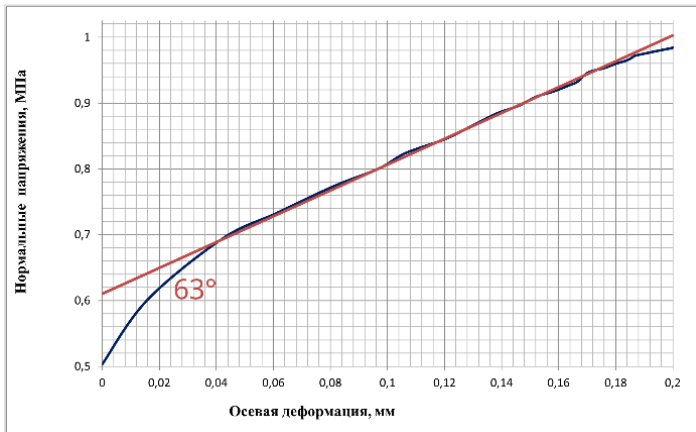


Рисунок 3.12 - Этап №2. Нормальная нагрузка: 1.0 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(63^\circ) = 1.96 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(11^\circ) = 0.19 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 10.1$$

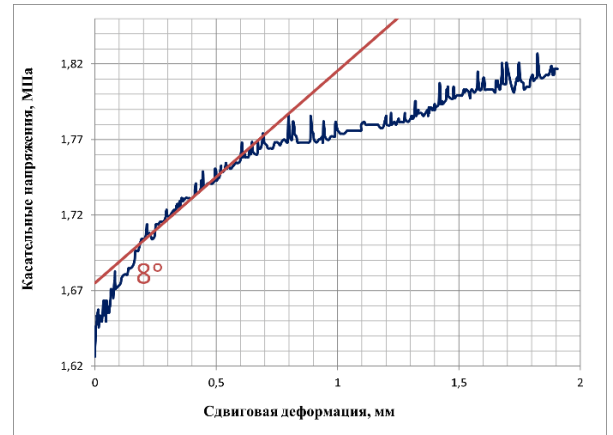
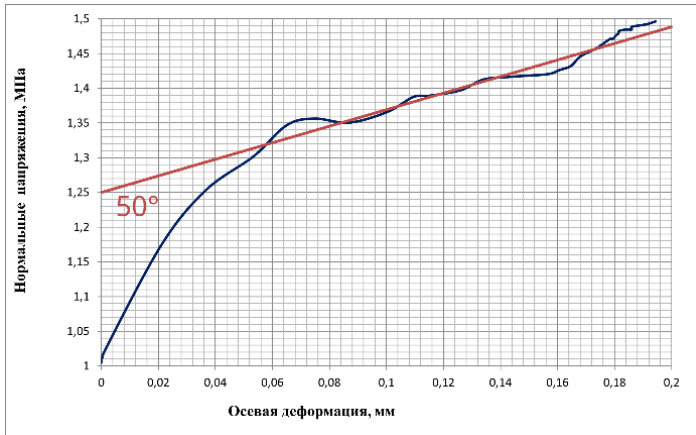


Рисунок 3.13 - Этап №3. Нормальная нагрузка: 1.5 МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(50^\circ) = 1.19 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(8^\circ) = 0.14 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 8.48$

### 3.1.4 Образец №4: уртит с месторождения «Кукисвумчорр»



Рисунок 3.14 - Образец № 4, отобран на месторождении Кукисвумчорр (блок 7-1С)

Образец (рисунок 3.14) характеризуется следующими параметрами:

- Угол пересечения трещиной:  $77^\circ$
- Диаметр керна: 45.0 мм.
- Длина образца: 113.8 мм
- Геологическое описание: Уртит среднезернистый, массивный.

- *Состав:*

Нефелин – 70-85 %, среднезернистый, цвет мутновато-серый, блеск жирный.

Пироксенит – 10-20 %, среднезернистый, цвет черный, блеск стеклянный, волокнистый, спайность средняя, излом неровный.

Сфен – 5-10 %, зернистой массы, мелкозернистый, цвет коричневый, блеск стеклянный.

Над образцом были произведены лабораторные испытания на сдвиг по плоскости трещины, после достижения величин нормальной нагрузки в 1.0, 1.5 и 2.0 МПа на каждом шаге испытания (рисунки 3.15 - 3.17).

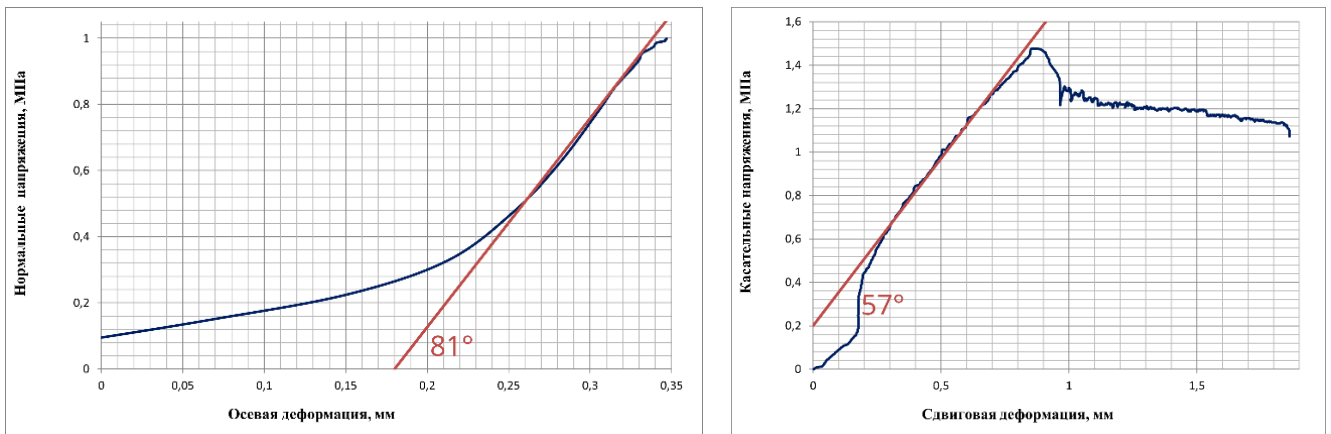


Рисунок 3.15 - Этап №1. Нормальная нагрузка: 1.0 МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(81^\circ) = 6.31 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(57^\circ) = 1.54 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 4.1$

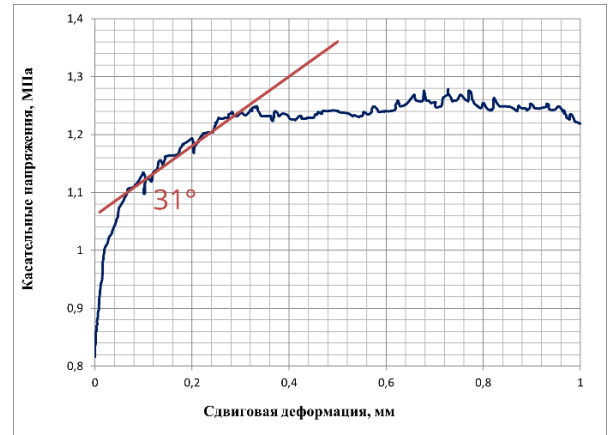
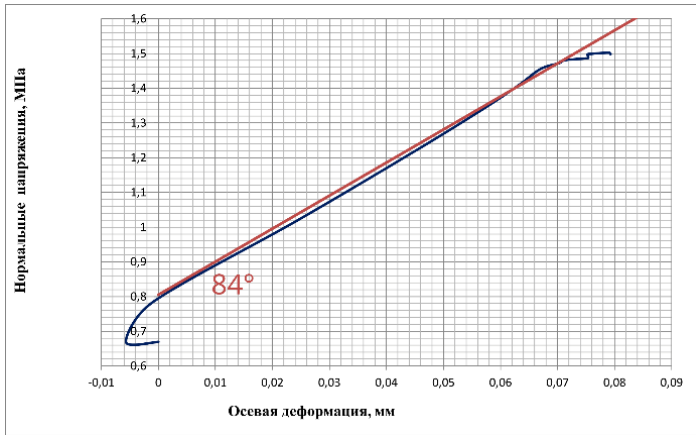


Рисунок 3.16 - Этап №2. Нормальная нагрузка: 1.5 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(84^\circ) = 9.51 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(31^\circ) = 0.6 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 15.83$$

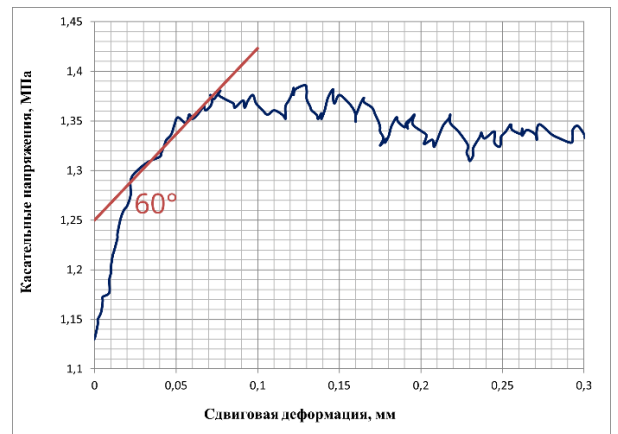
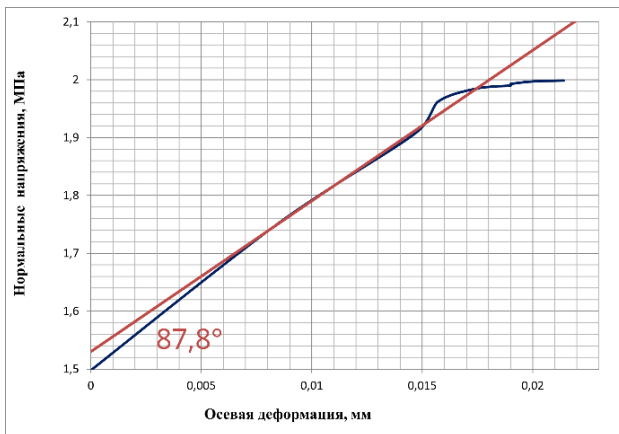


Рисунок 3.17 - Этап №3. Нормальная нагрузка: 2.0 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(87.8^\circ) = 26.03 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(60^\circ) = 1.73 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 15.03$$



### 3.1.5 Образец №5: уртит с месторождения «Кукисвумчорр»



Рисунок 3.18 - Образец № 5, отобран на месторождении Кукисвумчорр (блок 7-1С)

Образец (рисунок 3.18) характеризуется следующими параметрами:

- Угол пересечения трещиной:  $74^\circ$
- Диаметр керна: 44.9 мм.
- Длина образца: 115.3 мм
- Геологическое описание: Уртит неравнозернистый от мелкозернистого до крупнозернистого, массивный, с участком до сфенового уррита.

Уртит неравнозернистый от мелкозернистого до крупнозернистого, массивный, с участком до сфенового уррита.

- *Состав:*

Нефелин – 70-85 %, от мелкозернистого до крупнозернистого, цвет мутновато-серый, блеск жирный.

Пироксенит – 10-15 %, среднезернистый, цвет черный, блеск стеклянный, волокнистый, спайность средняя, излом неровный.

Сфен – 5-15 %, зернистой массы, мелкозернистый с включением среднезернистого, цвет коричневый, блеск стеклянный.

Над образцом были произведены лабораторные испытания на сдвиг по плоскости трещины, после достижения величин нормальной нагрузки в 1.5, 2.0 и 2.5 МПа на каждом шаге испытания (рисунки 3.19 - 3.21).

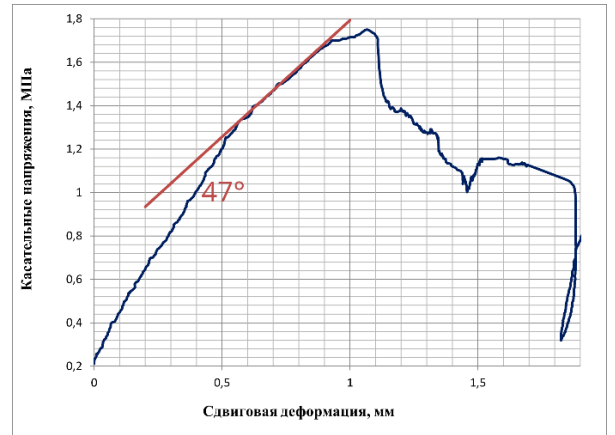
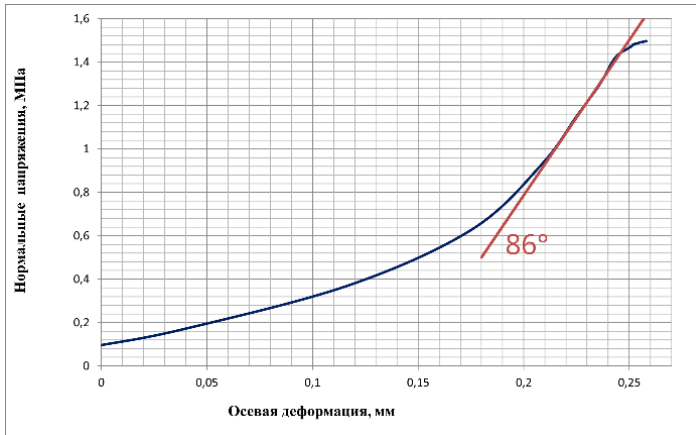


Рисунок 3.19 - Этап №1. Нормальная нагрузка: 1.5 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(86^\circ) = 14.3 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(47^\circ) = 1.07 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 13.34$$

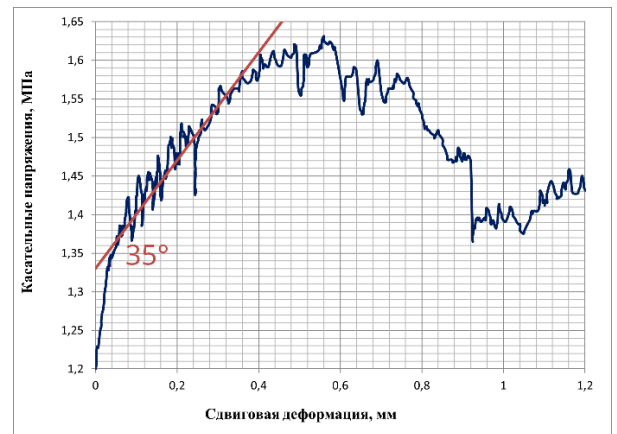
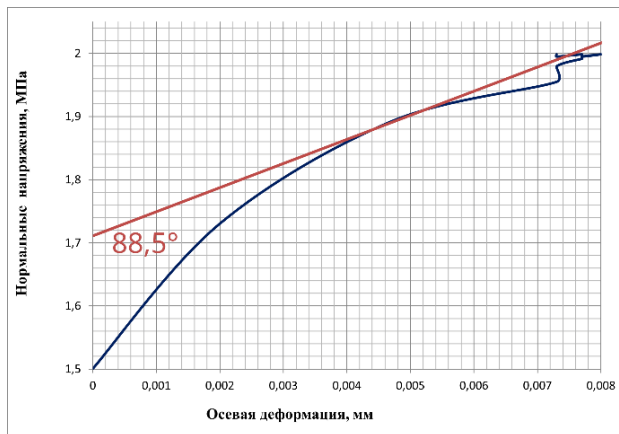


Рисунок 3.20 - Этап №2. Нормальная нагрузка: 2.0 МПа

$$\text{Нормальная жесткость трещины: } k_n = \tan(88.5^\circ) = 38.19 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Касательная жесткость трещины: } k_s = \tan(35^\circ) = 0.7 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$$

$$\text{Отношение нормальной к касательной жесткости: } \frac{k_n}{k_s} = 54.54$$

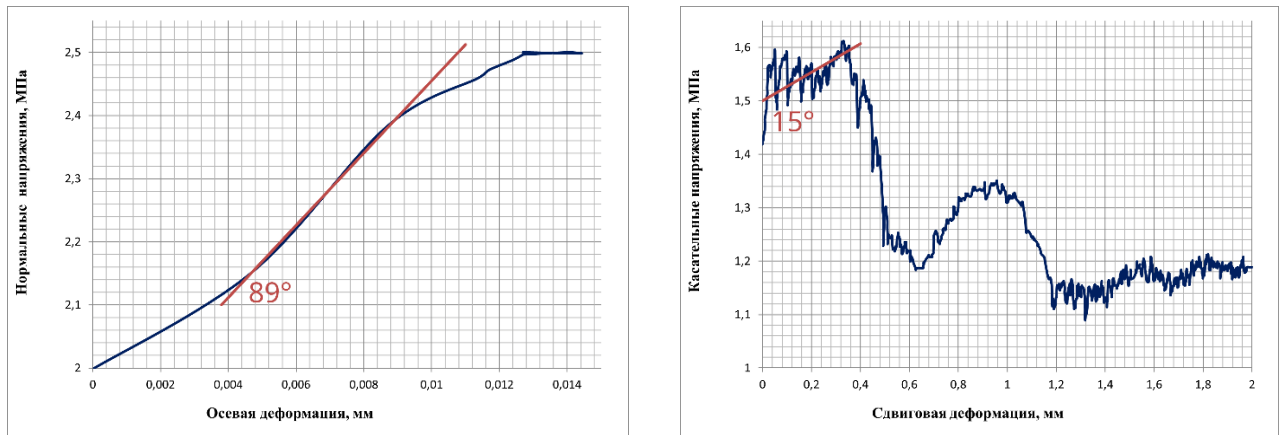


Рисунок 3.21 - Этап №3. Нормальная нагрузка: 2.5МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(89^\circ) = 57.29 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(15^\circ) = 0.27 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 213.81$

### 3.1.6 Образец №6: уртит с месторождения «Кукисвумчорр»



Рисунок 3.22 - Образец № 6, отобран на месторождении Кукисвумчорр (блок 7-1С)

Образец (рисунок 3.22) характеризуется следующими параметрами:

- Угол пересечения трещиной:  $79^\circ$
- Диаметр керна: 44.9 мм.
- Длина образца: 122.0 мм

- Геологическое описание: Уртит неравнозернистый от среднезернистого до крупнозернистого, массивный, с участком с содержанием сфена 10%.

- Состав:

Нефелин – 70-85 %, от среднезернистого до крупнозернистого, цвет мутновато-серый, блеск жирный.

Пироксенит – 10-20 %, среднезернистый, цвет черный, блеск стеклянный, волокнистый, спайность средняя, излом неровный.

Сфен – 5-10 %, зернистой массы, мелкозернистый, цвет коричневый, блеск стеклянный.

Над образцом были произведены лабораторные испытания на сдвиг по плоскости трещины, после достижения величин нормальной нагрузки в 2.0, 3.0 и 3.5 МПа на каждом шаге испытания (рисунки 3.23 - 3.25).

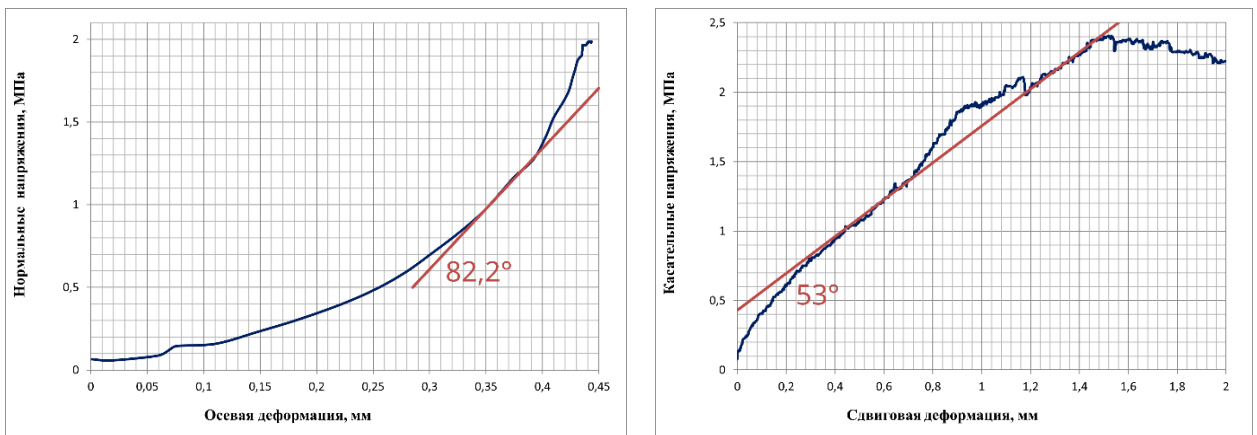


Рисунок 3.23 - Этап №1. Нормальная нагрузка: 2.0МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(82.2^\circ) = 7.3 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(53^\circ) = 1.33 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 5.5$

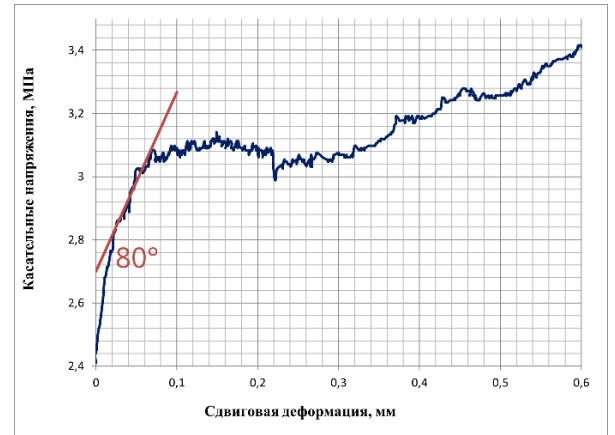
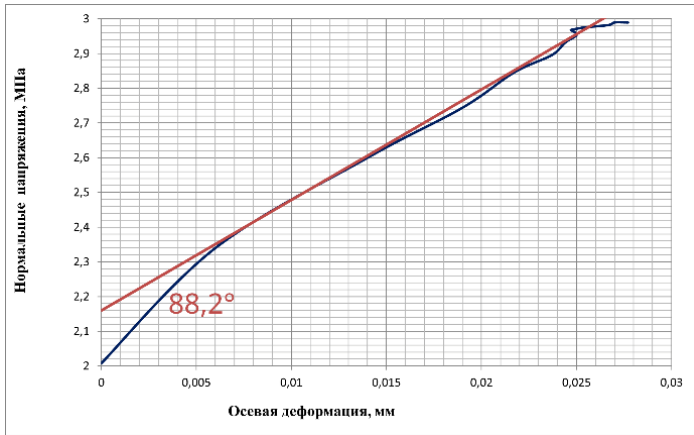


Рисунок 3.24 - Этап №2. Нормальная нагрузка: 3.0МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(88.2^\circ) = 31.82 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(80^\circ) = 5.67 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 5.61$

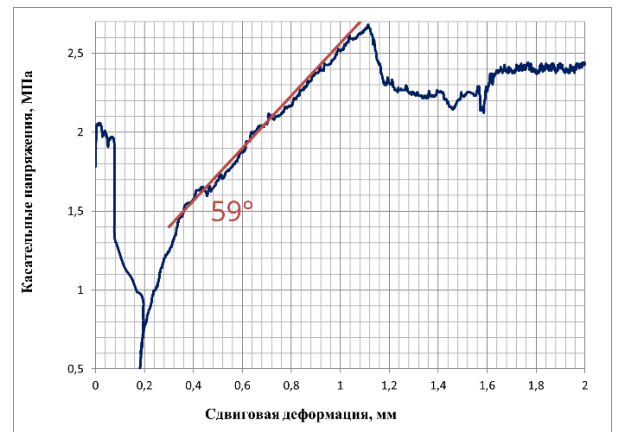
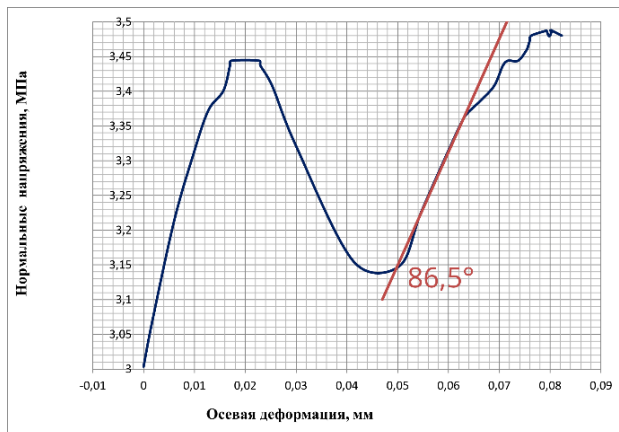


Рисунок 3.25 - Этап №3. Нормальная нагрузка: 3.5МПа

Нормальная жесткость трещины:  $k_n = \tan(86.5^\circ) = 16.35 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Касательная жесткость трещины:  $k_s = \tan(59^\circ) = 1.66 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Отношение нормальной к касательной жесткости:  $\frac{k_n}{k_s} = 9.82$

Таблица 3.1 - Анализ результатов измерений нормальной и сдвиговой жесткости

№ образца	Угол	№ эксперимента	Нормальная нагрузка (МПа)	$k_n$ (МПа/мм)	$k_s$ (МПа/мм)	$\frac{k_n}{k_s}$
1	58°	1.1	0.5	2.48	0.75	<b>3.28</b>
		1.2	1.0	5.67	2.61	2.18
		1.3	1.5	8.14	0.7	11.63
2	86°	2.1	1.0	3.27	1.23	<b>2.65</b>
		2.2	1.5	11.43	7.12	1.48
		2.3	2.0	11.43	3.08	3.71
3	72°	3.1	0.5	1.11	0.15	<b>7.26</b>
		3.2	1.0	1.96	0.19	10.1
		3.3	1.5	1.19	0.14	8.48
4	77°	4.1	1.0	6.31	1.54	<b>4.1</b>
		4.2	1.5	9.51	0.6	15.83
		4.3	2.0	26.03	1.73	15.03
5	74°	5.1	1.5	14.3	1.07	13.34
		5.2	2.0	38.19	0.7	54.54
		5.3	2.5	57.29	0.27	213.81
6	79°	6.1	2.0	7.3	1.33	<b>5.5</b>
		6.2	3.0	31.82	5.67	5.61
		6.3	3.5	16.35	1.66	9.82

По результатам испытаний №5 наблюдаются разрушения образца (рисунок 3.26), о чем свидетельствуют завышенные значения коэффициента жесткости трещины - отношения нормальной к тангенциальной жесткости  $\frac{k_n}{k_s}$ , вид графиков сдвиговой деформаций, а также состояние самого образца после испытаний. По этой причине результаты серии испытаний №5 в дальнейшем анализе учитываться не будут.



Рисунок 3.26 - Разрушение образца керна № 5 в результате проведения испытаний на сдвиг

На первом этапе испытаний образца керна №4, исходя из графика зависимости касательных напряжений и сдвиговой деформации, произошел спад действующей субгоризонтальной нагрузки с соответствующим выполаживанием кривой. Это может указывать на частичное истирание берегов трещины с сопутствующим снижением шероховатости поверхности скольжения и дальнейшее снижение величин касательной жесткости.

Коэффициент жесткости трещины, по мере увеличения нормальной нагрузки, возрастает, что свидетельствует о разрушении неровностей поверхностей трещин в образце. Исходя из этого, дальнейшей оценке будут подлежать первые этапы каждой серии измерений вне зависимости от величин прикладываемой нормальной нагрузки. Характер графиков нормальной жесткости на первых этапах всех экспериментов (рисунки 3.3, 3.7, 3.11, 3.15, 3.23) с образцами имел скорее экспоненциальный вид, тогда как на втором и третьем этапах был близок к степенной зависимости, что также объясняется выполаживанием стенок трещины в результате истирания берегов трещины.

Среднее значение отношения нормальной к тангенциальной жесткости  $\frac{k_n}{k_s}$  по всем анализируемым образцам на первых этапах нагружения экспериментов

равняется 4.55, что близко к значениям, полученным другими исследователями. Исходя из зависимости коэффициента жесткости и коэффициентом Пуассона, данный подход может быть использован, для определения упругих характеристик заполнителя трещины в дальнейших исследованиях. [83, 94]

Увеличение начальной нормальной нагрузки схожих по геологическому описанию образцов керна на первых этапах измерений (№1.1, №2.1) и (№3.1, №4.1) показало увеличение значений нормальной и тангенциальной жесткости, что свидетельствует о влиянии не только геометрических и механических характеристик, но и масштабного эффекта.

Консолидация стенок искусственной трещины приводит к сильному разбросу в получаемых результатах измерений. Наиболее адекватную оценку, предположительно, могут дать многочисленные испытания образцов керна нарушенной породы с естественной трещиной.

Определены усредненные значения нормальной  $\bar{k}_n = 4.1 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и тангенциальной  $\bar{k}_s = 1.0 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива. Поскольку трещина имеет определенную протяженность, контактная жесткость будет представлена интегральной величиной по всему слою контактных элементов, аналогично модулю Юнга и коэффициенту Пуассона, характеризующим конечные элементы для отдельных типов пород модели.

### **3.2 Моделирование напряженно-деформированного состояния приконтурного массива горных пород с учетом разгрузочных мероприятий**

Дальнейшим шагом исследования было создание объемной математической модели выработки буро-доставочного штока (БДШ 310) на горизонте +236 м месторождения Кукисвумчорр (рисунок 3.27). Для имитации строчки разгрузочных скважин в локальную модель одиночной выработки был интегрирован ряд контактных элементов.



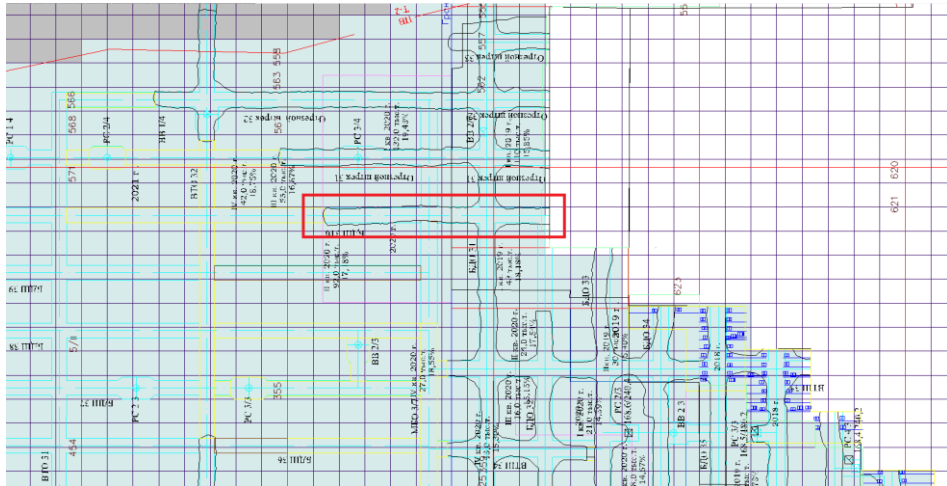


Рисунок 3.27 - Расположение БДШ 310 месторождения Кукисвумчорр

Для проведения оценочных экспериментов была создана опорная модель с имитацией разгрузочной строчки в кровле выработки (рисунок. 3.28)

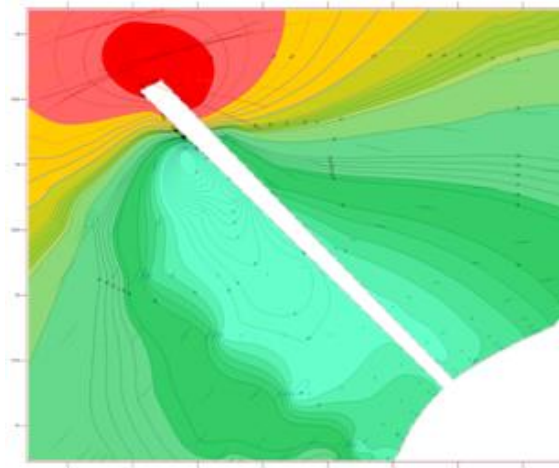


Рисунок 3.28 - Моделирование разгрузочной строчки без контактных элементов.

Распределение  $\sigma_{max}$

В модель одиночной выработки БДШ 310 месторождения Кукисвумчорр был интегрирован слой контактных элементов, дополненный фиктивными элементами, для сохранения целостности структурированной сетки конечных элементов. В начальном варианте расчетов напряженно-деформированное состояние в окрестности выработки характеризовалось зоной концентрации напряжений в её кровле. Значения максимальной компоненты главных напряжений  $\sigma_{max}$ , по результатам моделирования, достигали 100 МПа.

Дальнейшим шагом проведения оценочных экспериментов было создание ряда моделей с вариацией значений касательной и нормальной жесткости при включении структурной неоднородности, как в левой, так и в правой части кровли выработки. Моделирование неоднородности выполнено слоем контактных элементов, дополненных нулевыми фиктивными элементами для сохранения целостности сетки конечных элементов.

В случае, когда структурная неоднородность располагалась в левой части кровли выработки, вектора  $\sigma_{\max}$  направлены по нормали к плоскости структурной неоднородности. Моделирование показало (рисунок 3.29):

- вариация значений нормальной жесткости контактного элемента, при фиксированном значении тангенциальной жесткости, не привела к значительному изменению области концентрации  $\sigma_{\max}$ ;
- при достижении нормальной жесткости, превышающей  $10^6$  МПа/мм, зона концентрации максимальной компоненты исчезает;
- повышение значений тангенциальной жесткости контактного элемента, при фиксированном значении нормальной, привело к снижению области концентрации  $\sigma_{\max}$ .

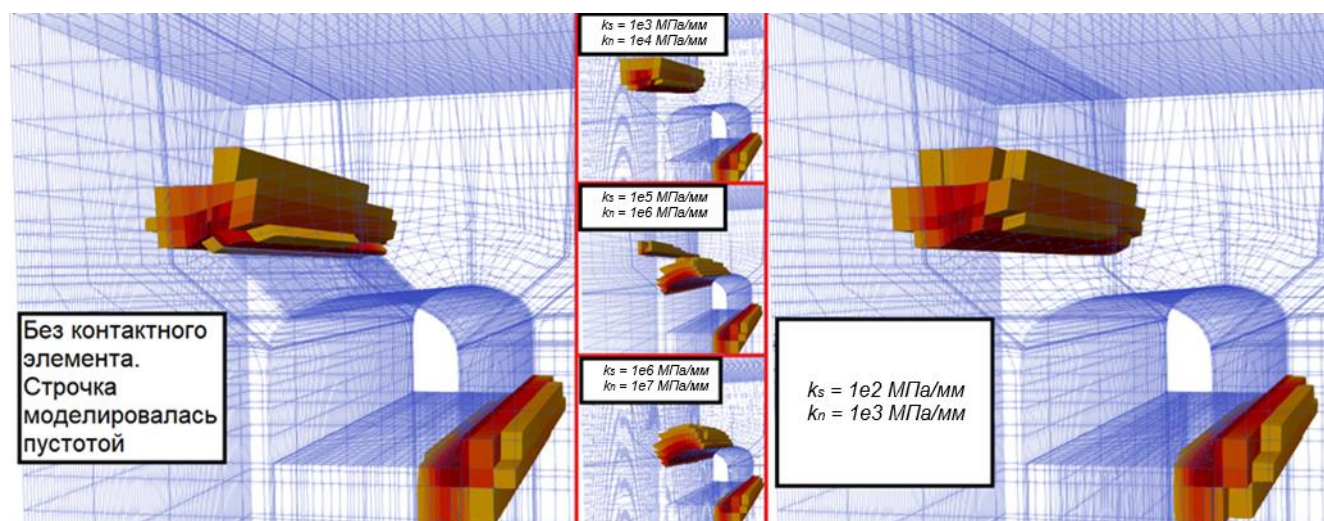


Рисунок 3.29 - Сравнение распределения максимальной компоненты при различных значениях жесткости контакта

Ввиду замещения пустых элементов опорного варианта на слой контактных элементов, было принято решение оценивать поля напряжений по качественной картинке, а не по модулю значений. В случае действия максимальной компоненты напряжений по нормали к поверхности структуры, были определены параметры жесткости  $k_s = 1e^2$  и  $k_n = 1e^3$  МПа/мм, при которых фиксируется снижение действующих напряжений в приконтурном массиве, а зона концентрации  $\sigma_{max}$  формируется на кончике создаваемой трещины. Такой эффект наблюдается при применении строчек разгрузочных скважин в высоконапряженном массиве.

Контактные элементы внедрялись в кровле выработки с целью проверить предположение Д.С. Конюхова о том, что нормальный модуль жесткости  $k_n$  становится равным модулю жесткости окружающих блоков, при полном закрытии контакта [84]. Также это позволит оценить эффект разгрузки приконтурного массива имитацией сработавшей строчки. На рисунке 3.30 изображена трехмерная модель выработки, красным цветом выделены контактные элементы, а желтым фиктивные «нулевые» элементы.

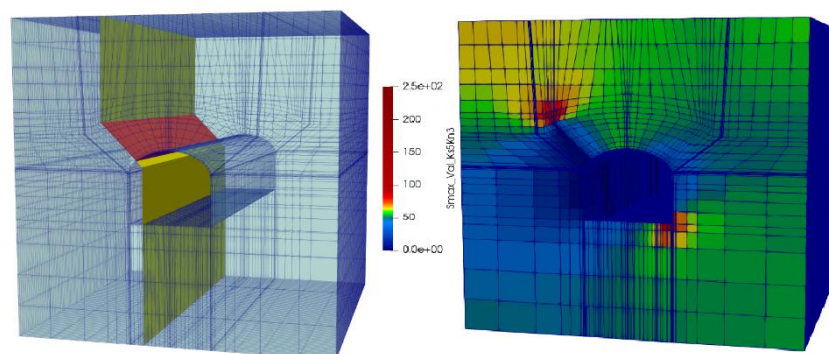


Рисунок 3.30 - Интеграция слоя контактных элементов в модель одиночной выработки

Контактные элементы в данном эксперименте имитировали проработанную разгрузочную строчку скважин. После внедрения контактных элементов по поверхности предполагаемой структурной неоднородности, произошла ожидаемая разгрузка кровли выработки до величин  $\sigma_{max}$  - 15÷30 МПа. Зона концентрации напряжений отнесена к кончику контакта, где значения максимальной компоненты главных напряжений достигают 140 МПа и близки к пределу прочности пород на сжатие (рисунок 3.31в).

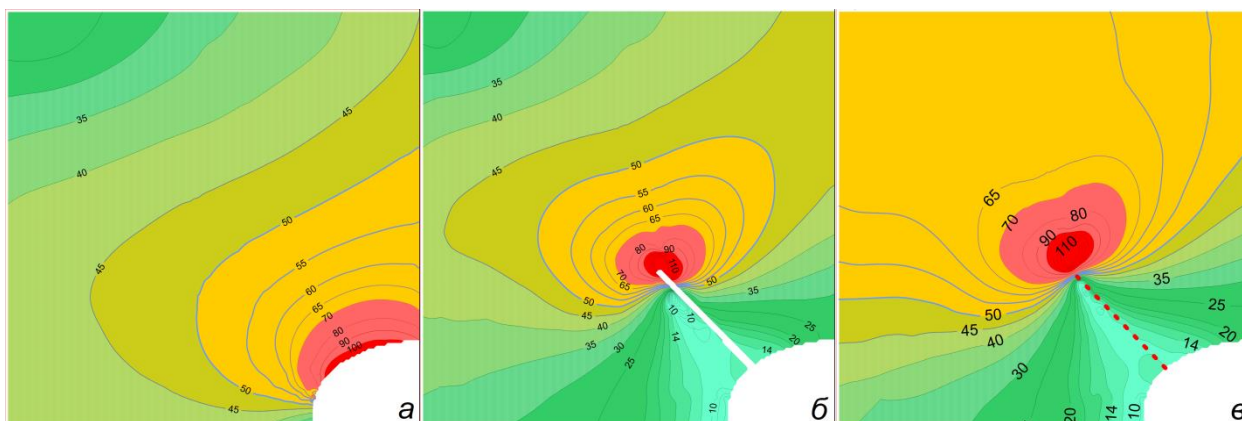


Рисунок 3.31 - Результаты моделирования:

- а) исходные значения  $\sigma_{max}$  в окрестности кровли выработки;
- б) распределение  $\sigma_{max}$  в результате имитации строчки разгрузочных скважин пустыми конечными элементами;
- в) распределение  $\sigma_{max}$  в результате имитации строчки разгрузочных скважин путем внедрения контактных и фиктивных элементов

Таким образом, внедрение контактных элементов и дополнение их предлагаемыми для сохранения структуры сетки фиктивными элементами в соответствующем слое модели дало ожидаемые результаты распределения поля напряжений. Зона концентрации максимальной компоненты главных напряжений сместилась вглубь массива от кровли выработки. При этом нетронутый массив, включающий фиктивные элементы сохранил физическую непрерывность.

Полученные в результате лабораторных испытаний образцов апатитовой руды на сдвиг контактные характеристики были использованы для описания сработавшейся разгрузочной строчки по данному этапу исследования. Значения нормальной и тангенциальной жесткости равняются:  $k_n = 6.42 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и  $k_s = 1.55 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$ . Данные результаты отличаются от эмпирически определенных ранее величин жесткости. Однако, с использованием идентичных граничных условий при расчете НДС модели участка, при проведении сравнительного анализа результатов расчетов были получены очень близкие картины полей напряжений (рисунок 3.32).

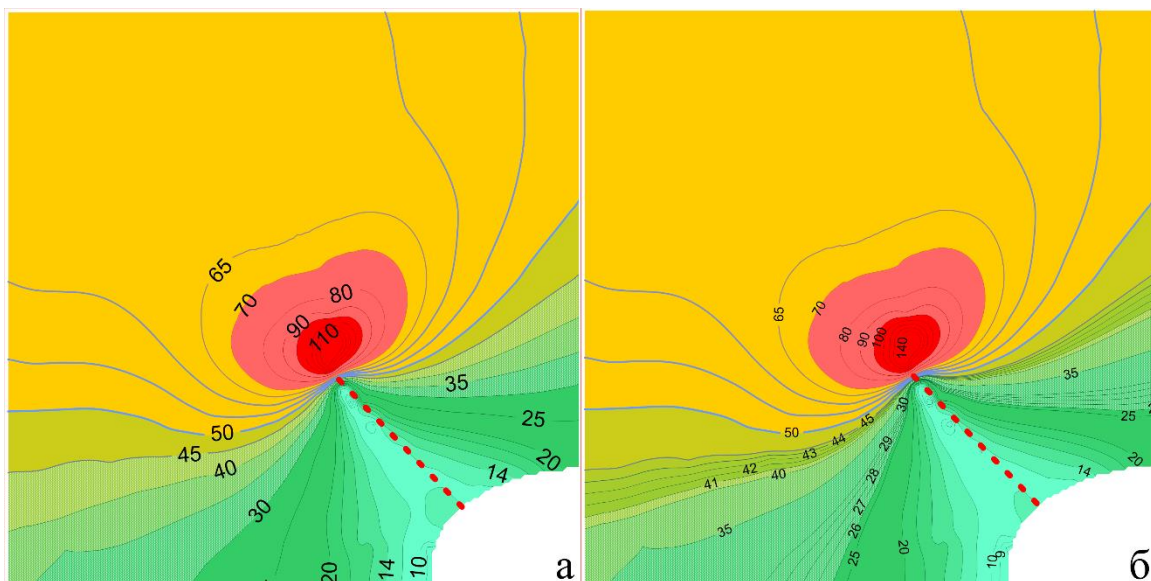


Рисунок 3.32 - Сравнение результатов моделирования:

- а) распределение  $\sigma_{\max}$  с жесткостью контакта  $k_n = 1e^3 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и  $k_s = 1e^2 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$ ;  
 б) распределение  $\sigma_{\max}$  с жесткостью контакта  $k_n = 6.42 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и  $k_s = 1.55 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$

Предложенный подход к моделированию разгрузочной сработавшейся строчки выработки с использованием контактных элементов позволяет оценить эффект разгрузочных мероприятий на НДС массива в окрестности выработки под действием гравитационно-тектонических напряжений. При этом угол моделируемой строчки в меньшей степени зависит от геометрии слоев конечных элементов. Также сработавшаяся строчка не имеет выраженной мощности, зависящей от толщины слоя конечных элементов, в случае минимизации которого могут возникнуть трудности в расчете системы линейных уравнений.

### 3.3 Выводы по первому этапу исследования

Для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива определены усредненные значения нормальной жесткости  $\bar{k}_n = 4.1 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и тангенциальной жесткости  $\bar{k}_s = 1.0 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  закрытой трещины.

Среднее значение соотношения коэффициентов жесткости  $\frac{k_n}{k_s}$  для всех анализируемых образцов на начальных стадиях нагружения в экспериментах составляет 4.55, что согласуется с результатами, полученными другими исследователями.

Увеличение значения коэффициента с ростом нормальной нагрузки указывает на разрушение неровностей поверхностей трещин в образце. В связи с этим наиболее показательными являются результаты первого этапа нагружения каждой серии измерений, независимо от уровня приложенной нормальной нагрузки.

Предположение о том, что нормальный модуль жесткости  $k_n$  становится равным модулю жесткости окружающих блоков, при полном закрытии контакта не подтверждено.

Сгенерирована модель выработки с имитацией разгрузочной строчки в ее кровле. Строчка моделировалась в двух вариантах:

- пустыми конечными элементами;
- контактными элементами.

Проведено многовариантное моделирование строчки разгрузочных скважин контактными элементами с различными параметрами нормальной и тангенциальной жесткости. Результаты лабораторных испытаний подтвердили значения контактных характеристик, полученных эмпирическим путем.

Многовариантное моделирование показало, что при достижении нормальной жесткости, превышающей  $10^6$  МПа/мм, эффект разгрузки на контуре выработки нивелируется. Также, при фиксированном значении нормальной

жесткости, повышение значений тангенциальной жесткости контактного элемента приводит к уменьшению области концентрации  $\sigma_{\max}$ .

**Первое научное положение:**

Значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива составляют  $\bar{k}_n = 4.1 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и  $\bar{k}_s = 1.0 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$ . Коэффициент жесткости попадает в ранее установленный диапазон для аналогичного типа и масштаба нарушений. Модельное распределение напряжений указывает на существенное влияние закрытой трещины с определенными параметрами жесткости контакта.

### **3.4 Оценка эффективности использования контактных элементов по поверхности контакта структурной неоднородности с заполнителем**

Следующей задачей данного исследования являлась оценка изменений параметров поля напряжений участка массива горных пород, как во вмещающем массиве, так и в разломной структуре, при внедрении контактных элементов в плоскости данной структурной неоднородности. С использованием созданной модели участка месторождения в окрестности разломной структуры проведен ряд численных экспериментов, позволяющих оценить эффект введения контактных элементов на границе структурной неоднородности при варьировании нормальной и тангенциальной жесткости. На основании результатов данной работы можно выделить те классы моделей, в которых внедрение контактных элементов, по поверхности контакта разлома, на конкретном масштабном уровне, даёт ощутимый эффект, а также можно отсеять те случаи, когда вполне достаточно будет воспользоваться эквивалентным замещающим материалом разлома.

Для выявления целесообразности использования контактных элементов при различных горно-геологических условиях оценивали влияние значений контактных характеристик разлома на изменение параметров поля напряжений участка массива горных пород, включающего разломную структуру.

#### **3.4.1 Построение вариантов для численного моделирования**

В качестве исходного напряженно-деформированного состояния было принято расчетное распределение для участка месторождения Кукисвумчорр в Хибинском тектонически напряженном массиве, полученное с учетом многолетних натурных исследований параметров НДС. Тектонические напряжения в массиве увеличиваются с глубиной. Отношение средней компоненты главных напряжений к максимальной компоненте составляет 0.6.



Минимальная компонента соответствует гравитационной составляющей (рисунок 3.33).

Для большей детализации расчетов сгенерирована уточненная модель с разломной структурой одного из блоков месторождения. Для данной процедуры в программном комплексе реализован функционал, позволяющий вырезать отдельные участки модели с одновременным уплотнением сетки конечных элементов, сохраняя при этом соответствие граничных условий между исходной и уплотненной моделью [95].

## Объект исследования

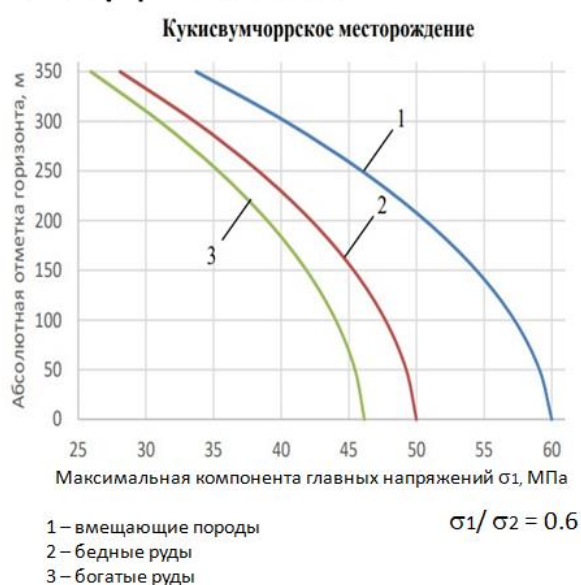


Рисунок 3.33 - Объект исследования с расчетным распределением значений компонент напряженно-деформированного состояния

Деформационные характеристики для разломной структуры и вмещающего массива представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 - Деформационные характеристики для разломной структуры и вмещающего массива

Тип элемента	Модуль Юнга (ГПа)	Коэффициент Пуассона
Вмещающий массив	70	0.2
Рудное тело	40	0.35
Разломная структура	7	0.3

Влияние крупных региональных разломов, в рамках численного моделирования, может быть учтено с помощью использования композитного замещающего материала, характеризующегося сниженными прочностными (деформационными) характеристиками. Такое представление дает достаточную достоверность моделирования на уровне модели месторождения. При более детальном моделировании, например, при изучении отдельного блока месторождения, необходимо учитывать контактные характеристики на границе блоков.

На основе проанализированных источников [96, 97, 83, 98, 99, 39, 100, 101], был принят диапазон значений контактных характеристик для разломной структуры разрабатываемой модели (таблица 3.3).

Таблица 3.3 - Значения нормальной и тангенциальной жесткости для серий численных экспериментов

1 этап			2 этап (дополнительная серия)		
Модуль Юнга 7000 МПа			Модуль Юнга 700 МПа		
Номер модели	$k_n$ (МПа/см)	$k_s$ (МПа/см)	Номер модели	$k_n$ (МПа/см)	$k_s$ (МПа/см)
1	0.7e6	0.35e6	1	0.7e6	0.35e6
2	0.2e6	0.1e6	2	0.2e6	0.1e6
3	0.7e5	0.35e5	3	0.7e5	0.35e5
4	0.2e5	0.1e5	4	0.2e5	0.1e5
5	0.7e4	0.35e4	5	0.7e4	0.35e4
6	0.2e4	0.1e4	6	0.2e4	0.1e4

В виду относительно равномерного поля напряжений вблизи разлома в реальной модели месторождения, было принято решение о создании дополнительной серии численных экспериментов. В них разломная структура характеризуется более низкими деформационными характеристиками, в частности модулем Юнга (рисунок 3.34). Это должно было дать более полное представление о влиянии параметров контактных элементов на поле НДС вблизи разлома.

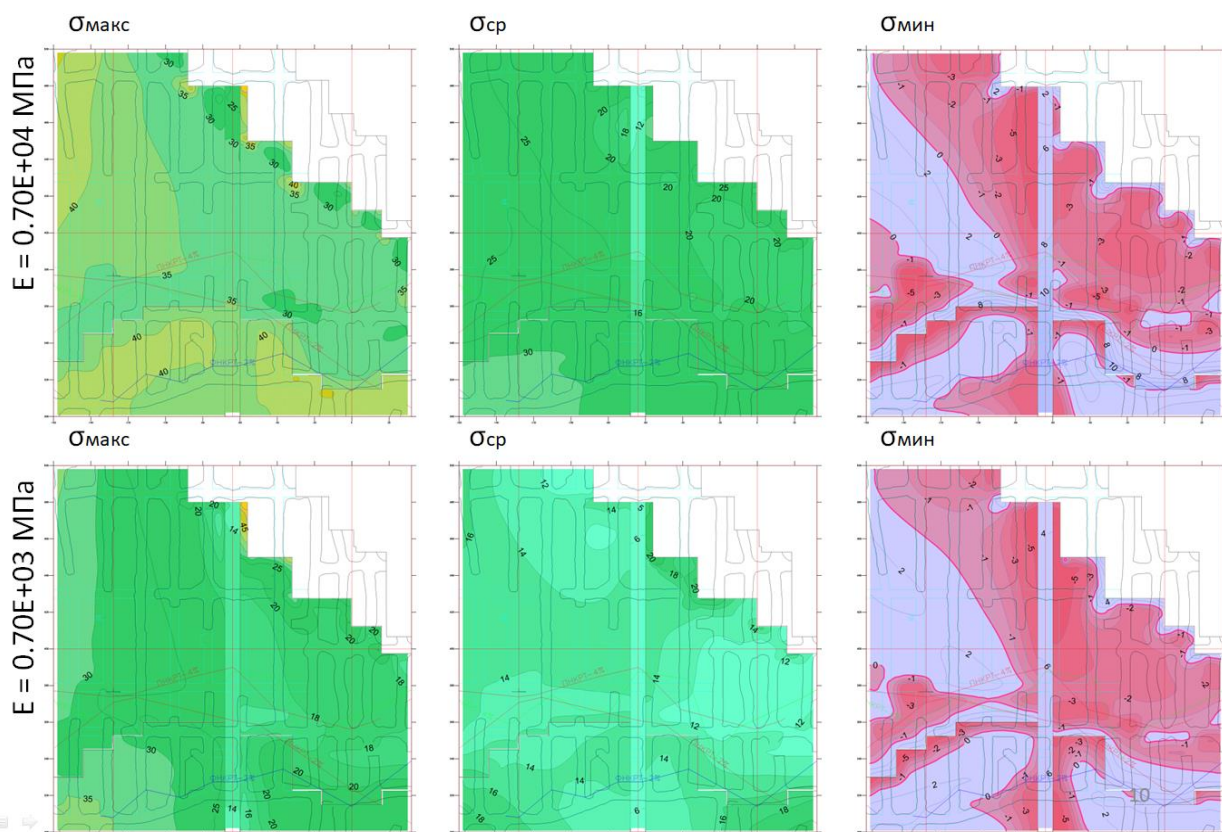


Рисунок 3.34 - Компоненты исходного тензора напряжений моделей первого и второго этапов

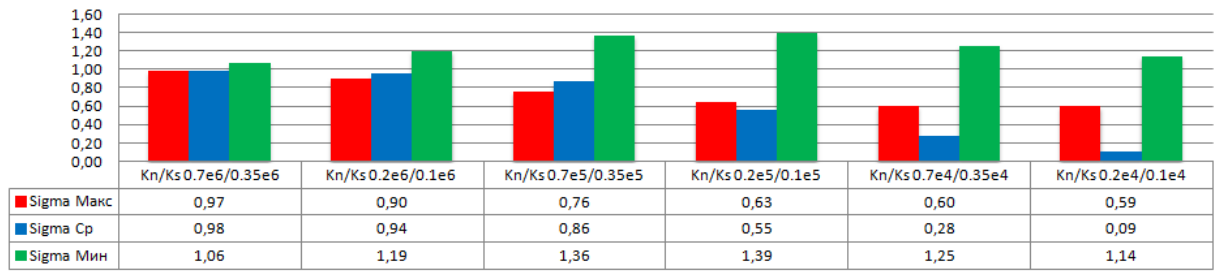
### 3.4.2 Результаты численных экспериментов

Для оценки абсолютных значений главных напряжений были выбраны равноудаленные от разлома участки массива. Всего было сгенерировано 12 численных моделей с вариацией нормальной и тангенциальной жесткостей (рисунок 3.35). Наиболее показательными являются варианты, в которых относительные значения главных напряжений близки к единице, как во вмещающем массиве, так и в самой разломной структуре.

В случае, когда заполняющий материал разлома близок по свойствам к вмещающему массиву (1 этап), внедрение контактных элементов по её поверхности оказало больший эффект на напряженно-деформированное состояние вмещающего массива. Значения максимальной компоненты напряжений в самой структуре, при внедрении контактных элементов по её поверхности, подвергаются более существенным изменениям.

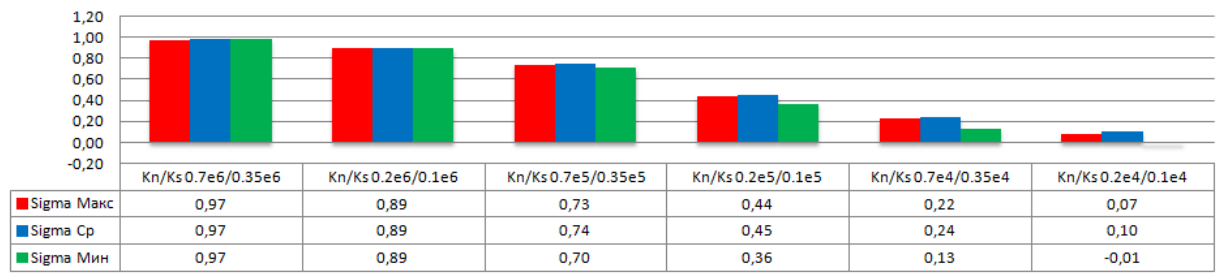
## 1 этап.

## Относительные значения главных напряжений во вмещающем массиве



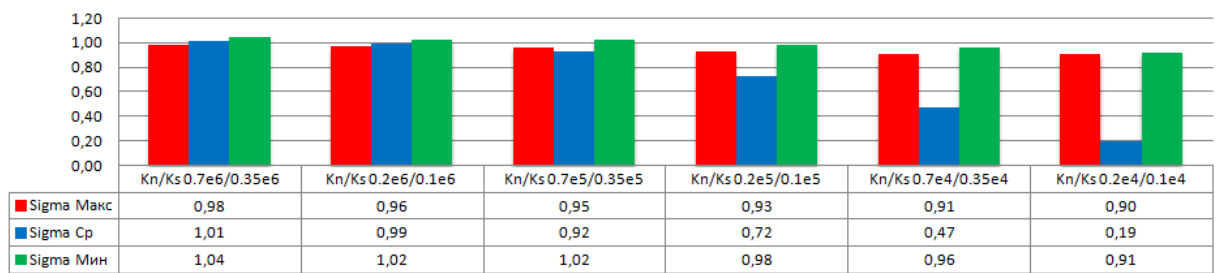
## 1 этап.

## Относительные значения главных напряжений в разломной структуре



## 2 этап.

## Относительные значения главных напряжений во вмещающем массиве



## 2 этап.

## Относительные значения главных напряжений в разломной структуре



Рисунок 3.35 - Табличные результаты моделирования первого и второго этапов

При внедрении контактных элементов по поверхности разломной структуры, представленной более ослабленными породами (2 этап), ранжирование нормальной и тангенциальной жесткостей, даже в пределах двух порядков, не оказывает существенного эффекта на НДС вмещающего массива.

Исходя из анализа графиков и табличных значений были выбраны две серии численных экспериментов дающих наиболее контрастные картины полей напряжений. С более низкими величинами нормальной и тангенциальной жесткостями, деформации по контакту структуры увеличились, что привело к более существенному изменению полей напряжений в окрестности разлома (рисунок 3.36).

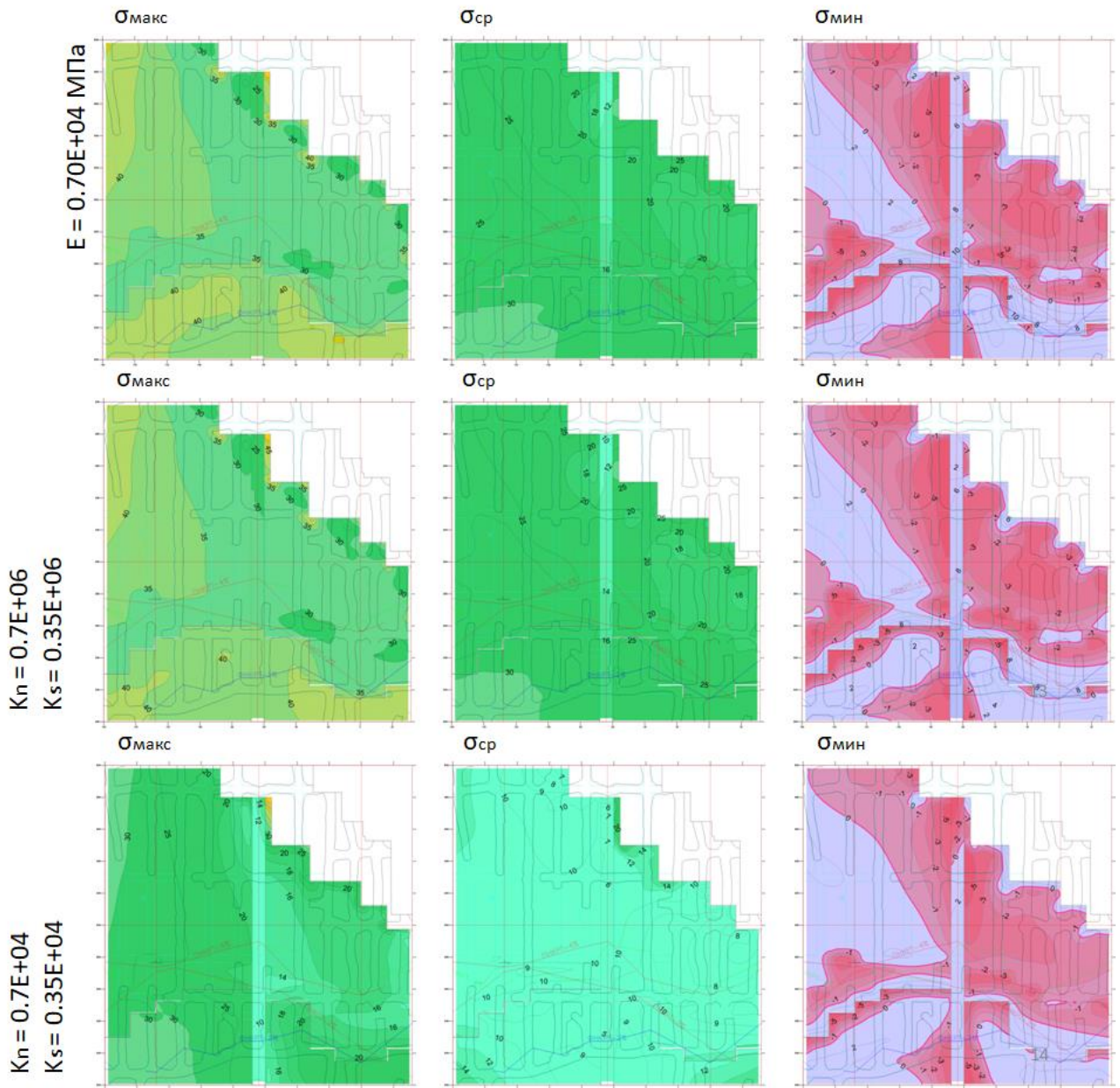


Рисунок 3.36 - Распределение полей компонент главных напряжений моделей с различными параметрами жесткости разлома (1 этап)

### 4.3 Выводы по второму этапу исследования

Анализ результатов расчетов НДС участка массива в зоне ведения горных работ с использованием двенадцати вариантов контактных жесткостей и деформационных характеристик блоков показал:

- В случае, когда заполняющий материал разломной структуры близок по свойствам к вмещающему массиву, внедрение контактных элементов по её поверхности оказывает больший эффект на поле напряжений в самом массиве.
- При внедрении контактных элементов по поверхности разломной структуры, представленной более ослабленными породами, ранжирование нормальной и тангенциальной жесткости (даже в пределах двух порядков) не оказывает особого эффекта на поле напряжений вмещающего массива.
- Значения компоненты напряжений, направление которой близко к простиранию самой разломной структуры, при внедрении контактных элементов по её поверхности, подвергаются более существенным изменениям. Данный эффект становится менее заметным, при снижении прочностных характеристик разломной структуры

**Исходя из данного этапа исследования можно выделить те классы моделей (случаев), в которых внедрение контактных элементов, по поверхности контакта разлома, даёт ощутимый эффект. И отсесть те случаи, когда вполне достаточно будет воспользоваться эквивалентным замещающим материалом разлома.**

#### **Второе научное положение:**

Наиболее эффективным является учет контактных характеристик при моделировании НДС в окрестности структурной неоднородности, деформационные свойства которой отличаются от вмещающего массива не более, чем на порядок или в окрестности закрытой трещины без заполнителя. В противном случае использование контакт-элементов на границах разнородных сред не является обязательным условием корректности расчетов, так как

изменения НДС не превышают 10 %, что сопоставимо с точностью численного моделирования.

## ГЛАВА 4. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД С УЧЕТОМ СТРУКТУРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

### 4.1 Вариант учета неоднородностей при моделировании в SigmaGT

В настоящее время при использовании программного комплекса SigmaGT, возможно моделирование неоднородностей и разломных структур заполнением изотропным материалом со сниженными прочностными свойствами (рисунок 4.1).

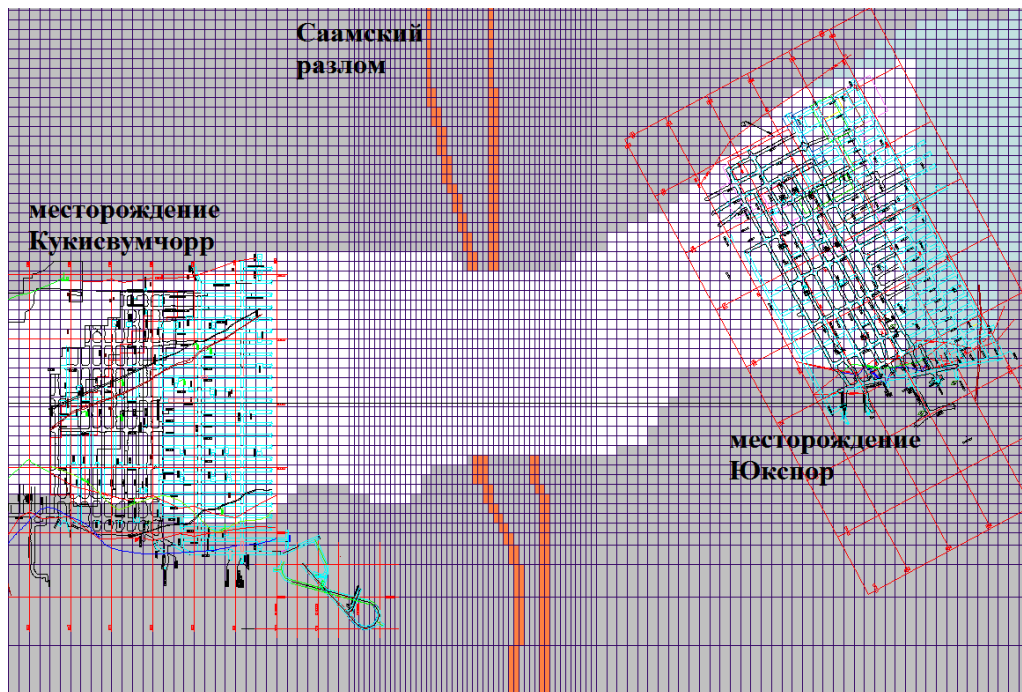


Рисунок 4.1 - Представление Саамского разлома в конечно-элементной модели Кировского рудника

Данное представление разлома является достаточно эффективным и простым способом моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород в окрестности неоднородностей, однако, даже в рамках решения статической задачи, более полноценным вариантом является учет возможности сдвига блоков друг относительно друга.



Развитием данного представления, в рамках программного комплекса, стал алгоритм, позволяющий определить потенциально неустойчивые участки борта карьера по анализу направления площадок касательных напряжений. Считается, что наименее устойчивыми могут считаться участки борта карьера, в которых одна из площадок максимальных касательных напряжений пересекает борт карьера и совпадает по направлению с пересекающей разломной структурой. Для таких участков необходимо рассчитывать коэффициент запаса устойчивости [102]:

$$n = \frac{(\sigma_{max} + \sigma_{min}) * \tan \varphi + 2C}{2}, \quad (4.1)$$

где  $n$  - коэффициент запаса устойчивости,  $\sigma_{max}$  и  $\sigma_{min}$  - максимальные и минимальные нормальные напряжения,  $\varphi$  - угол внутреннего трения,  $C$  - сцепление.

Площадки, на которые действуют максимальные тангенциальные напряжения, делят пополам двугранные углы между главными площадками нормальных напряжений. Значения напряжений на этих площадках являются максимальными в данной точке и равны полуразности соответствующих нормальных напряжений [103]:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (4.2)$$

Для анализа реализации разрушений в массиве горных пород реализован алгоритм расчета и визуализации касательных напряжений и площадок сдвига. Результатом работы данного алгоритма является построение облака площадок вблизи разломной структуры (рисунок 4.2), по которому можно оценить их пространственную ориентацию.

Оценка пространственной направленности площадок сдвига является одной из тех задач, которая должна выполняться с объемным представлением модели, поскольку вектора максимальных касательных напряжений имеют уникальный угол и длину в каждом отдельно взятом конечном элементе.

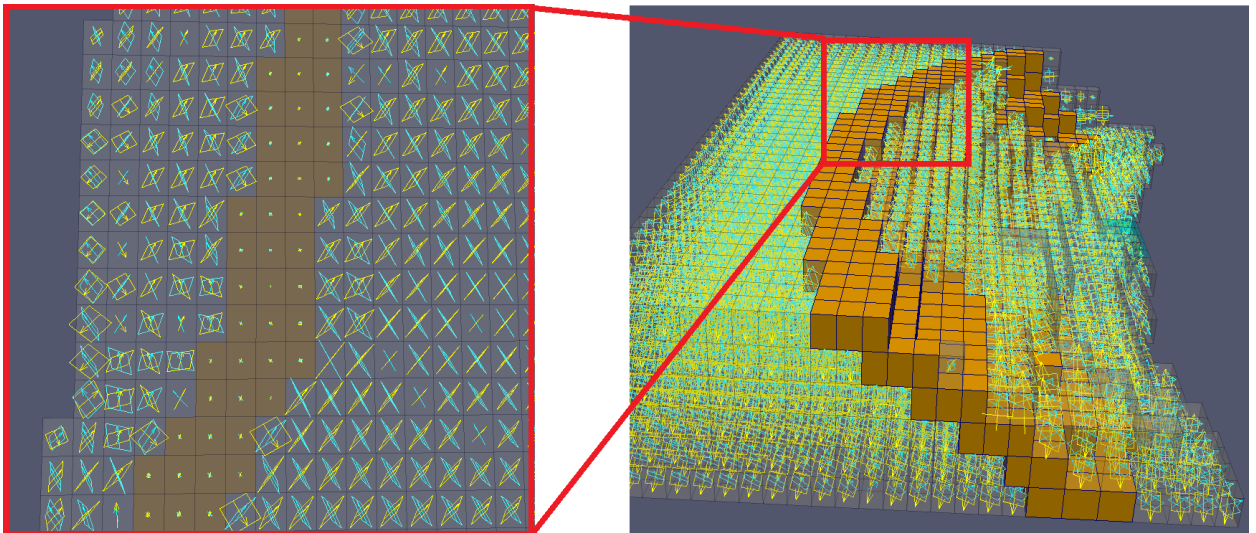


Рисунок 4.2 - Результат моделирования напряженно-деформированного состояния массива пород с оценкой площадок сдвига в окрестности разломной структуры, пересекающей борт карьера

Трехмерная визуализация блочной модели с векторами касательных напряжений и площадками сдвига была реализована в программном комплексе с открытым исходным кодом ParaView. Программируемые фильтры приложения позволяют не только изменять отображение результатов, но и обрабатывать большие объемы данных во встроенном интерпретаторе на языке Python.

Для отображения векторов и площадок необходимо последовательно накладывать фильтры на основную блочную модель, которая, в свою очередь, имеет в своих атрибутах массивы с тензорами напряжений и типом-классификатором каждого конечного элемента. Основным фильтром, обеспечивающим расчет касательных напряжений является «ProgrammableFilter», главным атрибутом которого является скрипт (рисунок 4.3) [104].

Данный тип анализа позволяет оценить исследуемую структуру и выделить участки, для которых необходим расчет коэффициента запаса устойчивости [105]. Однако он не позволяет оценить деформации на границе блочных структур, для оценки сдвиговой составляющей которых необходимо расширение метода конечных элементов контактными элементами [106].

```

import numpy as np
from paraview.numpy_support import vtk_to_numpy
from paraview.vtk.numpy_interface.dataset_adapter import numpyTovtkD
from itertools import product
from numpy import linalg as LA

E1 = np.eye(3)
pi_4 = np.pi/4.0
cos_a = np.cos(pi_4)
cos_a_1 = 1.0 - cos_a
sin_a = np.sin(pi_4)
A1 = np.zeros((3,3))
A2 = np.zeros((3,3))
vtkArr = inputs[0].PointData['sig_tens']
vtkTipArr = inputs[0].PointData['tips']

def max_tau(tenz):
    w, v = LA.eigh(tenz)
    v = v.T
    v=np.array(v)
    w=np.array(w)
    c1,c2,c3 = v[1]
    c = v[1]

    for i,j in product(range(3),range(3)) :
        A1[i,j] = c[i]*c[j]
    A2[0] = [ 0, -c3, c2]
    A2[1] = [ c3, 0, -c1]
    A2[2] = [-c2, c1, 0]

    A = cos_a * E1 + cos_a_1 * A1 + sin_a * A2
    res_tau = (w[2] - w[0])/2.0
    res_v1 = np.dot(A, v[0])
    res_v2 = np.dot(A, v[2])
    p1 = np.dot(tenz, res_v1) ; p2 = np.dot(tenz, res_v2)
    p_o1 = np.cross(res_v1, np.cross(p1, res_v1) )
    p_o2 = np.cross(res_v2, np.cross(p2, res_v2) )
    return res_tau, p_o1/res_tau, p_o2/res_tau

dimmm=int(vtkArr[:, :, :].shape[0])
val=np.zeros(dimmm)
vec1=np.zeros((dimmm,3))
vec2=np.zeros((dimmm,3))
for cell in range(dimmm):
    val[cell],vec1[cell],vec2[cell]=max_tau(vtkArr[cell, :, :])
value2=np.dot(val,vec2)
vtk_val2 = vtkDataArrayToVTKArray(numpyTovtkDataArray(val))
output.PointData.append(vtk_val2, 'Value_2')
vtk_vec2 = vtkDataArrayToVTKArray(numpyTovtkDataArray(vec2))
output.PointData.append(vtk_vec2, 'Tau_Sqare_2')

```

Тензор напряжений

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

Матрица поворота

Рисунок 4.3 - Скрипт пост-обработки результатов моделирования. Получение величин и углов максимальных касательных напряжений

## 4.2 Подход к сохранению регулярной сетки с внедрением контактных элементов

Трёхмерные контактные элементы в реальных задачах моделирования НДС массива горных пород, как правило, не занимают весь слой модели, тем самым разделяя её на две несвязных области. Поэтому в большинстве задач могут возникать трудности с их интеграцией. Внедрение ряда контактных элементов на границах структурных неоднородностей создаст разрыв сплошности модели и нарушит структурированность сетки конечных элементов модели, что

недопустимо в рамках решаемых программным комплексом задач. На рисунке 4.4 приведен пример такой ситуации:

1. сетка конечных элементов представлена гексаэдральными восьмиузловыми блоками;
2. номера на поверхности модели пронумерованы вдоль одной из граней;
3. структурная неоднородность, требующая внедрения контактных элементов, в массиве выделена синим цветом;
4. контактные элементы отмечены красным, и для возможности их обозначения на рисунке имеют отличную от нуля толщину.

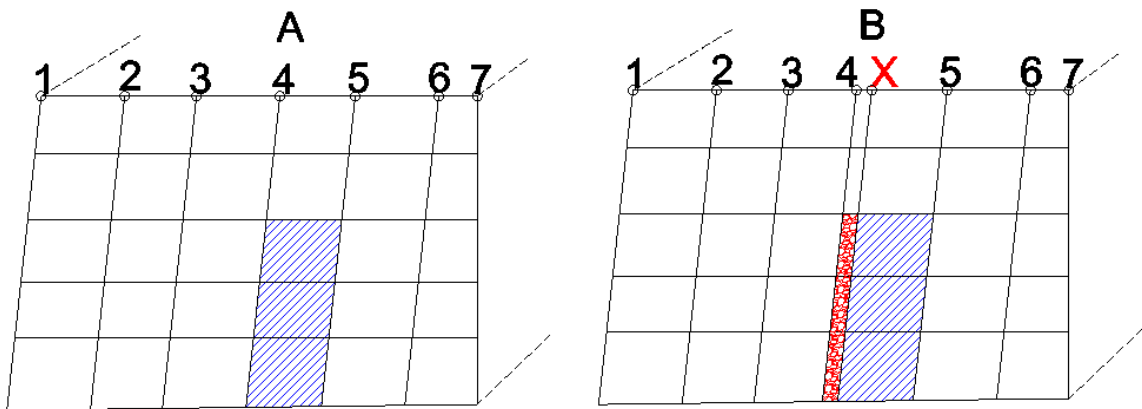


Рисунок 4.4 - Внедрение контактных элементов (выделены красным) на границе структурной неоднородности (выделена синим)

Такая ситуация влечет за собой сбой в нумерации элементов и узлов сетки конечных элементов, что легко исправить, изменив нумерацию узлов всей модели. Однако изотропность массива между слоями 3 и 5 будет нарушена и элементы слоя 4-X (рисунок 4.4В) будут требовать описания их деформационных свойств для дальнейшего выведения их матрицы жесткости. В результате добавления слоя контактных элементов на структурной сетке вместо узла 4, появились две точки: точка 4 и точка X. Предполагаемым методом решения данной проблемы была замена свободной от контактных элементов области на внедряемом слое модели (белые элементы слоя 4-X на рисунке 4.4В) на контактные элементы идентичные вмещающему массиву.

В результате данный подход приведет к сбою в вычислениях, поскольку объем матрицы жесткости отдельного элемента будет равен нулю, что было подтверждено на абстрактной тестовой модели.

Возможным путем решения данной проблемы является разработка фиктивного элемента, который мог бы сохранить целостность структурированной сетки и механические свойства изотропного массива [107, 93].

Глобальная матрица жесткости, образующая систему линейных уравнений, состоит из ансамблированных особым образом квадрантов. Квадранты представляют собой участки матрицы жесткости отдельного элемента, характеризующие определенный узел. Каждый элемент сетки конечных элементов вносит свой вклад в общую глобальную матрицу жесткости, но только в те точки (узлы, строки, столбцы), которые образуют этот элемент. Для примера возьмем локальный участок модели с внедренным контактными элементом.

На рисунке 4.5 видно, что на структурной сетке вместо одного узла 4 появилось две точки. Образовался нулевой фиктивный элемент из точек 4-5-8-7. Из соображений целостности модели все физические параметры должны быть в этих точках абсолютно равными. Назовём такие точки «связанные».



Рисунок 4.5 - Фиктивный элемент в структурированной сетке

Рассмотрим простейший случай, в котором каждый узел модели обладает одной степенью свободы, т.е. в каждом узле хранится одна переменная, например температура. В дальнейшем, из скаляра с условной температурой можно легко перейти на вектор узловых перемещений. Строки матрицы жесткости элемента, отвечающих за одну «связанную» пару узлов, должны в конечном случае иметь одинаковые значения т.к. это фактически одна физическая точка. Поскольку матрица жесткости имеет симметричный вид, это относится и к столбцам.

Номера элементов на рисунках показаны красным цветом. Так, элемент 2 будет вносить вклад в позиции матрицы 2-3-5-6, как в структурированном, так и в неструктурированном варианте сетки конечных элементов. Таблица влияния элементов на жесткость в отдельных узлах матрицы (таблица 4.1) для неструктурированной сетки имеет вид:

Таблица 4.1 - Таблица влияния элементов на жесткость в отдельных узлах неструктурированной сетки

Номера элементов	Номера узлов										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	+	+		+	+						
2		+	+		+	+					
3					+	+	+	+			
4				+			+		+	+	
5							+	+		+	+

В непустых элементах таблицы ансамблирования (таблица 4.2) глобальной матрицы жесткости системы линейных уравнений, отображена схема интегрирования квадрантов из матрицы жесткости отдельных элементов, в конкретных узлах.

Таблица 4.2 - Ансамблирование матрицы жесткостинеструктурированной сетки конечных элементов

№ узлов	Номера узлов											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	1+0+0+0+0	1+0+0+0+0		1+0+0+0+0	1+0+0+0+0							
2	1+0+0+0+0	1+2+0+0+0	0+2+0+0+0	1+0+0+0+0	1+2+0+0+0	0+2+0+0+0						
3		0+2+0+0+0	0+2+0+0+0		0+2+0+0+0	0+2+0+0+0						
4		1+0+0+0+0		1+0+0+4+0	1+0+0+0+0		0+0+0+4+0		0+0+0+4+0	0+0+0+4+0		
5		1+2+0+0+0	0+2+0+0+0	1+0+0+0+0	1+2+3+4+0	0+2+3+0+0	0+0+3+0+0	0+0+3+0+0				
6			0+2+0+0+0		0+2+3+0+0	0+2+3+0+0	0+0+3+0+0	0+0+3+0+0				
7				0+0+0+4+0	0+0+3+0+0	0+0+3+0+0	0+4+3+0+5	0+0+3+0+5	0+0+0+4+0	0+0+0+4+5	0+0+0+0+5	
8					0+0+3+0+0	0+0+3+0+0	0+0+3+0+5	0+0+3+0+5		0+0+0+0+5	0+0+0+0+5	
9				0+0+0+4+0	0+0+0+4+0				0+0+0+4+0	0+0+0+4+0		
10				0+0+0+4+0	0+0+0+4+0		0+0+0+0+5	0+0+0+0+5	0+0+0+4+0	0+0+0+4+5	0+0+0+0+5	
11							0+0+0+0+5	0+0+0+0+5		0+0+0+0+5	0+0+0+0+5	

Далее необходимо рассмотреть, какой вклад в глобальную матрицу жесткости будут вносить фиктивные элементы в случае структурированной сетки. Для этого снова построим таблицу физического влияния узлов (таблица 4.3) в отдельных элементах.

Таблица 4.3 - Таблица физического влияния узлов в элементах структурированной сетки

Номера элементов	Номера узлов											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	+	+		+	+							
2		+	+		+	+						
3												
4					+	+		+	+			
5							+	+		+	+	
6								+	+		+	+

В случае структурированной сетки 3-ий элемент фиктивный и не вносит никакого вклада в глобальную матрицу жесткости. Теперь изобразим схематично матрицу для структурированной сетки. Аналогично таблице 4.2, в непустых ячейках таблицы (матрицы) указаны вклады элементов. Для компактности таблицы (таблица 4.4) знак «+» был убран.

Таблица 4.4 - Ансамблирование матрицы жесткости структурированной сетки конечных элементов

№ узлов	Номера узлов											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	100000	100000		100000	100000							
2	100000	120000	020000	100000	120000	020000						
3		020000	020000		020000	020000						
4	100000	100000		100000	100000							
5	100000	120000	020000	100000	120400	020400		000400	000400			
6		020000	020000		020400	020400		000400	000400			
7							000050	000050		000050	000050	
8					000400	000400	000050	000456	000406	000050	000056	000006
9					000400	000400		000406	000406		000006	000006
10							000050	000050		000050	000050	
11							000050	000056	000006	000050	000056	000006
12								000006	000006		000006	000006

Точки 4 и 7 сцеплены и следующей задачей было получить в строках 4 и 7 одинаковые значения (таблица 4.5), которые были бы эквивалентны строке 4 из матрицы жесткости неструктурированной сетки. Далее требовалось комбинировать эти строки из таблицы 4.4, ориентируясь на четвертую строку из таблицы 4.2. Так как элемент 4 из неструктурированной сетки и элемент 5 из структурированной сетки (рисунок 4.5) фактически являются одним и тем же блоком, вместо номера 4, в некоторых случаях, возможна замена пятым номером элемента.

Таблица 4.5 - Строки смежных узлов фиктивного элемента

Строки	Точки											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	100000	100000		100000	100000							
7							000050	000050		000050	000050	

Диагональные элементы 4 и 7 образуются из их полусуммы по причине их дальнейшего сложения во время интеграции в глобальную матрицу жесткости (таблица 4.6).



Таблица 4.6 - Операция над строками смежных узлов фиктивного элемента

Строки	Точки											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	100000	100000		(100050)/2	100000		(100050)/2	000050		000050	000050	
7	100000	100000		(100050)/2	100000		(100050)/2	000050		000050	000050	

В результате обновления значений в строках 4 и 7 и приведения глобальной матрицы жесткости (таблица 4.7) сетки к симметричному виду, она принимает вид:

Таблица 4.7 - Финальная схема ансамблирования матрицы жесткости структурированной сетки конечных элементов

№ узлов	Номера узлов											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	100000	100000		100000	100000		100000					
2	100000	120000	020000	100000	120000	020000	100000					
3		020000	020000		020000	020000						
4	100000	100000		100050	100000		100050	000050		000050	000050	
5	100000	120000	020000	100000	120400	020400	100000	000400	000400			
6		020000	020000		020400	020400		000400	000400			
7	100000	100000		100050	100000		100050	000050		000050	000050	
8				000050	000400	000400	000050	000456	000406	000050	000056	000006
9					000400	000400		000406	000406		000006	000006
10				000050			000050	000050		000050	000050	
11				000050			000050	000056	000006	000050	000056	000006
12								000006	000006		000006	000006

Из представленной выше таблицы 4.7 видно, что, за исключением дублирующей точки (7 столбец), строки схемы ансамблирования глобальной матрицы жесткости, в сцепленных точках 4 и 7 неструктурированной сетки, идентичны. Это указывает на физическую непрерывность данной области и, следовательно, на возможность использования полученной глобальной матрицы жесткости в системе линейных уравнений метода конечных элементов.

#### 4.2.1 Апробация методики сохранения структурированности сетки в численных моделях одиночной выработки

Полученная глобальная матрица жесткости является вырожденной [108], так как содержит одинаковые строки, следовательно, её определитель будет равняться нулю. При решении такой системы уравнений следует учитывать нулевое пространство матрицы (пространство содержащее «нулевые» элементы). Данная возможность реализована для систем линейных уравнений в библиотеке PETSc (Portable Extensible Toolkit for Scientific Computation) [109].

Предлагаемый подход позволяет интегрировать контактные элементы на границе структурных неоднородностей, оставаясь в условиях структурированной регулярной сетки конечных элементов. Необходимость создания подобных «нулевых» элементов повлекла за собой увеличение размерностей сеток конечных элементов, а также рост времени формирования матрицы жесткости. Эта проблема частично решается приведением матрицы к ленточному виду.

Для проверки физического вклада фиктивного «нулевого» элемента в систему линейных уравнений и влияния его на НДС моделируемого участка массива был проведен численный эксперимент. Он заключался во внедрении целого слоя «нулевых» элементов в изотропный массив, без включения контактных элементов (рисунок 4.6).

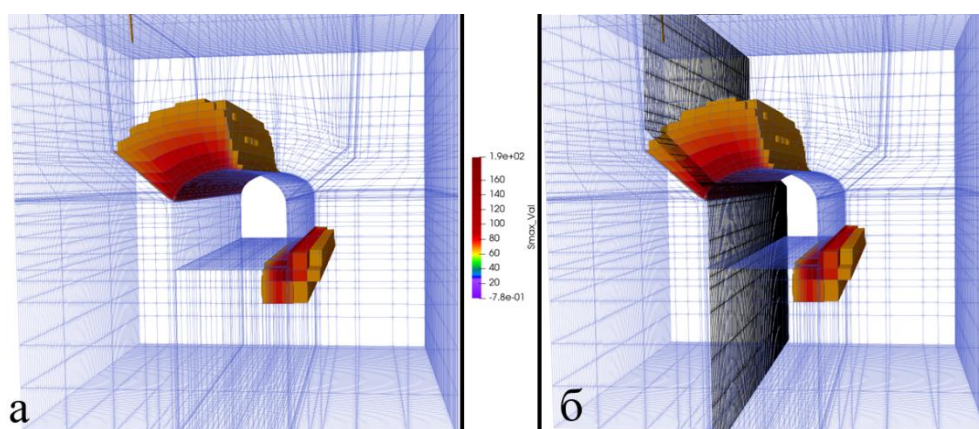


Рисунок 4.6 - Оценка эффективности применения фиктивных элементов: а) НДС массива на контуре выработки БДШ 310 месторождения Кукисвумчорр; б) Модель с интеграцией слоя фиктивных элементов, для дальнейшего внедрения контактных элементов

### 4.3 Методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей

В результате моделирования поле напряжений в исследуемом участке осталось неизменным, что подтверждает возможность сохранения регулярности конечно-элементной сетки при моделировании напряженно-деформированного состояния массива со структурными нарушениями контактными элементами.

По результатам вышеизложенного, а в частности:

- численному моделированию НДС участка массива с эмпирической оценкой параметров контакта трещины;
- оценке площадок максимальных касательных напряжений в окрестности разломной структуры;
- анализу картин распределения главных компонент напряжений вблизи разлома, представленного замещающим композитным материалом;
- разработанному подходу по сохранению регулярности конечно-элементной сетки при внедрении контактных элементов,

разработана методика и сформулировано **третье научное положение**: методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей и сохранением регулярной сетки конечных элементов, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение напряжений.

Основной идеей данной методики (блок-схема представлена на рисунке 4.7) является определение типа структурного нарушения и выбор оптимального алгоритма процесса моделирования:

1 В случае, если разломная структура имеет заполнитель, значительно отличающийся по упругим характеристикам (в частности, по модулю упругости), то имеет смысл представить разлом в виде композитного замещающего материала с усредненными параметрами.

1.1 При необходимости оценки вероятности сдвига по плоскости структуры необходима трехмерная визуализация площадок максимальных касательных напряжений в окрестности этой структуры. В случае преобладающего присутствия площадок максимальных касательных напряжений, пересекающих данную структуру, можно делать вывод об увеличении вероятности сдвига.

1.2 Если стоит задача в оценке величин главных нормальных компонент напряжений, то необходимо использовать пределы прочности на сжатие и растяжения для максимальной и минимальной компоненты, соответственно.

2 Структурная неоднородность, представленная в виде контакта без заполнителя (пример – закрытая трещина), моделируется с использованием контактных элементов по всей плоскости данного нарушения. Деформационные характеристики контакта могут быть определены испытанием образцов на сдвиг.

2.1 Наличие структурированной (регулярной) сетки конечных элементов может быть достигнуто путем использования разработанных фиктивных элементов, позволяющих сохранить изотропность граничащего со структурой вмещающего массива.

2.2 Характер деформации по контакту может быть определен по значениям относительных узловых перемещений контактного элемента, полученных в результате моделирования. Вероятность сдвига по данной структуре может быть оценена с использованием критерия Кулона-Мора.

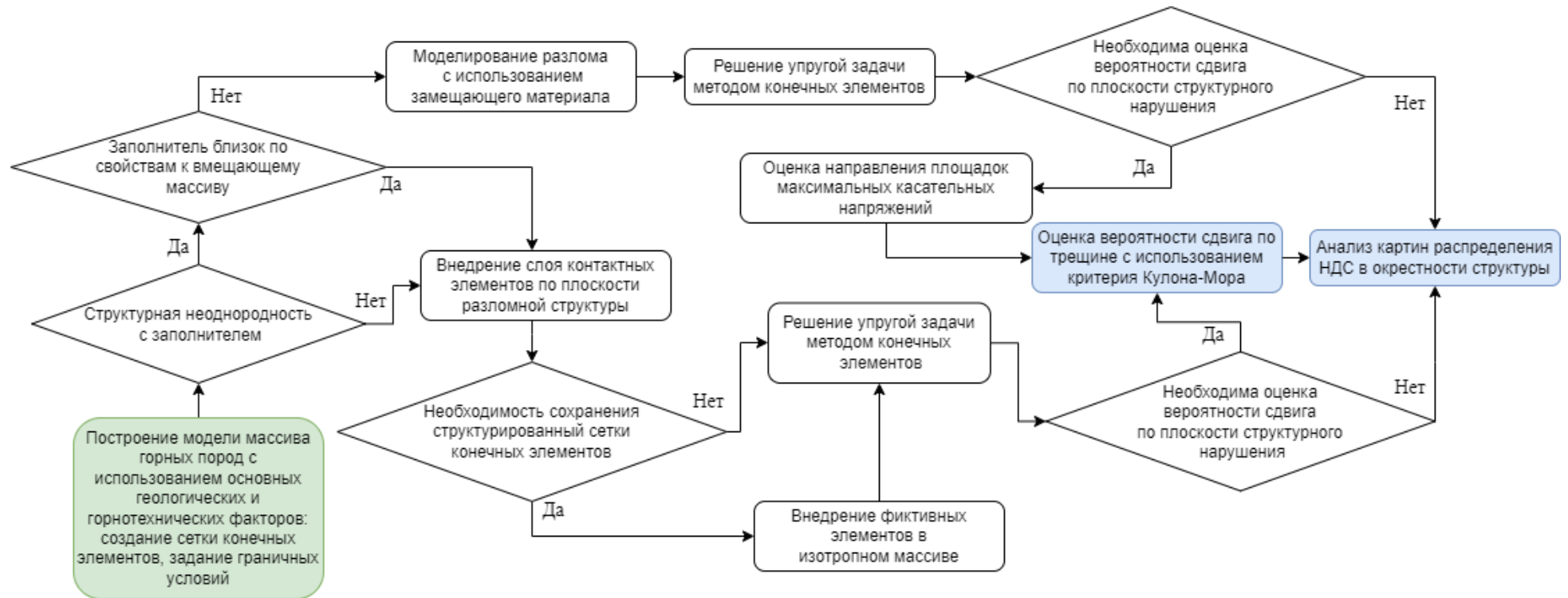


Рисунок 4.7 - Блок-схема методики моделирования НДС массива с учетом структурных неоднородностей

#### 4.4 Моделирование напряженно-деформированного состояния массива горных пород в окрестности выработки пересеченной трещиной

Исходя из эмпирической оценки параметров, характеризующих трещину в упругой постановке задачи метода конечных элементов, в предложенной методике было определено, что использование контактных элементов наиболее эффективно при моделировании трещин закрытого типа.

В качестве объекта исследования был выбран участок месторождения Олений ручей, расположенного на юго-восточном фланге ийолит-уртитовой дуги Хибинского массива, в окрестности «Подводящей выработки к РС-6 (-20/-100)», пересеченной закрытой трещиной без явного наличия заполнителя (рисунок 4.8). По полученной от службы прогноза и предотвращения горных ударов геодинамической характеристике массива, участок выработки до пересечения её трещиной классифицируется категорией состояния «Г», после пересечения выработки трещиной категорией состояния – «В».

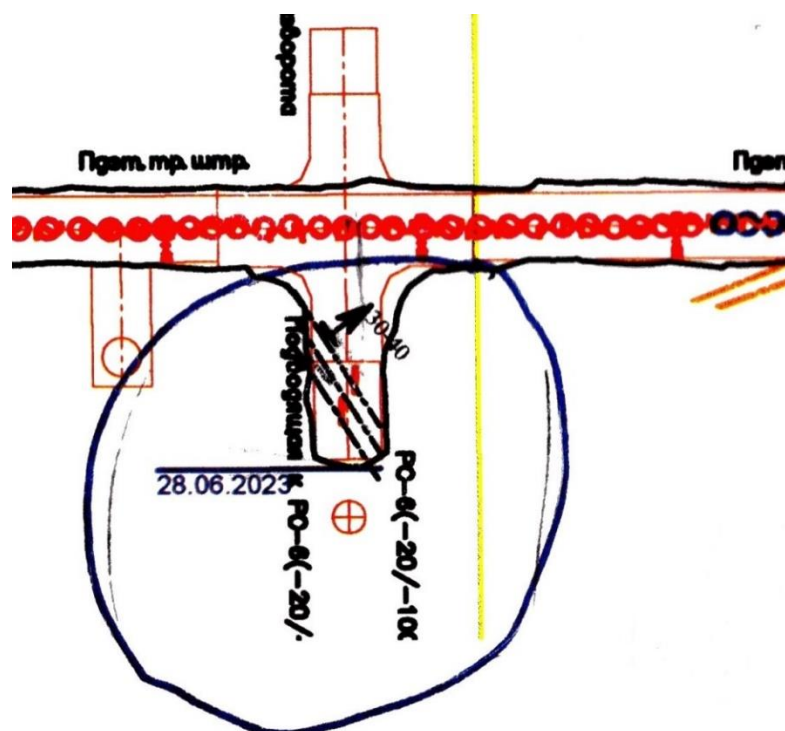


Рисунок 4.8 - Расположение объекта исследования на плане горных работ гор. -60 месторождения Олений ручей

Категория состояния «В» характеризуется действующими напряжениями  $\sigma_d \leq 0.5\sigma_c$ , где  $\sigma_d$  - компонента главных напряжений, перпендикулярная рассматриваемой выработке;  $\sigma_c$  – предел прочности пород на одноосное сжатие. Уровень напряженности пород нетронутого массива  $30 \text{ МПа} < \sigma_{max} < 40 \text{ МПа}$ . Возможные формы проявления горного давления: постепенные отслоения по трещинам, шелушение, незначительное (очаговое) динамическое заколообразование, время созревания заколов после обезопасивания – дни/недели.

Категория состояния выработок – «Г», характеризуется действующими напряжениями  $0.5\sigma_c < \sigma_d \leq 0.7\sigma_c$ . Наблюдаемые формы проявления горного давления в выработке: интенсивное шелушение, динамическое заколообразование пород на контуре выработки (ПРИЛОЖЕНИЕ А).

По фактической геологической характеристике массиву в окрестности выработки присвоена 2 категория по прочности, интенсивность трещиноватости 4й категории (сильнотрещинованные) и устойчивость 3-ей категории (слабоустойчивые). Выработка пройдена по вмещающим породам и подсечена крутопадающей трещиной с углом падения  $70^\circ$  в и простираанием на северо-восток (рисунок 4.9) (ПРИЛОЖЕНИЕ Б).



Рисунок 4.9 - Фото объекта исследования с выделением подсекающей крутопадающей трещины

#### 4.4.1 Создание локальной модели исследуемого участка

Возможность численного моделирования НДС массива, с учетом разноориентированных структурных неоднородностей, была реализована на основе типового сечения модели одиночной выработки, с использованием разработанного программного модуля Joint Mesh Generator [112]. Для более детального моделирования в сетку конечных элементов были внедрены дополнительные слои, как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях (рисунок 4.10).

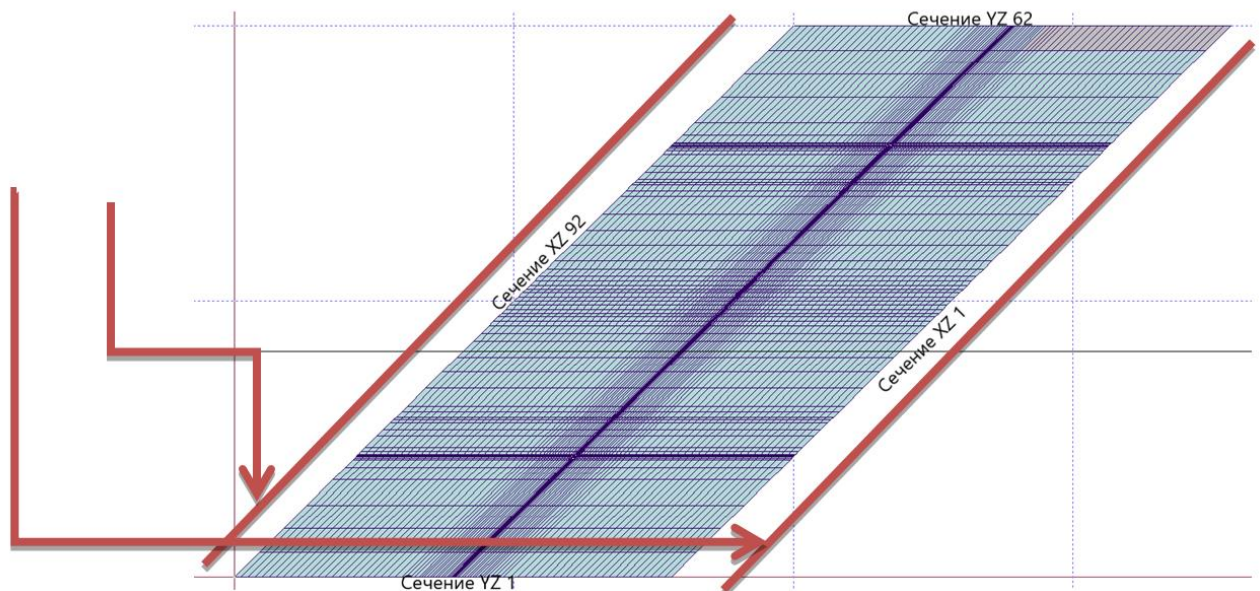


Рисунок 4.10 - Локальная модель с интеграцией слоёв структурной неоднородности

Задание упругих свойств элементам внутри структур без гарантированных выбросов значений компонент главных напряжений, возможно при моделировании маломощной структуры, расположенной внутри одного или нескольких слоёв сетки.

Сохранение геометрии контура выработки и её проекции на сечения XZ (для штреков) и YZ (для ортов) требует масштабирования сетки элементов в нормальном направлении к оси поворота:

$$x' = x * \cos(\alpha) - y * \sin(\alpha) \quad (4.3)$$

$$y' = x * \sin(\alpha) + y * \cos(\alpha) \quad (4.4)$$



$$x'' = \frac{x'}{\cos(\alpha)} \quad (4.5)$$

Отображение сечения XZ (для моделей штрекового направления) и YZ (для моделей ортового направления) на рабочую область SigmaGT сохраняет свой повернутый/немасштабированный вид благодаря проекции. В плане XY сечение модели имеет вид параллелограмма.

Для задания слоя контактных элементов в модели создана зона уплотнения в её центре. Данная зона характеризуется семью соседними слоями сечения единичной выработки толщиной 1 см каждый. Остальные слои распределены от центра к краям модели с постепенным увеличением толщины слоя. Разработанные инструменты создания локальных моделей имеют фиксированную размерность в 92 вертикальных слоя и протяженность в 15.6 м. Такое распределение снижает степень неравномерности сетки конечных элементов, что положительным образом влияет на сходимость при расчетах.

Поскольку геометрия каждой отдельно взятой крупной трещины заведомо неизвестна, следовательно, они представляются в виде сплошных слоёв повернутых и наклоненных на основании результатов визуальной оценки объекта. В соответствии с углом пересечения выработки структурной неоднородностью и углом её падения, была сгенерирована сетка конечных элементов. Сечение одиночной выработки было повернуто, наклонено и отмасштабировано таким образом, чтобы каждый вертикальный слой модели был сонаправлен трещине, а его проекция сохраняла контур выработки. Граничные условия и геология локальной модели получены путем их интерполяции из модели месторождения. На трехмерном представлении сетки модели выделен слой контактных элементов, характеризующий структурную неоднородность (рисунок 4.11).

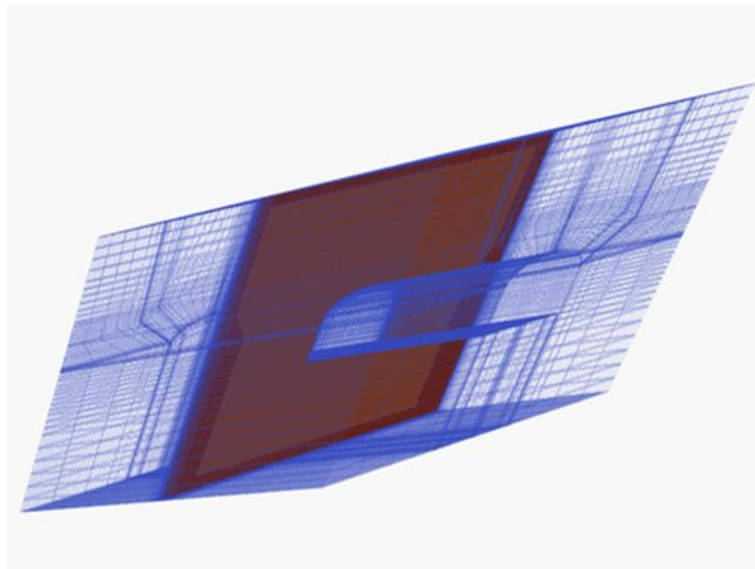


Рисунок 4.11 - Трехмерное представление модели участка выработки, пересеченной трещиной

#### **4.4.2 Результаты моделирования НДС в окрестности выработки, пересеченной трещиной**

По результатам численного моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с использованием контактных элементов выявлено проявление разнородного поля напряжений вблизи структурной неоднородности. Качественная оценка полей напряжений в кровле выработки, полученных в результате моделирования, согласуется с геодинамической характеристикой массива по результатам обследования.

Оценка максимальной компоненты показала, что модель без внедрения контактного элемента характеризуется однородностью поля напряжений, тогда как при внедрении слоя контактного элемента по поверхности трещины наблюдается анизотропная картина (рисунок 4.12).

При оценке минимальной компоненты наблюдаются зоны концентрации растягивающих напряжений, переходящих из кровли в стенки выработки (рисунок 4.13). При этом в стенках выработки фиксируются более низкие значения сжимающих напряжений, а по минимальной компоненте имеют место зоны выраженных растягивающих напряжений.

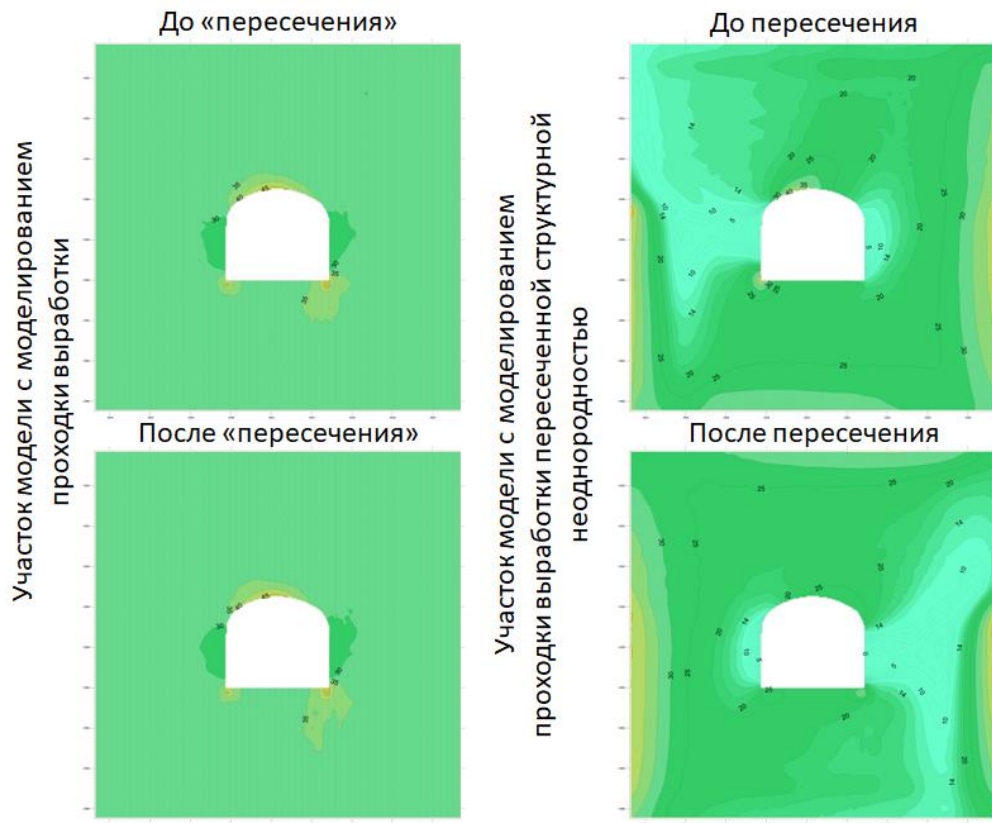


Рисунок 4.12 - Распределение  $\sigma_{\max}$  в вертикальных сечениях, секущих выработку: слева – распределение максимальной компоненты в модели без слоя трещины, справа – распределение максимальной компоненты в модели с интеграцией слоя трещины

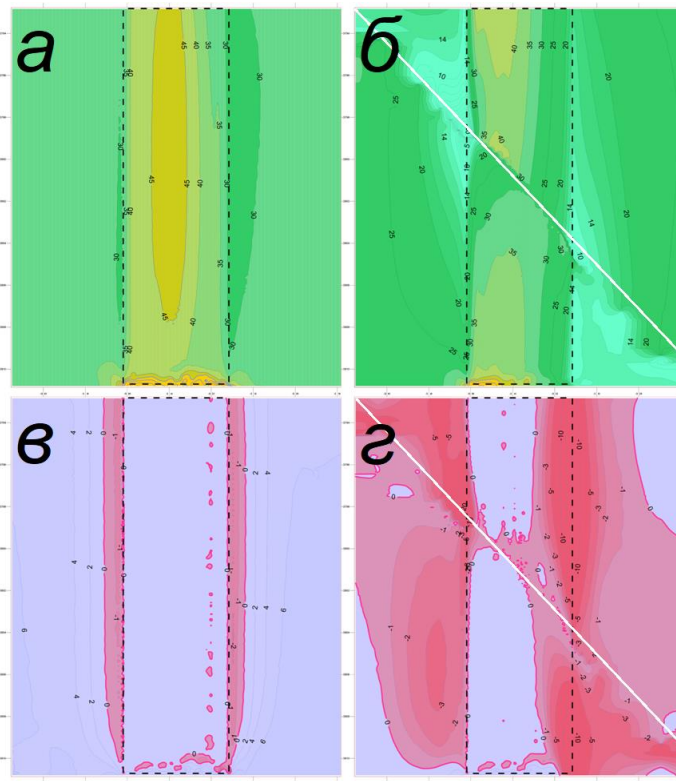


Рисунок 4.13 – распределение напряжений в кровле выработки а) -  $\sigma_{\max}$  без учета трещины; б) -  $\sigma_{\max}$  с учетом трещины; в) -  $\sigma_{\min}$  без учета трещины; г) -  $\sigma_{\min}$  с учетом трещины

#### 4.5 Выводы по главе 4

1. Разработан механизм трехмерной визуализации результатов моделирования с обработкой максимальных касательных напряжений и площадок сдвига. Оценка устойчивости подсекаемых структурными неоднородностями бортов и уступов карьера, а также анализ зон разрушения массива на контуре подземных очистных выемок может производиться с использованием результатов численного моделирования по величинам максимальных касательных напряжений и пространственной ориентации площадок сдвига. Эти данные могут служить для оценки вероятности сдвига по поверхности структурной неоднородности. Для более детального численного моделирования напряженно-деформированного состояния нарушенного массива горных пород, необходимо учитывать межблоковые характеристики на различных масштабных уровнях.

2. Предложен и обоснован оригинальный подход к интеграции контактных элементов с дополнением их специальными фиктивными элементами, что обеспечивает сохранение регулярности конечно-элементной сетки при моделировании напряженно-деформированного массива со структурными нарушениями.

3. Разработанная методика позволяет, основываясь на типе структурного нарушения массива и его заполнителя, оценить напряженно-деформированное состояние в его окрестности.

4. Исследован удароопасный участок «Подводящей выработки к РС-6 (-20/-100)» комплексом натуральных и лабораторных, так и численных методов. Определены:

- угол падения закрытой трещины;
- нормальная и тангенциальная жесткости трещины при испытании образцов на сдвиг;
- промоделировано напряженно-деформированное состояние массива с учетом граничных условий месторождения.

Внедрение трехмерной модификации контактного элемента позволило промоделировать структуру, угол которой не совпадает с сечением элементов горной технологии. Так же, решение объемной задачи сделало возможным учет полного тензора напряжений, углы главных компонент которого, действуют в отличном от нормального направления по отношению к самой структуре.

Полученные результаты подтверждают геодинамическую характеристику массива в окрестности исследуемого объекта.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках диссертационной работы решена актуальная задача учета структурных неоднородностей при исследовании напряженно-деформированного состояния массива горных пород.

Проведен анализ результатов научных трудов, выполненных ранее другими исследователями. Выявлены преимущества их подходов и направления, которые необходимо развить для возможности оценки влияния разного типа неоднородностей в рамках решения статической задачи теории упругости.

Выбран численный метод для решения статической задачи теории упругости. Проведен ряд оценочных тестов адекватности получаемых расчетных данных при использовании реализованного алгоритма. Алгоритм расширен возможностью внедрения контактных элементов по поверхности моделируемой структуры, как в плоской, так и объемной постановке.

По результатам лабораторных испытаний образцов вмещающих пород месторождений Хибин определены усредненные значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины без явного наличия заполнителя.

Многовариантное моделирование напряженно-деформированного состояния массива горных пород в окрестности закрытой трещины, характеризуемой определенными параметрами жесткости, показало перераспределение полей напряжений, характерное анизотропному массиву.

Проведен анализ результатов расчетов НДС блока в трехмерной постановке разломной структуры с заполнителем. Выделены классы моделей, в которых внедрение контактных элементов по границе разлома наиболее эффективно.

Представлен использующийся на сегодняшний день подход к моделированию структурных неоднородностей с замещением их композитным материалом. Описан алгоритм расчета максимальных касательных напряжений и объемного отображения площадок сдвига, который позволяет оценить вероятность сдвига по поверхности структурной неоднородности. Установлена необходимость разработки узконаправленного инструмента для учета

характеристик контакта блочных структур при моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород.

Решена проблема сохранения структурированной сетки конечных элементов, при использовании контактных элементов по плоскости структур. Для этого разработан специальный фиктивный элемент, сохраняющий изотропность ненарушенного массива, граничащего со слоем контактных элементов. Данный уникальный подход позволяет в дальнейшем горным инженерам работать с моделью месторождения, благодаря четкому соотнесению разрезов и магистралей рудничной сетки координат и слоёв модели.

В результате оценки результатов численного моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород в окрестности разного рода структур и вариации заполнителя, предложена методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение главных нормальных компонент напряжений.

Методика применена на участке месторождения "Олений ручей" с выработкой, пересеченной крутопадающей трещиной. Выполнено численное моделирование крутопадающей структурной неоднородности, с учетом полного тензора напряжений, углы главных компонент которого действуют в отличном от нормального направления по отношению к самой структуре. Были получены результаты, подтверждающие геодинамическую характеристику массива в окрестности исследуемого объекта.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Баклашов, И.В. Механические процессы в породных массивах / И.В. Баклашов, Б.А. Картозия. - М.: Недра, 1986.
2. Вакуленко, А.А. Континуальная теория среды с трещинами / А.А.Вакуленко, М.Т. Канонов // Изв. АН СССР. МТТ. 1971. № 4. С. 159-166.
3. Певзнер М.Е. Геомеханика: учебник для вузов / М.Е. Певзнер, М.А. Иофис, В.Н. Попов. – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2008. – 432 с.
4. Александров, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. – М.: Высшая школа, 2003. – 560 с.
5. Рац, М.В. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород / М.В. Рац, С.Н. Чернышев - М.:Недра, 1970. - 164 с.
6. Рац, М.В. Структурные модели в инженерной геологии / М.В. Рац- М.: Недра, 1973. - 216 с.
7. Курленя, М. В. Основы математического моделирования разрушения / М.В. Курленя, В.Е. Миренков, А.В. Шутов. - Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998. - 168 с.
8. Ламонина, Е.В. Численное моделирование трещиноватых скальных массивов / Е.В. Ламонина// дис. ... канд. техн. наук. - Москва, 2006. – 164 с.
9. Мухелишвили, Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мухелишвили. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
10. Барях, А.А. Математическое моделирование нарушений сплошности несущих водоупорных толщ при различных системах разработки водорастворимых руд / А.А. Барях, Н.А. Самodelкина, Е.А. Телегина // Геомеханические поля и процессы: экспериментально-аналитические исследования формирования и развития очаговых зон катастрофических событий в горно-технических и природных системах. Том 2. – Новосибирск: Издательство Сибирского отделения РАН, 2019. – С. 146-160.



11. Криницын, Р.В. Влияние тектонического нарушения на вторичное поле напряжений горизонтальной выработки / Р.В. Криницын // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. – 2022. – № 3. – С. 146-161.
12. Сидоров, Д.В. Применение цифровых геомеханических двойников для прогнозирования и оценки рисков потери запасов в проектах разработки рудных месторождений / Д.В. Сидоров, Т.В. Пономаренко // Горная промышленность. – 2022. – № 3. – С. 112-117.
13. Чернышёв, С.Н. Трещины горных пород / С.Н. Чернышёв - М.: Наука, 1983. 240 с.
14. Лавров, Н.А. К теории разрушения твердых тел при сжатии / Н.А. Лавров, Л.И. Слепян // Записки Лен.горн. инст. - 1991. - Том 125. - С. 48-54.
15. Турчанинов И.А. Основы механики горных пород / И.А. Турчанинов, М.А. Иофис, Э.В. Каспарьян. – Л.: Недра, 1977. – С. 504.
16. Одинцев В.Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород / В.Н. Одинцев – М.: ИПКОН РАН, 1996. – 166с.
17. Михайлов, А.Е. Полевые методы изучения трещин в горных породах / А.Е. Михайлов - М.: Государственное научно-техническое издательство литературы по геологии и охране недр. 1956. 132 с.
18. Михайлов, А.Е. Структурная геология и геологическое картирование / А.Е. Михайлов // Учеб. пособие для вузов. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Недра, 1984. - 464 с.
19. Goodman, R.E. A model for the mechanics of jointed rock / R.E. Goodman, R.L. Taylor, T.L. Brekke // Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 94, Issue 3, 1968. - Pg. 637-660.
20. Goodman, R.E. Finite element analysis for discontinuous rocks / R.E. Goodman, C. St. John // Numerical Methods in Geotechnical Engineering, chapter 4— New York: McGraw-Hill, 1977. - Pg 149-175.
21. Карташов, Ю.М. Прочность и деформируемость горных пород / Ю.М. Карташов, Б.В. Матвеев, Г.В. Михеев, А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1979. – 269 с.

22. Козырев, С.А. Динамическое деформирование и разрушение горных пород вокруг выработки / С.А. Козырев, С.В. Лукичев, Т.В. Буянова // Проблемы освоения минерально-сырьевых ресурсов Кольского региона и использование подземного пространства для захоронения отходов: сб. науч. тр. под ред. акад. Н.Н. Мельникова / Горный институт КНЦ РАН, Апатиты. – Апатиты: Кольский научный центр РАН, 1999. – С. 17-25.
23. Тимошенко, С.П. Сопротивление материалов / С.П. Тимошенко // Элементарная теория и задачи Изд. 2-е, стереотип., Пер. с англ. В.Н. Федорова – М.: гл. ред. физ. - мат. литер., 1965. – 364 с.
24. Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений / С.П. Тимошенко // Пер с англ. В.И. Контова под ред. А.Н. Митинского. – М.: ГИТТЛ, 1957. — 537 с.
25. Stead, D. Modelling Brittle Fracture in Rock Slopes - Experience Gained and Lessons Learned / D. Stead, J.S. Coggan, D. Elmo, M. Yan// Slope Stability 2007. Proceedings of the 2007 International Symposium on Rock Slope Stability in Open Pit Mining and Civil Engineering, 12-14 September 2007, Perth, Australia, Publ. by Australian Center of Geomechanics – 2007. –Pg. 239-252.
26. Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов // 2-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 712 с.
27. Баклашов, И.В. Деформирование и разрушение породных массивов / И.В. Баклашов-М.: Недра, 1988.
28. Сеницын, А.П. Метод конечных элементов в динамике сооружений / А.П. Сеницын - М.: Стройиздат, 1978. - 231 с.
29. Фадеев, А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
30. Марков, Г.А. Напряженное состояние пород и горное давление в структурах гористого рельефа / Г.А. Марков, С.Н. Савченко. – Л.: Наука, 1984. – 140 с.
31. Марков, Г.А. Тектонические напряжения и горное давление в рудниках Хибинского массива / Г.А. Марков. – Л.: Наука, 1977. – 213 с.

32. Турчанинов, И.А. Атлас физических свойств минералов и пород Хибинских месторождений / И.А. Турчанинов, М.П. Воларович, А.Т. Бондаренко. – Л.: Наука, 1975. – 71 с.
33. Амусин, Б.З. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики / Б.З. Амусин., А.Б. Фадеев. - М.: Недра, 1975. - 144 с.
34. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред / О. Зенкевич, И. Чанг // Пер. с англ. А.П. Троицкого и С.В. Соловьева. Под ред. докт. техн. наук Ю.К. Зарецкого. — Москва: Недра, 1974. — 240 с.
35. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич // Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. - 543 с.
36. Бенерджи, П.К. Методы граничных элементов в прикладных науках / П.К. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М.: Мир, 1984. – 494с.
37. Бреббиа, К. Применение метода граничных элементов в технике / К. Бреббиа, С. Уокер. — М.: Мир, 1982. – 248 с.
38. Булычев, Н.С. Применение методов конечных и граничных элементов для численного моделирования напряженно-деформированного состояния подземных сооружений / Н.С. Булычев, А.И. Коробка// Численные методы оценки устойчивости подземных сооружений: сб. науч. тр. – Апатиты, 1988. - С. 37-41.
39. Юфин С.А. Анализ напряженно-деформированного состояния трещиноватых скальных пород с использованием численных методов / С.А. Юфин., Е.В. Ламонина// Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал)- М.: Горная книга, 2008. № 10. С. 268-277.
40. Козырев, А.А. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния массива горных пород как основа прогноза удароопасности на разных этапах освоения месторождений/ А.А. Козырев, И.Э. Семенова, А.А. Шестов // Труды Всероссийской научной конференции с международным участием «Компьютерные технологии при проектировании и планировании горных работ» / Горный институт КНЦ РАН, Апатиты. – Санкт-Петербург, 2009. – С. 251-256.

41. Крауч, С. Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. – М.: Мир, 1987. – 328с.
42. Петухов, И.М. Расчетные методы в механике горных ударов и выбросов / И.М. Петухов, А.М. Линьков, В.С. Сидоров // Справочное пособие - М.: Недра, 1992. - 256 с.
43. Юфин, С.А. Сравнительный анализ современных численных методов решения задач геомеханики / С.А. Юфин, Р.Д. Харт, П.А. Кюндалл // Ежемесячный научно-практический журнал: Энергетическое строительство – Москва, 1992. - №7. - С.4-8.
44. Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования, 4-е изд. / И.П. Норенков - М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. -451 с.
45. Конспект лекций по высшей математике: [в 2 ч.]. Ч. 2 / Дмитрий Письменный. – 15-е изд. – М.: АЙРИС-пресс, 2022. – 256 с.
46. Ержанов, Ж.С. Метод конечных элементов в задачах механики горных пород / Ж.С. Ержанов, Т.Д. Каримбаев - Алма-Ата: Наука, 1975. — 241 с.
47. Pande G. N. Numerical Methods in Rock Mechanics / G. N. Pande, G. Beer, J. R. Williams // West Sussex, England: John Wiley and Sons, Ltd., 1990. – 327 pg.
48. Норри, Д. Введение в метод конечных элементов / Д. Норри, Ж.де Фриз // Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 304 с.
49. Александров, А.В. Основы теории упругости и пластичности / А.В. Александров, В.Д. Потапов - М.: Высшая школа, 1990. — 400 с.
50. Иванова, Т.Н. Апатитовые месторождения Хибинских тундр / Т.Н. Иванова. – М.: Госгеолтехиздат, 1963. – 287 с.
51. Онохин, Ф.М. Особенности структуры Хибинского массива и апатито-нефелиновых месторождений / Ф.М. Онохин. – Л.: Наука, 1975. – 106 с.
52. Семенова, И.Э. Создание трехмерной геомеханической модели Хибинского горнорудного района / И.Э. Семенова // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал)- М.: Горная книга, 2011. №S6. - С. 263-277.

53. Черепашков, А.А. Компьютерные технологии, моделирование и автоматизированные системы в машиностроении Учебник для студентов высших учебных заведений / А.А. Черепашков, Н.В. Носов — Волгоград: Ин-Фолио, 2009. — 640 с.
54. Гончаров П. С., Ельцов М. Ю., Коршиков С. Б., Лаптев И. В., Осиюк В. А. NX для конструктора-машиностроителя. — ИД ДМК Пресс. Москва, 2010. — 504 с.
55. Официальный сайт компании MSC.Software. URL: <https://hexagon.com>
56. Официальный сайт компании MSC.Software. URL: <https://simulia.com>
57. Официальная страница проекта. URL: <https://impact.sourceforge.net>
58. Официальный сайт компании SAMTECH. URL: <http://samtech.co.jp>
59. Официальный сайт компании COMSOL Inc. URL: <https://www.comsol.com>
60. Силич А.А. Компьютерные технологии в машиностроении: учебное пособие / А.А. Силич, А.И. Стариков, И.В. Соловьев и др. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2013. – 144 с. С. 36
61. CAE Fidesys — руководство пользователя (версия 6.1). URL: <https://cae-fidesys.com/documentations>
62. Официальный сайт компании OPEN CASCADE SAS. URL: <https://www.salome-platform.org>
63. Козырев, А.А. Управление горным давлением в тектонически напряженных массивах / А.А. Козырев, В.И. Панин, В.И. Иванов, С.Н. Савченко, В.В. Тимофеев, А.В. Ловчиков, В.В. Захаров, В.А. Мальцев, Н.И. Белов, В.В. Павлов, А.И. Калашник // Горный институт Кольского научного центра Российской академии наук. - Апатиты, 1996. Том Часть 1, 160 с.
64. Козырев, А.А. Управление геодинамическими рисками на Хибинских апатитовых рудниках / А.А. Козырев, В.И. Панин, И.Э. Семенова // Вестник Кольского научного центра РАН. – Апатиты, 2010. - №3. - С.9-18.
65. Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко // Пер. с англ. Н.А. Шошина. — Л.; М.: Гостехиздат, 1934. — 452 с.

66. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов / Сегерлинд Л. — М.: Мир, 1979. — 392 С.
67. Тарасов, Б.Г. Баланс энергии хрупкого разрушения в условиях объемного напряженного состояния / Б.Г. Тарасов // ФТПРПИ – Новосибирск: Изд. СО РАН 1989. – № 2. – С. 11-18.
68. Колмогоров А.Н. Введение в анализ / А.Н. Колмогоров - М.: Изд-во Московского ун-та, 1966. — 58 с.
69. Колмогоров, А.Н. Математика XIX века: Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей / А.Н. Колмогоров, А.П. Юшкевич - М.: Наука, 1978. - 256 с.
70. Михлин, С.Г. Интегральные уравнения и их приложения к некоторым проблемам механики, математической физики и техники / С.Г. Михлин. – М.-Л.: ОГИЗ. Гостехиздат, 1949. – 380 с.
71. Мысовских, И.П. Интерполяционные кубатурные формулы / И.П. Мысовских — М.: Наука, 1981. —336 с.
72. Хейгеман, Л. Прикладные итерационные методы / Л. Хейгеман, Д. Янг - М.: Мир, 1986. - 448 с.
73. Henk A. van der Vorst Iterative Krylov Methods for Large Linear System / Henk A. van der Vorst // Cambridge monographs on applied and computational mathematics, 2003. — 221 pg.
74. Демьянов, В.В Компьютерное моделирование напряженного состояния уступов бортов карьеров / В.В. Демьянов, С.М. Простов, В.А. Хямяляйнен, И.В. Щербаков // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). - М.: Горная книга, 2006. - №7. - С. 141-144.
75. Гальперин, А.М. Геомеханика открытых горных работ: учебник для вузов / А.М. Гальперин – М.: Изд. МГГУ, 2003. – 473 с.
76. Гудман, Р. Механика горных пород / Р. Гудман .- М.: Стройиздат, 1987. - 232 с.
77. Конюхов, Д.С. Методика математического моделирования шероховатых трещин с использованием модифицированного контактного элемента / Д.С.

- Конюхов // Сборник научных работ молодых ученых факультета ГСС. Под ред. М.Г. Зерцалова - М.: МГСУ, 2000. Вып.1. - с.73-78
78. Ngo, D. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams / Ngo D., Scordelis A.C. // Journal of the American Concrete Institute, vol.64, №3, March 1967
79. Семенова И.Э., **Дмитриев С.В.**, Шестов А.А. FEM CONTACT SOLVER  
Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2023681528, 16.10.2023.  
Заявка от 28.09.2023г.
80. Власов, А.Н. Определение эффективных деформационных характеристик слоистых и трещиноватых скальных пород/ А.Н. Власов // Автореферат дисс... к.т.н. - М.: МИСИ, 1990.
81. Власов, А.Н. Усреднение механических свойств структурно неоднородных сред / А.Н. Власов // Механика композитных материалов и конструкций. Июль-сентябрь, 2004. т. 10. №3. С. 424-441.
82. Гольдфарб, В.М. Об упругих механических свойствах слоистых неоднородных сред / В.М. Гольдфарб, А.В. Степанов // Журнал прикладной механики и технической физики. - Новосибирск: Издательство СО РАН, № 2 - 1963. С. 100-107.
83. Костюченко, В.Н. Деформационные характеристики межблоковых промежутков различного масштаба / В.Н. Костюченко, Г.Г. Кочарян, Д.В. Павлов // Физическая мезомеханика - Томск: Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук, 2002. - Т. 5. - № 5. - С. 23-42.
84. Конюхов, Д.С. Изучение механических свойств крупных трещин методом математического моделирования / Д.С. Конюхов // Автореферат дисс...к.т.н., - Москва, 2000. - 20 с.
85. Кулатилаки, П. Влияние трещин на прочность и деформативность массивов скальных пород / П. Кулатилаки // Ежемесячный научно-практический журнал: Энергетическое строительство - Москва, 1992. - № 8. - С.25-28.

86. Никитин, Л.В. Образование протяженных сомкнутых трещин отрыва в хрупких горных породах / Л.В. Никитин, В.Н. Одинцев // Докл. АН СССР. 1987. - Т.294.-N4.-С. 814-817.
87. Ножин, А.Ф. Расчет напряженно-деформированного состояния и устойчивости бортов глубоких карьеров, сложенных трещиноватыми скальными породами / А.Ф. Ножин, В.Г. Зотеев // Напряженно-деформированное состояние и устойчивость скальных склонов и бортов карьеров: материалы VI Всесоюзной конф. по механике горных пород. – Фрунзе, 1979. - С. 269-274.
88. Енютин, А.Н. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния пород кровли с целью выявления зависимости устойчивости потолочины от формы и размеров очистного пространства / А.Н. Енютин, И.Э. Семенова // Наука и образование – 2005: Материалы междунар. научн.-техн. конф. – Мурманск: МГТУ, 2005 – С. 179-183.
89. Калашник, Н.А. Напряженно-деформированное состояние пород при открытом и подземном способах разработки Главной залежи Ковдорского месторождения / Н.А. Калашник, В.М. Бусырев, А.И. Калашник // Открыто-подземная разработка мощных рудных месторождений: сб. науч. тр. / Горный институт КНЦ РАН, Апатиты. – Апатиты, 1995. – С. 36-41.
90. Козырев, А.А. Дифференциация тектонических напряжений в верхней части земной коры с целью управления динамическими проявлениями горного давления / А.А. Козырев // Автореферат дисс...д.т.н., -Новосибирск, 1993. - 43 с.
91. Козырев, А.А. Трехмерное моделирование напряженно-деформированного состояния массива горных пород как основа прогноза удароопасности на рудниках ОАО «Апатит» / А.А. Козырев, И.Э. Семенова, А.А. Шестов // Геодинамика и напряженное состояние недр земли: сб. науч. тр. / ИГД СО РАН, Новосибирск. – Новосибирск, 2008. – С.272-278.
92. Одинцев, В.Н. Закономерности образования отрывных трещин в горных породах вблизи выработок на больших глубинах. / В.Н. Одинцев // Автореф. дисс....докт. техн. наук. - М.: ИПКОН РАН, 1998.



93. Okereke M. Finite Element Mesh Generation / Finite Element Applications // Springer International Publishing. - 2018. - 496 с.
94. Shahverdilloo, M.R., & Zare, S. (2021). Studying the normal stress influential factor on rock jointstiffness using CNL direct shear test. Arabian Journal of Geosciences, 14(20), 1-11.
95. Семенова И.Э., Шестов А.А., **Дмитриев С.В.**, Аветисян И.М. MININGFINEBLOCK Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2022664884, 05.08.2022. Заявка № 2022664225 от 21.07.2022.
96. Barton N. Rock Quality, Seismic Velocity, Attenuation and Anisotropy // Taylor & Francis Group.-. 2007. -. London, UK // DOI: 10.1201/9780203964453.
97. B. Shen and N. Barton, Rock fracturing mechanisms around underground openings. Geomechanics and Engineering, vol. 16, no. 1, pp. 35–47, Sep. 2018 // DOI: 10.12989/GAE.2018.16.1.035.
98. Кочарян Г.Г. Геомеханика разломов / Г.Г. Кочарян // М.: ГЕОС. 2016. - 424 с..
99. Turner M.J. Stiffness and deflection analysis of complex structures / M.J. Turner, R.W. Clough, H.C. Martin, L.J. Topp // Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 9,1956. -Pg. 805-823.
100. Jianchao Li Numerical Simulation of Interfaces in Geomaterials: Development of a New Zero-thickness Interface Element / Jianchao Li //University of Delaware, 1993. - 154 pg..
101. Будков, А.М. Численное моделирование процесса накопления межблоковых перемещений при низкоамплитудных динамических воздействиях / А.М. Будков, Г.Г. Кочарян, Д.В. Павлов // Физ. мезомех. - 2010. - Т. 13. - № 2. - С. 21-30.
102. Фисенко, Г.Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов / Г.Л. Фисенко - М.: Недра, 1965. - 378 с.;
103. Борщ-Компониец, В.И. Механика горных пород, массивов и горное давление / В.И. Борщ-Компониец. – М.: Недра, 1968. – 484 с..
104. **Дмитриев С.В.** Решение задачи трехмерной визуализации расчетов напряженно-деформированного состояния массива горных пород / С.В. Дмитриев

// Материалы VII Конференции-школы молодых ученых. - Апатиты: КНЦ РАН (Апатиты), 2016 – С. 5-10.

105. Аветисян, И.М. Анализ главных касательных напряжений и площадок сдвига в объемной модели упруго-деформируемого массива горных пород / И.М. Аветисян., И.Э. Семенова, **С.В. Дмитриев**, А.А. Шестов // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал) - М.: Горная книга, 2017. - № S23. - С. 258-264.

106. Зерцалов, М.Г. Дилатансия трещиноватых скальных массивов и её учёт в рамках МКЭ / М.Г. Зерцалов, Н.Л. Карнаухова, В.В. Толстикова // Численные методы в геомеханике и оптимальное проектирование фундаментов. Межвузовский сборник - Йошкар-Ола: МарПИ, 1989. - С. 37-41.

107. Семенова, И.Э. Численное моделирование неоднородностей в трехмерной постановке метода конечных элементов / И.Э. Семенова, **С.В. Дмитриев**, А.А. Шестов // Горный журнал. – 2020. - № 2281. - pp. 35-39,

108. Лукашевич, А.А. Современные численные методы строительной механики / А.А. Лукашевич // Учебное пособие. – Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 2003, с.134.

109. Shrirang Abhyankar, Barry Smith, Hong Zhang, and A. Flueck. Using PETSc to develop scalable applications for next-generation power grid // Proceedings of the 1st International Workshop on High Performance Computing, Networking, and Analytics for the Power Grid. – 2011.-. ACM, New York, NY // DOI: 10.1145/2096123.2096138.

110. Семенова И.Э., **Дмитриев С.В.**, Шестов А.А., Аветисян И.М. JOINT MESH GENERATOR Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2023680657, 04.10.2023. Заявка от 28.09.2023.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Геомеханическая характеристика массива, включающего выработку подводящую к РС-6(-20/-100)

Геодинамическая характеристика массива, включающего РС6(-20/-100) и подводящую к ним

**отм. -60 м, гор. -100 м, бл. 12/18**

Категория состояния Подводящая к РС-6 (-20/-100) инт. (0,0-11,0 м) от ПТШ -60 м на ЮВ - «Г».

Категория состояния Подводящая к РС-6 (-20/-100) инт. (11,0-19,0 м) от ПТШ -60 м на ЮВ - «В».

Категория состояния «В» характеризуется действующими напряжениями  $\sigma_d \leq 0.5\sigma_c$  где  $\sigma_d$  — компонента главных напряжений, перпендикулярная рассматриваемой выработке;  $\sigma_c$  - предел прочности пород на одноосное сжатие. Уровень напряженности пород нетронутого массива  $30 \text{ МПа} < \sigma_{\max} < 40 \text{ МПа}$ . Возможные формы проявления горного давления: Постепенные отслоения по трещинам, шелушение, незначительное (очаговое) динамическое заколообразование, время созревания заколов после обезопасивания дни, недели.

Категория состояния выработок - «Г», характеризуется действующими напряжениями  $0.5\sigma_c < \sigma_d \leq 0.7\sigma_c$ , где  $\sigma_d$  – компонента главных действующих напряжений, перпендикулярная рассматриваемой выработке (направление действия субгоризонтальное);  $\sigma_c$  – предел прочности пород на одноосное сжатие.

Уровень напряженности пород нетронутого массива  $30 \text{ МПа} < \sigma_{\max} < 40 \text{ МПа}$ . Формы проявления горного давления: интенсивное шелушение, динамическое заколообразование пород на контуре выработки.

По результатам моделирования изменения напряженно-деформированного состояния (НДС) уровень напряжений 30-40 МПа.

Начальник службы прогноза  
и предотвращения горных ударов



Е.В. Иванова

Фактическая геологическая характеристика выработки подводящей к РС-6(-20/-100)

**Фактическая геологическая характеристика:**

**Подводящая к РС 6, отм. -60 м, гор. -100 м.**

**В инт. (0,0-18,8) м от оси сопряжения с Подэтажным транспортным штреком - 60 м на ЮВ**

В указанном интервале выработка пройдена по вмещающим породам: рихсчоррит. Подсечены пологопадающие трещины ( $L_{\text{падения}} 30-40^\circ$  С-СЗ, простирание С-СВ), а также единичная крутопадающая трещина ( $L_{\text{падения}} 70^\circ$  ЮВ, простирание СВ) в кровле выработке, трещины закрытого типа. В соответствии с «Классификацией пород и руд по прочности» [Инструкции по креплению и управлению кровлей горных выработок подземного рудника ГОК (Олений Ручей)] прочность вмещающих пород - II категория (очень крепкие породы). Коэффициент крепости по шкале М.М. Протодьяконова для вмещающих пород  $f=13-15$ .

Категория по прочности – II. Интенсивность трещиноватости - 4 категория (11-15 шт./пог.м) – сильнотрещиноватые. Устойчивость - III категория (слабоустойчивое).

12.07.2023

геолог:  Завора А.С.

Акт о внедрении программного комплекса SigmaGT на руднике «Северный»  
АО «Кольская ГМК»




**НОРНИКЕЛЬ**

КОЛЬСКАЯ ГМК

**УТВЕРЖДАЮ:**

И.о. начальника горного управления  
АО «Кольская ГМК»

 А.И. Абаев

« 25 »  2024 г.

**АКТ**

о внедрении

ПО Sigma GT с комплексом разномасштабных моделей Ждановского месторождения

Настоящий акт подтверждает, что приложение Sigma GT, реализующее многовариантные расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) с учетом геологических, геомеханических и горнотехнических факторов, разработанное в Горном институте Кольского научного центра РАН (свидетельство №2022668233), адаптировано для условий рудника «Северный» и используется ИТР при геомеханическом обосновании горных работ и прогнозной оценке состояния горных выработок. Разработан комплекс конечно-элементных моделей Ждановского месторождения: мелкомасштабная модель, включающая все рудные тела месторождения; уточненные модели Центрального и Юго-Восточного рудных тел; крупномасштабные модели элементов горной технологии. Расчеты НДС на руднике проводятся в соответствии с разработанной в ГоИ КНЦ РАН методикой моделирования. Результаты геомеханических расчетов учитываются при формировании планов горных работ, что позволяет повысить безопасность горных работ.

Все работы по адаптации ПО Sigma GT и разработке комплекса математических моделей выполнили в рамках договоров №2661 от 20 июня 2022 г. и №26151 от 01 июня 2023 г «Исследования напряженно-деформированного состояния массива горных пород и геомеханическое сопровождение горных работ на руднике "Северный" АО "Кольская ГМК" сотрудники ГоИ КНЦ РАН: руководитель отдела Геомеханики, к.т.н. Семенова Инна Эриковна, научный сотрудник Дмитриев Сергей Владимирович, научный сотрудник Кулькова Мария Сергеевна.

Главный маркшейдер

Главный геофизик группы  
геомеханического мониторинга

 С.В. Временков

 Г.Д. Степанов

Отчет «Сопровождение и развитие экспертной системы SigmaGT» КФ АО  
«Апатит»

ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ - ОБСОБЛЕННОЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА  
"КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК"  
(ГоИ КНЦ РАН)

**УТВЕРЖДАЮ**

И.о. директора ГоИ КНЦ РАН,  
кандидат технических наук



А.С. Опалев

ноября 2022г.

Отчет по II этапу договора №2663 от 15.04.2022

**СОПРОВОЖДЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ SIGMA GT**

Зав. лабораторией прогноза удароопасности  
рудных месторождений, к.т.н.

И.Э. Семенова

Апатиты  
2022г

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Ответственный исполнитель, в.н.с., к.т.н.



И.Э. Семенова

Старший научный сотрудник, к.т.н.



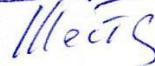
И.М. Аветисян

Научный сотрудник



С.В. Дмитриев

Ведущий программист



А.А. Шестов

Отчет «Обновление программного приложения SigmaGT для  
моделирования напряженно-деформированного состояния пород в окрестности  
очистных работ» АО «СЗФК»

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»  
(ФИЦ КНЦ РАН)

ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ КНЦ РАН  
(Гои КНЦ РАН)

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор Гои КНЦ РАН, д.т.н.



*[Signature]* С.В. Лукичёв

" 28 " февраля 2023г.

Заключительный отчет  
по договору № 2664 от 21 февраля 2022г.

**ОБНОВЛЕНИЕ ПРОГРАММНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ SIGMA GT ДЛЯ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
ПОРОД В ОКРЕСТНОСТИ ОЧИСТНЫХ РАБОТ**

Ответственный исполнитель работы,  
Заведующий лабораторией прогноза  
удароопасности рудных месторождений, к.т.н.

И.Э. Семенова

Апатиты  
2023



## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Научный руководитель работы Зав. отделом Геомеханики, д.т.н., проф.	 _____	А.А. Козырев
	подпись	
Ведущий научный сотрудник, к.т.н.	 _____	И.Э. Семенова
	подпись	
Старший научный сотрудник, к.т.н.	 _____	И.М. Аветисян
	подпись	
Научный сотрудник	 _____	С.В. Дмитриев
	подпись	
Ведущий программист	 _____	А.А. Шестов
	подпись	
Младший научный сотрудник	 _____	О.В. Назарчук
	подпись	
Ведущий инженер	 _____	А.В. Пантелеев
	подпись	

Отчет «Исследования напряженно-деформированного состояния массива горных пород и геомеханическое сопровождение горных работ на руднике «Северный» АО «Кольская ГМК», в соответствии с техническим заданием № 6-21ГУ»

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»  
(ФИЦ КНЦ РАН)

ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ КНЦ РАН  
(ГоИ КНЦ РАН)

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ГоИ КНЦ РАН, д.т.н.



*[Signature]* С.В. Лукичѐв

" 15 " ноября 2021г.

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД И ГЕОМЕХАНИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ  
ГОРНЫХ РАБОТ НА РУДНИКЕ «СЕВЕРНЫЙ» АО «КОЛЬСКАЯ ГМК», В  
СООТВЕТСТВИИ С ТЕХНИЧЕСКИМ ЗАДАНИЕМ № 6-21ГУ**

Договор № 26135 от 22 марта 2021г.

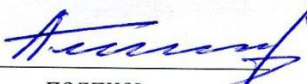
Руководитель работы,  
Заведующий отделом Геомеханики,  
проф., д.т.н.

*[Signature]* А.А. Козырев

Апатиты  
2021

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

**Руководитель работы**  
Зав. отделом Геомеханики,  
д.т.н., проф.

  
\_\_\_\_\_

А.А. Козырев

**Исполнители:**

Ответственный исполнитель,  
старший научный сотрудник,  
к.т.н.

  
\_\_\_\_\_

А.В. Земцовский

Ведущий научный сотрудник,  
к.т.н.

  
\_\_\_\_\_

И.Э. Семенова

Старший научный сотрудник,  
к.т.н.

  
\_\_\_\_\_

И.М. Аветисян

Старший научный сотрудник,  
к.т.н.

  
\_\_\_\_\_

С.А. Жукова

Научный сотрудник

  
\_\_\_\_\_

С.В. Дмитриев

Младший научный сотрудник

  
\_\_\_\_\_

М.С. Кулькова

Ведущий инженер

  
\_\_\_\_\_

А.В. Пантелеев

Ведущий программист

  
\_\_\_\_\_

А.А. Шестов

## ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Отчет «Разработка и адаптация конечно-элементных моделей (в экспертной системе SigmaGT) для расчетов напряженно-деформированного состояния массива горных пород обрабатываемых месторождений» КФ АО «Апатит»

ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ - ОБОСОБЛЕННОЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА  
"КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК"  
(ГoИ КНЦ РАН)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ГoИ КНЦ РАН,  
доктор технических наук



*С.В. Лукичев*  
С.В. Лукичев

"20" декабря 2022г.

Отчет по IV этапу договора № КФА-09-0000484 от 11.05.2021

**РАЗРАБОТКА И АДАПТАЦИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ  
(В ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЕ SIGMA GT)  
ДЛЯ РАСЧЕТОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ОТРАБАТЫВАЕМЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

Зав. сектором прогноза удароопасности  
рудных месторождений, к.т.н.

И.Э. Семенова

Апатиты  
2022г

## ВВЕДЕНИЕ

Основной целью данной работы является повышение безопасности горных работ за счет большей обоснованности принимаемых технических решений на основе прогноза геомеханической ситуации с использованием новых региональных и локальных моделей напряженно-деформированного состояния (НДС) геологической среды горнотехнических систем месторождений, обрабатываемых КФ АО «Апатит». В рамках договора проводится разработка трех моделей участков Хибинской апатитовой дуги, где ведение горных работ будет вестись в наиболее сложных геомеханических условиях.

Геомеханическое обоснование безопасной выемки запасов полезных ископаемых на разных масштабных уровнях с учетом действия природных и техногенных факторов является одной из наиболее важных задач при планировании горных работ. Особенно актуальна она для условий месторождений, склонных и опасных по горным ударам. SIGMA GT - действующая система экспертной оценки и прогноза геомеханического состояния массива по мере развития горных работ, внедрена и используется на рудниках КФ АО «Апатит» с 2005 года. В основе - трехмерное конечно-элементное моделирование НДС с учетом геологических, геомеханических и горнотехнических факторов. Изначально система разрабатывалась для отдельных удароопасных блоков, и время их эффективной работы ограничивалось периодом около 2-3 лет, то есть временем отработки блока. В дальнейшем, учитывая запросы предприятия, системы стали включать месторождение или даже несколько месторождений, обрабатываемых рудником. В процессе применения происходит постоянное развитие и модернизация системы, ее адаптация к конкретным условиям и задачам.

В процессе выполнения первых двух этапов сгенерирована и установлена на компьютеры Заказчика модель месторождения Плато Расвумчорр. Задачей третьего и четвертого этапа является разработка модели зоны Кировского рудника, включающей Саамский разлом и одноименный карьер, а также прилегающие участки Кукисвумчоррского и Юкспорского месторождений, где горные работы будут вестись в условиях сближающихся фронтов и формирования блоков целиков. В связи с этим, разработка уточненной модели данного участка для прогнозирования геомеханической ситуации является актуальной задачей.

В выполнении IV этапа работ принимали участие следующие сотрудники ГоИ КНЦ РАН: зав. отделом геомеханики, проф., д.т.н. Козырев А.А., зав. сектором прогноза удароопасности рудных месторождений в.н.с., к.т.н. Семенова И.Э., с.н.с., к.т.н. Аветисян И.М., н.с. Дмитриев С.В., м.н.с. Назарчук О.В., вед. программист Шестов А.А., вед. инженер Пантелеев А.В.