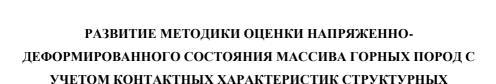
# Дмитриев Сергей Владимирович

Chumpuels



**НЕОДНОРОДНОСТЕЙ** 

Специальность 2.8.6 «Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика»

Автореферат Диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Федеральный исследовательский центр «Кольский научный центр Российской академии наук» (КНЦ РАН)

# Научный руководитель

**Семенова Инна Эриковна**, кандидат технических наук, руководитель отдела Геомеханики, Горный институт КНЦ РАН.

### Официальные оппоненты

**Сидоров Дмитрий Владимирович,** доктор технических наук, профессор, заместитель генерального директора по научной работе ООО "Полигор", Санкт-Петербург, Россия

**Криницын Роман Владимирович,** кандидат технических наук, заведующий лаборатории геодинамики и горного давления, ведущий научный сотрудник института горного дела Уральского отделения Российской академии наук.

## Ведущая организация

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь.

Защита диссертации состоится 19 февраля 2025 г. в  $14^{00}$  часов на заседании диссертационного совета 24.1.096.02, созданного на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н.В.Мельникова Российской академии наук (ИПКОН)

| С диссертацией можно ознакомиться на сайте https://ипконран.pф/?page_id=843 |         |  |  |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------|--|--|
| Автореферат разослан                                                        | 2024 г. |  |  |
|                                                                             |         |  |  |

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор технических наук

Федотенко В.С.

## Общая характеристика работы

При ведении горных работ как открытым, так и подземным способом, негативным фактором является тенденция усложнения горнотехнических и горногеологических условий. Интенсивность горных работ, воздействие тектонических напряжений, а также наличие разного рода и масштаба разломных структур требуют заблаговременного учета и анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) массива горных пород при геомеханическом обосновании и проектировании горных работ.

Ряд технологических проблем при выемке полезных ископаемых связан с процессами, происходящими на контактах и при взаимодействии различных материалов на границах сред. Сдвиг по структурным неоднородностям в нарушенном массиве представляет собой смещение блоков массива горных пород друг относительно друга, что может приводить к потере устойчивости элементов горной технологии. В рамках конечно-элементного анализа НДС с учетом геологических структур возможно применение специальных контактных элементов, позволяющих задавать прочностные параметры интерфейса между блоками.

Поведение пород со структурными нарушениями под нагрузкой зависит не только от типа и величины прикладываемых нагрузок, но и от детальных свойств трещин — жесткости и прочности, геометрии трещин, ориентации, устойчивости и т.д. Поэтому, при моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород, в том числе в условиях упругой деформации, важно учитывать геометрические и прочностные параметры на контакте разломных структур. Влияние неоднородностей на напряженно-деформированное состояние массива горных пород являлось предметом исследований многих ученых, в их числе: Барях А.А., Зенкевич О.Ц., Калякин В.Н., Козырев А.А., Кочарян Г.Г., Криницын Р.В., Ламонина Е.В., Назарова Л.А., Одинцев В.Н., Паньков И.Л., Руппенейт К.В., Савченко С.Н., Сидоров Д.В., Трофимов В.А., Юфин С.А., Ghaboussi J., Goodman R.E., Jianchao Li., Herrman L.R., Pande G.N., и др.

Несмотря на продолжительный период исследований (с 60-х годов прошлого века), направленных на численное моделирование НДС с учетом структурных неоднородностей, и важные результаты, полученные рядом ученых, не были решены задачи оценки эффективности применения контактных элементов в моделях различной конфигурации и сохранения структурированной сетки конечных элементов. Также, в недостаточной степени уделено внимание параметрам нормальной и тангенциальной жесткости, характеризующим контактный элемент.

Работа с большинством программных решений требует значительных трудозатрат на создание сетки моделей месторождений. Использование статической модели и регулярной сетки позволяет проводить многовариантные расчеты НДС, что снижает вероятность ошибок при задании граничных условий и создании сетки конечных элементов. Проанализированные САЕ (computer-aided engineering) системы работают по принципу "черного ящика", без представления деталей работы алгоритмов. Для адаптации моделей под конкретные геомеханические, геологические и горнотехнические условия месторождений важно полное понимание процесса моделирования.

Методика прогноза удароопасных зон, основанная на расчетах НДС в SigmaGT, утверждена и согласована для рудников КФ АО "Апатит" и АО "СЗФК". Комплекс SigmaGT используется для оценки и прогноза напряженно-деформированного состояния пород как при планировании горных работ, так и в сложных ситуациях. Разработка методики учета влияния структурных неоднородностей на поле напряжений, уточнение контактных характеристик структурных неоднородностей и расширение функционала оригинального ПО позволит повысить уровень прогностических моделей поведения нарушенного массива горных пород. Это особенно важно и актуально при планировании горных работ на месторождениях, склонных и опасных по горным ударам.

**Цель работы:** разработка метода учета структурных нарушений при объёмном моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород методом конечных элементов.

**Идея работы заключается в** определении диапазона эффективного использования объемных контактных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния массивов скальных горных пород со структурными нарушениями.

**Объектом исследования** является массив горных пород с включением структурных нарушений.

**Предмет исследования** – контактные характеристики и их влияние на НДС нарушенного массива горных пород.

## Методы исследований:

- анализ и обобщение научного и практического опыта по проблеме;
- использование математического аппарата механики твердого деформированного тела;
  - лабораторные испытания образцов пород на сдвиг;
- двумерное и трехмерное численное моделирование геомеханических процессов методом конечных элементов;
- верификация разработанной методики на основе данных о фактическом состоянии массива горных пород.

#### Задачи исследования:

- 1. Анализ литературных источников по методам численного моделирования напряженно-деформированного состояния горных пород и особенностям поведения массива горных пород на контакте структурных неоднородностей;
- 2. Разработка алгоритма, обеспечивающего возможность расчета НДС с учетом неоднородностей, и его реализация в виде отдельного модуля программного комплекса Sigma GT;
- 3. Определение сдвиговых характеристик для образцов горных пород Хибинских месторождений.
- 4. Проведение численных экспериментов по расчету НДС в окрестности горных работ с учетом тектонической и техногенной нарушенности массива и анализ результатов моделирования для выявления особенностей распределения напряжений в окрестности моделируемой структуры;

5. Разработка методики моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей.

# Реализация результатов работы.

Результаты исследований реализованы на горных предприятиях Мурманской области в рамках выполнения договорных работ с АО «Апатит», АО «СЗФК», АО «КГМК» и представлены в отчетах по темам НИР №0226\_2019\_0058 и FMEZ-2022-0004. Разработанные алгоритмы и программы зарегистрированы в федеральной службе по интеллектуальной собственности «Роспатент», получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ № RU 2023681528 и № RU 2023680657

### Научная новизна работы заключается в:

- 1. разработке фиктивных контактных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния массива со структурными нарушениями, что позволяет сохранять регулярную конечно-элементную сетку;
- 2. определении параметров жесткости для закрытых трещин в образцах пород месторождений Хибинского массива.
- 3. установлении степени влияния соотношения упругих характеристик заполнителя и вмещающего массива на распределение напряжений в окрестности моделируемой разломной структуры;
- 4. подходе к учету влияния структурных неоднородностей с различным масштабом и типом заполнителя на перераспределение параметров поля напряжений участка массива горных пород.

## Научные положения, выносимые на защиту:

- 1 Значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива составляют  $\bar{k}_n=4.1~\frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и  $\bar{k}_s=1.0~\frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$ . Коэффициент жесткости попадает в ранее установленный диапазон для аналогичного типа и масштаба нарушений. Модельное распределение напряжений указывает на существенное влияние закрытой трещины с определенными параметрами жесткости контакта.
- 2 Наиболее эффективным является учет контактных характеристик при моделировании НДС в окрестности структурной неоднородности, деформационные свойства которой отличаются от вмещающего массива не более, чем на порядок или в окрестности закрытой трещины без заполнителя. В противном случае использование контактных элементов на границах разнородных сред не является обязательным условием корректности геомеханических расчетов, так как изменения значений напряжений не превышают 10 %, что сопоставимо с точностью численного моделирования.
- 3 Методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей и сохранением регулярной сетки конечных элементов, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение напряжений.

**Достоверность научных положений** и выводов, сформулированных в диссертации, подтверждаются:

- использованием классических гипотез и положений геомеханики и теории упругости;
- сопоставлением данных лабораторных испытаний нарушенных образцов пород на сдвиг с результатами полученными другими исследователями;
- сравнительной оценкой расчетных данных моделей с внедрением разработанного фиктивного элемента и с классической сеткой конечных элементов;
- использованием граничных условий локальных моделей, соответствующих исследуемым участкам месторождений и основанных на результатах измерения напряжений in situ;
- сходимостью результатов геодинамической характеристики массива по данным визуального обследования выработок с данными моделирования: распределением компонент главных напряжений в окрестности моделируемой структуры и расчетной категорией состояния выработки.

# Практическая значимость работы:

- 1. развитие подхода Р. Гудмана для трёхмерного случая, что позволило вывести матрицу жёсткости трёхмерного контактного элемента и расширить возможности объемного численного моделирования контактов в задачах геомеханики.
- 2. реализован инструмент, позволяющий производить оценку вероятности сдвига по значениям касательных напряжений и пространственной ориентировке площадок сдвига.
- 3. разработан алгоритм автоматизированного построения регулярной сетки конечных элементов для объектов горной технологии вблизи структурных нарушений горного массива.
- 4. определены усредненные значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива.
- 5. определен диапазон контактных характеристик, параметров структурной неоднородности и условий нагружения модели, при которых достаточным является задание элементам внутри структуры соответствующих упругих свойств.
- 6. разработанный подход к учету структурных неоднородностей при моделировании НДС массива может быть использован для оценки состояния массива при планировании и ведении горных работ.

# Апробация работы

Результаты исследований и основные положения работы представлены на конференциях: 4-ая молодежная тектонофизическая школа-семинар в Институте физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, 5 - 9 октября 2015 г.; VI школа молодых ученых «Геотехнология и обогащение полезных ископаемых», Апатиты, 19 ноября 2015 г.; X Всероссийская молодежная научно-практическая конференция «Проблемы недропользования» (Институт горного дела УрО РАН, ГоИ КНЦ РАН), Апатиты, 28-30 марта 2016 г.; VIII Конференция-школа молодых ученых «Геотехнология и обогащение полезных ископаемых» г. Апатиты, 16 ноября, 2016 г.; Всероссийская научно-техническая конференция с участием иностранных специалистов «Информационные технологии в реализации экологической стратегии развития горнодобывающей отрасли», Апатиты, 10-12 октября 2017

г.; International european rock mechanics symposium, «EUROCK 2018», Санкт-Петербург, 22–26 мая 2018 г.; Молодежный форум «Молодая наука Арктики» и X Всероссийская конференцияшкола молодых ученых и специалистов с международным участием в рамках VIII Международной конференции «Горнодобывающая промышленность Баренцева Евро-Арктического региона»: взгляд в будущее» - «МГПК БЕАР - 2018», Апатиты 14-15 ноября 2018 г.; Всероссийская конференция-школа молодых учёных и специалистов «Развитие технологий добычи и обогащения месторождений полезных ископаемых» в рамках IX международной конференции «Горнодобывающая промышленность Баренцева Евро-Арктического региона: взгляд в будущее» (МГПК БЕАР 2019), Апатиты 12-13 ноября 2019 г.; Mechanics and rock engineering, from theory to practice, Turin, Italy 20–25 сентября 2021 г.; XV Всероссийская молодежная научно-практическая конференция «Проблемы недропользования» (с участием иностранных ученых), Екатеринбург-Апатиты-Хабаровск 09-11 февраля Всероссийская научно-техническая конференция с участием иностранных специалистов »Цифровые технологии в горном деле», Апатиты 16-18 июня 2021 г.; Шестая Международная конференция «Триггерные эффекты в геосистемах», Москва 21-24 июня 2022 г.; Всероссийская научно-техническая конференция с участием иностранных специалистов «Прогноз и предупреждение удароопасности при ведении горных работ», Апатиты 27-30 сентября 2022 г.; 16-я Международная научная школа молодых ученых и специалистов «Проблемы освоения недр в XXI веке глазами молодых», Москва 23-27 октября 2023г.; XVIII молодежная научно-практическая конференция недропользования», Апатиты, 06-09 февраля 2024 г.; были изложены в научноисследовательских отчетах Горного института КНЦ РАН и опубликованы в научных статьях.

#### Личный вклад:

- 1. постановка задач исследований;
- 2. разработка алгоритмов и программных модулей, позволяющих использовать объемные контактные элементы в структурированной сетке конечных элементов;
- 3. лабораторные испытания образцов на сдвиг и анализ полученных результатов для получения параметров жесткости закрытой трещины;
- 4. проведение расчетов напряженно-деформированного состояния массива пород методом конечных элементов;
  - 5. анализ и обобщение результатов численного моделирования;
- 6. разработка методики моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение напряжений.

## Публикации

По результатам исследований опубликовано 11 работ (из них 5 работ - в изданиях, рекомендованных ВАК).

# Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, содержит 149 страниц машинописного текста, включая 73 рисунков, 48 формул, 17 таблиц и список использованной литературы из 110 наименований и 7 приложений.

# Автор выражает благодарность

Руководителю отдела Геомеханики Горного института КНЦ РАН, к.т.н. И.Э. Семеновой за научное руководство, постановку темы и координацию направления исследований, консультации по теоретической части работы и формулировке

научных положений. Ведущему программисту А.А. Шестову за совместную работу над алгоритмами и программами. Кандидатам технических наук А.Л. Билину, О.Г. Журавлевой, И.М. Аветисяну за ценные советы и предложения по редакции текста диссертации. Ведущему инженеру А.В. Пантелееву за сопровождение и консультации при проведении натурных исследований. Сотрудникам службы предупреждения и предотвращения горных ударов АО «СЗФК» (Е.В. Ивановой и А.С. Заворе) за содействие в проведении натурных исследований, геодинамическую и геологическую характеристики массива. д.т.н., проф. Г.Г. Кочаряну за консультации по вопросам определения деформационных свойств контакта трещины. к.т.н. Н.Н. Кузнецову и вед. инженеру А.К. Паку за помощь в проведении лабораторных испытаний образцов на сдвиг. д.т.н. В.В. Рыбину за ценные советы в формулировке основных положений работы.

# Основное содержание работы

**Во введении** представлена общая характеристика работы, обоснована её актуальность, поставлены цель и задачи исследований, приведены методы исследований, сформулированы идея работы, научная новизна, защищаемые положения и практическая значимость.

**В первой главе** раскрывается актуальность проблемы учета неоднородностей при моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород, приводятся классификации структурных неоднородностей, описывается объект исследования, методы численного моделирования и их реализация в существующих программных решениях, представлен реализованный для дальнейших исследований алгоритм МКЭ и результаты его тестирования на абстрактных моделях, приведено обоснование применяемого основного метода исследований.

Во второй главе описана модификация контактного элемента Гудмана с выведением матрицы жесткости контакта для трехмерного моделирования. Произведена оценка расчетных значений главных напряжений на моделях с интеграцией контактных элементов по поверхности разломной структуры с заполнителем. В выводах по данной главе выделены ограничения использования контактных элементов Гудмана для моделирования неоднородностей.

# В третьей главе исследование разделено на два этапа:

- 1. Описан процесс и приведены результаты определения параметров жесткости закрытой трещины лабораторным испытанием на сдвиг и последующего их соотнесения с полученными эмпирическим путем, при многовариантном численном моделировании, характеристиками.
- 2. Проведена оценка эффективности использования контактных элементов по поверхности контакта структурной неоднородности с заполнителем. Выделены классы моделей (случаев), в которых внедрение контактных элементов, по поверхности контакта разлома, даёт ощутимый эффект. Определены варианты моделей, при которых достаточно заполнения разлома эквивалентным замещающим материалом.

В четвертой главе изложена реализация метода конечных элементов и вариант учета структурных неоднородностей при использовании программного

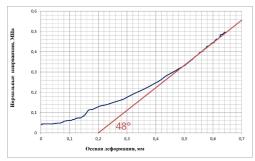
комплекса SigmaGT. Представлен разработанный подход к сохранению регулярной сетки с внедрением контактных элементов и его апробация на моделях элементов горной технологии. Разработана методика, основной идеей которой является определение типа структурного нарушения и выбор оптимального алгоритма процесса моделирования. Выполнено опробование разработанной методики на одном из Хибинских месторождений. Приведены геодинамическая характеристика, результаты лабораторных экспериментов, а также результаты численного моделирования для выработки на месторождении Олений ручей, пересеченной закрытой трещиной. Выявлены особенности поля напряжений вблизи структурной неоднородности.

**В** заключении представлены полученные в процессе выполнения исследований основные результаты и выводы, которые отражены в защищаемых научных положениях.

Основные результаты диссертационных исследований отражены в научных положениях, выносимых на защиту.

1. Значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива составляют  $\overline{k}_n = 4.1 \, \frac{\text{M}\Pi a}{\text{M}\text{M}}$  и  $\overline{k}_s = 1.0 \, \frac{\text{M}\Pi a}{\text{M}\text{M}}$ . Коэффициент жесткости попадает в ранее установленный диапазон для аналогичного типа и масштаба нарушений. Модельное распределение напряжений указывает на существенное влияние закрытой трещины с определенными параметрами жесткости контакта.

В лаборатории «Инструментальных исследований состояния горных пород Арктической зоны РФ» ГоИ КНЦ РАН на автоматизированном испытательном комплексе «АСИС» проведены лабораторные испытания образцов керна уртита на сдвиг и получены величины нормальной и тангенциальной жесткости трещин. Для их определения выполнена серия испытаний образцов группы щелочных габбоидов (уртитов и шонкинитов), отобранных на месторождениях Хибинского массива, на сдвиг. Неоднородности представляют собой искусственные трещины с различным углом пересечения керна. Каждый образец испытывался в три этапа с пошаговым увеличением нормальной нагрузки. Далее строились графики зависимости деформаций от приложенных нормальных и тангенциальных нагрузок (рисунок 1).



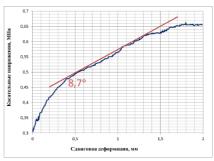


Рисунок 1 – Образец №3, первый этап испытаний: нормальная нагрузка: 0.5 Мпа

К данным графикам строятся касательные, угол которых характеризует отношения:

$$k_s = \frac{\Delta \sigma_s}{\Delta u_s}; \quad k_n = \frac{\Delta \sigma_n}{\Delta v_n}$$
 (1)

Над отобранными образцами производились лабораторные испытания на сдвиг CNL (Constant Normal Loading) по плоскости трещины, после достижения определенных величин нормальной нагрузки в  $0.5 \div 3.5$  МПа на каждом шаге испытания (таблица 1).

Таблица 1 - Результаты измерений нормальной и сдвиговой жесткости

| No      | Угол     | №            | Нормальная     | $k_n$    | $k_s$    | $\frac{k_n}{k_s}$ |
|---------|----------|--------------|----------------|----------|----------|-------------------|
| образца | 3 1 0 11 | эксперимента | нагрузка (МПа) | (МПа/мм) | (МПа/мм) | $k_s$             |
| 1       | 58°      | 1.1          | 0.5            | 2.48     | 0.75     | 3.28              |
|         |          | 1.2          | 1.0            | 5.67     | 2.61     | 2.18              |
|         |          | 1.3          | 1.5            | 8.14     | 0.7      | 11.63             |
|         | 86°      | 2.1          | 1.0            | 3.27     | 1.23     | 2.65              |
| 2       |          | 2.2          | 1.5            | 11.43    | 7.12     | 1.48              |
|         |          | 2.3          | 2.0            | 11.43    | 3.08     | 3.71              |
|         | 72°      | 3.1          | 0.5            | 1.11     | 0.15     | 7.26              |
| 3       |          | 3.2          | 1.0            | 1.96     | 0.19     | 10.1              |
|         |          | 3.3          | 1.5            | 1.19     | 0.14     | 8.48              |
| 4       | 77°      | 4.1          | 1.0            | 6.31     | 1.54     | 4.1               |
|         |          | 4.2          | 1.5            | 9.51     | 0.6      | 15.83             |
|         |          | 4.3          | 2.0            | 26.03    | 1.73     | 15.03             |
| 5       | 74°      | 5.1          | 1.5            | 14.3     | 1.07     | 13.34             |
|         |          | 5.2          | 2.0            | 38.19    | 0.7      | 54.54             |
|         |          | 5.3          | 2.5            | 57.29    | 0.27     | 213.81            |
| 6       | 79°      | 6.1          | 2.0            | 7.3      | 1.33     | 5.5               |
|         |          | 6.2          | 3.0            | 31.82    | 5.67     | 5.61              |
|         |          | 6.3          | 3.5            | 16.35    | 1.66     | 9.82              |

На первом этапе испытаний образца керна №4, исходя из графика зависимости касательных напряжений и сдвиговой деформации, произошел спад действующей субгоризонтальной нагрузки с соответствующим выполаживанием кривой. Это указывает на частичное истирание берегов трещины с сопутствующим снижением шероховатости поверхности скольжения и дальнейшее снижение величин касательной жесткости.

Коэффициент жесткости трещины, по мере увеличения нормальной нагрузки, возрастает, что свидетельствует о разрушении неровностей поверхностей трещин в образце. Исходя из этого, дальнейшей оценке подлежат первые этапы каждой серии измерений вне зависимости от величин прикладываемой нормальной нагрузки. Характер графиков нормальной жесткости на первых этапах всех экспериментов с образцами имел скорее экспоненциальный вид, тогда как на втором и третьем этапах был близок к степенной зависимости, что также объясняется сглаживанием стенок трещины в результате истирания берегов.

Среднее значение отношения нормальной к тангенциальной жесткости  $\frac{k_n}{k_s}$  по всем анализируемым образцам на первых этапах нагружения экспериментов

равняется 4.55, что близко к значениям, полученным другими исследователями. По результатам испытаний №5 наблюдаются разрушения образца, в дальнейшем анализе они не учитывались.

Определены усредненные значения нормальной  $\bar{k}_n=4.1\,\frac{\text{М}\Pi_a}{\text{м}\text{M}}$  тангенциальной  $\bar{k}_s=1.0\,\frac{\text{M}\Pi_a}{\text{м}\text{M}}$  жесткости закрытой трещины для образцов вмещающих пород месторождений Хибинского массива. Поскольку трещина имеет определенную протяженность, контактная жесткость будет представлена интегральной величиной по всему слою контактных элементов, аналогично модулю Юнга и коэффициенту Пуассона, характеризующим конечные элементы для отдельных типов пород модели.

Дальнейшим шагом исследования было создание объемной математической модели выработки буро-доставочного штрека (БДШ 310) на горизонте +236 м месторождения Кукисвумчорр. Для имитации строчки разгрузочных скважин в локальную модель одиночной выработки был интегрирован ряд контактных элементов, дополненный фиктивными элементами, для сохранения целостности структурированной сетки конечных элементов. В начальном варианте расчетов напряженно-деформированное состояние окрестности В кровле. Значения характеризовалось зоной концентрации напряжений в её максимальной компоненты главных напряжений результатам  $\sigma_{max}$ моделирования, достигали 100 МПа.

Проведение оценочных экспериментов заключалось в создании ряда моделей с вариацией значений касательной и нормальной жесткости при включении структурной неоднородности в кровле выработки. Моделирование неоднородности выполнено слоем контактных элементов, дополненных нулевыми фиктивными элементами для сохранения целостности сетки конечных элементов.

Вектора  $\sigma_{max}$  направлены по нормали к плоскости структурной неоднородности. Моделирование показало (рисунок 2):

- вариация значений нормальной жесткости контактного элемента, при фиксированном значении тангенциальной жесткости, не привела к значительному изменению области концентрации  $\sigma_{max}$ ;
- при достижении нормальной жесткости, превышающей  $10^6~\mathrm{M\Pi a/mm}$ , зона концентрации максимальной компоненты исчезает;
- повышение значений тангенциальной жесткости контактного элемента, при фиксированном значении нормальной, привело к снижению области концентрации  $\sigma_{max}$ .

Ввиду замещения пустых элементов опорного варианта на слой контактных элементов, оценивали поле напряжений по качественной картинке, а не по модулю значений. В случае действия максимальной компоненты напряжений по нормали к поверхности структуры, определены параметры жесткости  $k_s=1\mathrm{e}^2$  и  $k_n=1\mathrm{e}^3$  МПа/мм, при которых фиксируется снижение действующих напряжений в приконтурном массиве, а зона концентрации  $\sigma_{\mathrm{max}}$  формируется на кончике создаваемой трещины. Такой эффект наблюдается при применении строчек разгрузочных скважин в высоконапряженном массиве.

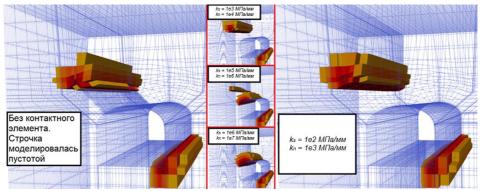


Рисунок 2 - Сравнение распределения максимальной компоненты при различных значениях жесткости контакта

Контактные элементы внедрялись в кровле выработки с целью проверить предположение других исследователей о том, что нормальный модуль жесткости  $k_n$  становится равным модулю жесткости окружающих блоков, при полном закрытии контакта. Также это позволило оценить эффект разгрузки приконтурного массива имитацией сработавшейся строчки.

Контактные элементы в данном эксперименте имитировали проработанную разгрузочную строчку скважин. После внедрения контактных элементов по поверхности предполагаемой структурной неоднородности, произошла ожидаемая разгрузка кровли выработки до величин  $\sigma_{max}$  - 15÷30 МПа. Зона концентрации напряжений отнесена к кончику контакта, где значения максимальной компоненты главных напряжений достигают 140 МПа и близки к пределу прочности пород на сжатие (рисунок 3в).

Таким образом, внедрение контактных элементов и дополнение их предлагаемыми для сохранения структуры сетки фиктивными элементами в соответствующем слое модели дало сходные с наблюдаемыми в массиве результаты распределения поля напряжений. Зона концентрации максимальной компоненты главных напряжений сместилась вглубь массива от кровли выработки. При этом нетронутый массив, включающий фиктивные элементы сохранил физическую непрерывность.

Полученные в результате лабораторных испытаний образцов апатитовой руды на сдвиг контактные характеристики были использованы для описания сработавшейся разгрузочной строчки по данному этапу исследования. Значения нормальной и тангенциальной жесткости равняются:  $k_n = 6.42 \frac{\text{мПа}}{\text{мм}}$  и  $k_s = 1.55 \frac{\text{мПа}}{\text{мм}}$ .

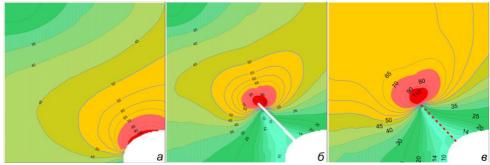


Рисунок 3 - Результаты моделирования:

а) исходные значения  $\sigma_{max}$  в окрестности кровли выработки; б) распределение  $\sigma_{max}$  в результате имитации строчки разгрузочных скважин пустыми конечными элементами; в) распределение  $\sigma_{max}$  в результате имитации строчки разгрузочных скважин путем внедрения контактных и фиктивных элементов

Данные результаты отличаются от эмпирически определенных ранее величин жесткости. Однако, с использованием идентичных граничных условий при расчете НДС модели участка, при проведении сравнительного анализа результатов расчетов были получены очень близкие картины полей напряжений (рисунок 4).

Проведено многовариантное моделирование строчки разгрузочных скважин контактными элементами с различными параметрами нормальной и тангенциальной жесткости. Результаты лабораторных испытаний подтвердили значения контактных характеристик, полученных эмпирическим путем.

Предложенный подход к моделированию разгрузочной сработавшейся строчки выработки с использованием контактных элементов позволяет оценить эффект разгрузочных мероприятий на НДС массива в окрестности выработки под действием гравитационно-тектонических напряжений.

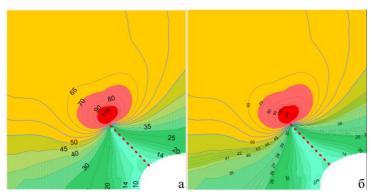


Рисунок 4 - Сравнение результатов моделирования:

а) распределение  $\sigma_{\max}$  с жесткостью контакта  $k_n=1e^3\frac{\text{мПа}}{\text{мм}}$  и  $k_s=1e^2\frac{\text{мПа}}{\text{мм}}$ ; б) распределение  $\sigma_{\max}$  с жесткостью контакта  $k_n=6.42\frac{\text{мПа}}{\text{мм}}$  и  $k_s=1.55\frac{\text{мПа}}{\text{мм}}$ 

2. Наиболее эффективным является учет контактных характеристик при моделировании НДС в окрестности структурной неоднородности, деформационные свойства которой отличаются от вмещающего массива не более чем на порядок или в окрестности закрытой трещины без заполнителя. В противном случае использование контактных элементов на границах разнородных сред не является обязательным условием корректности геомеханических расчетов, так как изменения значений напряжений не превышают 10 %, что сопоставимо с точностью численного моделирования.

Следующей задачей данного исследования являлась оценка трансформации поля напряжений участка массива; при внедрении контактных элементов в плоскости данной структурной неоднородности. Сгенерирована модель участка месторождения в окрестности разломной структуры, проведен ряд численных экспериментов, позволяющих оценить эффект введения контактных элементов на границе структурной неоднородности при варьировании нормальной и тангенциальной жесткости. На основании результатов данных исследований выделены классы моделей, в которых внедрение контактных элементов; по поверхности контакта разлома; на конкретном масштабном уровне; даёт ощутимый эффект, а также можно отсечь те случаи, когда достаточно будет заполнение разломной структуры эквивалентным замещающим материалом.

Для выявления целесообразности использования контактных элементов при различных горно-геологических условиях оценивалось влияние значений контактных характеристик разлома на изменение параметров поля напряжений участка массива горных пород, включающего разломную структуру.

В качестве примера был рассмотрен участок Кукисвумчоррского месторождения Хибинского тектонически напряженного массива, исходное НДС которого получено на основе многолетних натурных исследований поля напряжений.

Деформационные характеристики для разломной структуры и вмещающего массива представлены в таблице 2.

Таблица 2 - Деформационные характеристики для разломной структуры и вмещающего массива

| Тип элемента        | Модуль Юнга (ГПа) | Коэффициент Пуассона |
|---------------------|-------------------|----------------------|
| Вмещающий массив    | 70                | 0.2                  |
| Рудное тело         | 40                | 0.35                 |
| Разломная структура | 7                 | 0.3                  |

Влияние региональных разломов, крупных В рамках численного моделирования, может быть учтено с помощью использования композитного материала, характеризующегося сниженными прочностными (деформационными) характеристиками. Такое представление дает достаточную достоверность моделирования на уровне модели месторождения. При более например, изучении моделировании, при отдельного месторождения, необходимо учитывать контактные характеристики на границе блоков.

На основе проанализированных источников, был принят диапазон значений контактных характеристик для разломной структуры разработанной модели (таблица 3).

Таблица 3 - Значения нормальной и тангенциальной жесткости, принятые в серии

численных экспериментов

| 1 этап               |                         | 2 этап (дополнительная серия) |          |                         |                         |
|----------------------|-------------------------|-------------------------------|----------|-------------------------|-------------------------|
| Модуль Юнга 7000 МПа |                         | Модуль Юнга 700 МПа           |          |                         |                         |
| № модели             | k <sub>n</sub> (МПа/см) | ks (МПа/см)                   | № модели | k <sub>n</sub> (МПа/см) | k <sub>s</sub> (МПа/см) |
| 1                    | 0.7e6                   | 0.35e6                        | 7        | 0.7e6                   | 0.35e6                  |
| 2                    | 0.2e6                   | 0.1e6                         | 8        | 0.2e6                   | 0.1e6                   |
| 3                    | 0.7e5                   | 0.35e5                        | 9        | 0.7e5                   | 0.35e5                  |
| 4                    | 0.2e5                   | 0.1e5                         | 10       | 0.2e5                   | 0.1e5                   |
| 5                    | 0.7e4                   | 0.35e4                        | 11       | 0.7e4                   | 0.35e4                  |
| 6                    | 0.2e4                   | 0.1e4                         | 12       | 0.2e4                   | 0.1e4                   |

В виду относительно равномерного поля напряжений вблизи разлома в используемой на предприятии модели месторождения было принято решение о создании дополнительной серии численных экспериментов. В них разломная структура характеризуется более низкими деформационными характеристиками, в частности, модулем Юнга (рисунок 5). Это дало более контрастную картину и помогло оценить влияние параметров контактных элементов на НДС вблизи разлома.

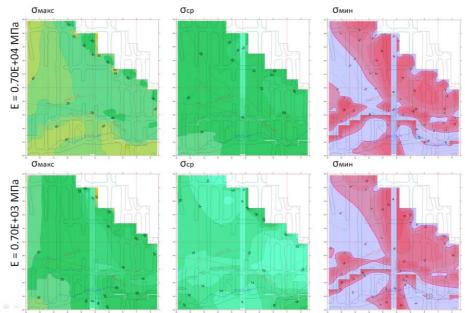


Рисунок 5 - Компоненты исходного тензора напряжений моделей первого и второго этапов

Для оценки абсолютных значений главных напряжений выбраны равноудаленные от разлома участки массива. Всего было разработано 12 численных моделей с вариацией нормальной и тангенциальной жесткостей. В случае, когда заполняющий материал разлома близок по свойствам к вмещающему массиву (1 этап), внедрение контактных элементов по контакту разнородных сред оказало больший эффект на напряженно-деформированное состояние вмещающего массива.

Значения максимальной компоненты напряжений в самой структуре, при внедрении контактных элементов по её поверхности, подвергаются более существенным изменениям. При более низких величинах нормальной и тангенциальной жесткости, деформации по контакту структуры увеличились, что привело к более существенному изменению полей напряжений в окрестности разлома (рисунок 6).

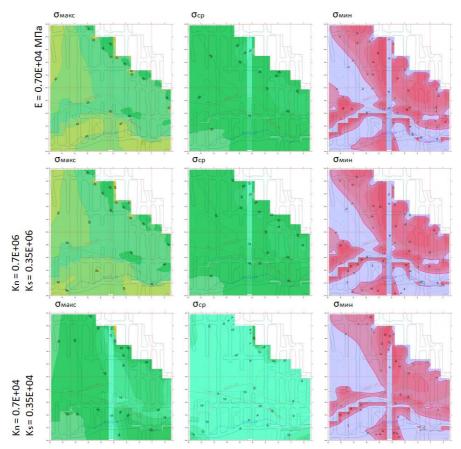


Рисунок 6 - Распределение полей компонент главных напряжений моделей с различными параметрами жесткости разлома (1 этап)

При внедрении контактных элементов по поверхности разломной структуры, представленной более ослабленными породами (2 этап), ранжирование нормальной и тангенциальной жесткостей, даже в пределах двух порядков, не оказывает существенного эффекта на НДС вмещающего массива.

Таким образом, установлен тип структурных неоднородностей с заполнителем, учет контактных характеристик по поверхности которых, приводит к значимым отличиям в распределении полей напряженно-деформированного состояния.

3. Методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей и сохранением регулярной сетки конечных элементов, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение напряжений.

Направленность программного комплекса SigmaGT на использование его горными инженерами требует соотнесения внутренних координат модели с рудничными координатами месторождения. Навигация по модели, редактирование её блоков для задания геологии, генерация локальных подмоделей делает необходимым использование структурированных сеток конечных элементов.

Трехмерные контактные элементы в реальных задачах моделирования НДС массива горных пород, как правило, не занимают весь слой модели, тем самым разделяя её на две несвязные области. Поэтому, в большинстве задач могут возникать трудности с их интеграцией. Модификация модели с внедрением контактных элементов влечет за собой нарушение структуры сетки, что усложняет дальнейшие манипуляции с ней и интерпретацию результатов моделирования.

Глобальная матрица жесткости, образующая систему линейных уравнений, состоит из ансамблированных особым образом подматриц - квадрантов. Квадранты представляют собой участки матрицы жесткости отдельного элемента, характеризующие определенный узел. Каждый элемент сетки конечных элементов вносит свой вклад в общую глобальную матрицу жесткости, но только в те точки (узлы, строки, столбцы), которые образуют этот элемент.

Строки матрицы жесткости элемента, отвечающих за одну связанную пару узлов, должны в конечном случае иметь одинаковые значения т.к. это фактически одна физическая точка. Поскольку матрица жесткости имеет симметричный вид, это относится и к столбцам.

На рисунке 7 видно, что на структурной сетке вместо одного узла 4 появляется две точки. Образовался нулевой фиктивный элемент из точек 4-5-8-7. Из соображений целостности модели все физические параметры должны быть в этих точках абсолютно равными.

Предлагаемый подход позволяет интегрировать контактные элементы на границе структурных неоднородностей, оставаясь в условиях структурированной регулярной сетки конечных элементов. Это дает возможность горным инженерам работать с моделью месторождения, благодаря четкому соотнесению разрезов и магистралей рудничной сетки координат и слоёв модели.



Рисунок 7 - Фиктивный элемент в структурированной сетке

Для проверки физического вклада фиктивного «нулевого» элемента в систему линейных уравнений и влияния его на НДС моделируемого участка массива были проведены численные эксперименты для нескольких участков Хибинских месторождений.

На основании проведенных численных экспериментов и результатах модернизации алгоритмов и программ, а именно:

- результатов численного моделирования НДС участка массива с эмпирической оценкой параметров контакта трещины;
- оценки площадок максимальных касательных напряжений в окрестности разломной структуры;
- анализа картин распределения главных компонент напряжений вблизи разлома, представленного замещающим композитным материалом;
- предложенного подхода к сохранению регулярности конченоэлементной сетки при внедрении контактных элементов,

была разработана методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределения главных нормальных компонент напряжений.

Основной идеей данной методики (блок-схема представлена на рисунке 8) является определение типа структурного нарушения и выбор оптимального алгоритма процесса моделирования:

- 1. В случае если разломная структура имеет заполнитель, значительно отличающийся по упругим характеристикам (в частности, по модулю упругости), то имеет смысл представить разлом в виде композитного замещающего материала с усредненными параметрами.
- 1.1. При необходимости оценки вероятности сдвига по плоскости структуры, требуется трехмерная визуализация площадок максимальных касательных напряжений в окрестности этой структуры. В случае преобладающего присутствия площадок максимальных касательных напряжений, подсекающих данную структуру, можно сделать вывод об увеличении вероятности сдвига.

- 1.2. Для оценки зон потенциального разрушения массива проводится сравнение расчетных величин главных напряжений с пределами прочности пород на сжатие и растяжение.
- 2. Структурная неоднородность, представленная в виде контакта без заполнителя (пример закрытая трещина), моделируется с использованием контактных элементов по всей плоскости данного нарушения. Деформационные характеристики контакта могут быть определены испытанием образцов на сдвиг.
- 2.1. Структурированность сетки конечных элементов обеспечивается путем использования разработанных фиктивных элементов, позволяющих сохранить изотропность граничащего со структурой вмещающего массива.
- 2.2. Характер деформации по контакту может быть определен по значениям относительных узловых перемещений контактного элемента, полученных в результате моделирования. Нормальные и касательные напряжения, полученные в результате моделирования, могут быть использованы для оценки сдвиговой составляющей с использованием критерия Кулона-Мора.

Исходя из эмпирической оценки параметров, характеризующих трещину в упругой постановке задачи метода конечных элементов, в предложенной методике было определено, что использование контактных элементов наиболее эффективно при моделировании трещин закрытого типа.

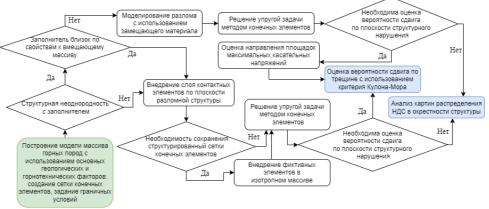


Рисунок 8 - Блок-схема методики моделирования НДС массива с учетом структурных неоднородностей

В качестве объекта исследования был выбран участок месторождения Олений ручей, расположенного на юго-восточном фланге ийолит-уртитовой дуги Хибинского массива. Исследовано поле напряжений в окрестности подводящей выработки к РС-6 (-20/-100), пересеченной закрытой трещиной без явного наличия заполнителя (рисунок 9). По геодинамической характеристике массива участок выработки до пересечения её трещиной классифицируется категорией состояния « $\Gamma$ », после пересечения выработки трещиной категорией состояния — «B».

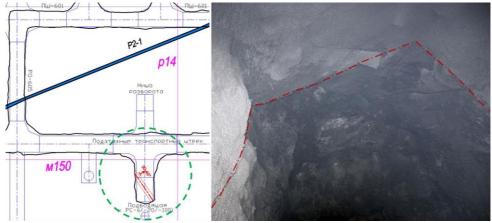


Рисунок 9 - Подводящая выработка к РС-6 (–20/–100) гор. –60 м (исследуемый участок выделен зеленым пунктиром), пересеченная закрытой трещиной (красная штрихпунктирная линия)

Категория состояния «В» характеризуется действующими напряжениями  $\sigma_{\rm d} \leq 0.5\,\sigma_{\rm c}$ , где  $\sigma_{\rm d}$  - компонента главных напряжений, направленная по нормали к выработке;  $\sigma_{\rm c}$  — предел прочности пород на одноосное сжатие. Уровень напряженности пород нетронутого массива 30 МПа  $<\sigma_{max}<$  40 МПа. Возможные формы проявления горного давления: постепенные отслоения по трещинам, шелушение, незначительное (очаговое) динамическое заколообразование, время созревания заколов после обезопашивания — дни/недели.

Категория состояния выработок — «Г», характеризуется действующими напряжениями  $0.5\sigma_{\rm c}<\sigma_{\rm g}\leq 0.7\sigma_{\rm c}$ . Наблюдаемые формы проявления горного давления в выработке: интенсивное шелушение, динамическое заколообразование пород на контуре выработки.

По фактической геологической характеристике, массиву в окрестности выработки присвоена 2 категория по прочности, интенсивность трещиноватости 4й категории (сильнотрещинованые) и устойчивость 3-ей категории (слабоустойчивые). Выработка пройдена по вмещающим породам и подсечена крутопадающей трещиной с углом падения  $70^{\circ}$  и простиранием на северо-восток.

Получены значения нормальной и тангенциальной жесткости  $k_n=13.3 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$  и  $k_s=3.27 \frac{\text{МПа}}{\text{мм}}$ . Данные параметры (рисунок 10) использованы для моделирования контакт-элементов в дальнейшем исследовании.

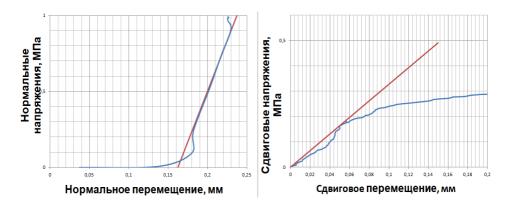


Рисунок 10 - Графики зависимостей деформации от приложенной нагрузки при испытании на сдвиг образца уртита

Оценка максимальной компоненты показала, что модель без внедрения контактного элемента характеризуется однородностью поля напряжений, тогда как при внедрении слоя контактного элемента по поверхности трещины наблюдается анизотропная картина (рисунок 11) с некоторым снижением абсолютных величин действующих напряжений  $\sigma_{max}$ .

При оценке минимальной компоненты наблюдаются зоны концентрации растягивающих напряжений, переходящих из кровли в стенки выработки. При этом в стенках выработки фиксируются более низкие значения сжимающих напряжений, а по минимальной компоненте имеют место зоны выраженных растягивающих напряжений. То есть, можно сделать вывод о том, что при наличии трещины несколько ниже вероятность разрушения кровли выработки в динамической форме. При этом увеличивается вероятность разрушений в виде отрыва и последующего вывала на сопряжениях кровли со стенками выработки и стенках.

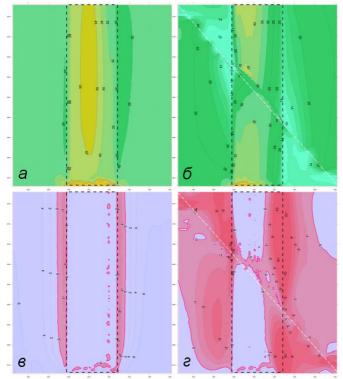


Рисунок 11 - Распределение напряжений в кровле выработки а) -  $\sigma_{max}$  без учета трещины; б) -  $\sigma_{max}$  с учетом трещины;

в) -  $\sigma_{min}$  без учета трещины; г) -  $\sigma_{min}$  с учетом трещины

По результатам проведенного численного моделирования напряженнодеформированного состояния участка массива горных пород с использованием контактных элементов выявлены изменения действующего гравитационнотектонического поля напряжений вблизи структурной неоднородности. Они могут приводить к уменьшению динамических разрушений по центру кровли, но создают условия, способствующие вывалообразованию на сопряжении кровли со стенками выработки. Показано, что выполненная качественная оценка распределения напряжений в кровле выработки согласуется с геодинамической характеристикой массива, установленной по результатам визуального обследования.

#### Заключение

В рамках диссертационной работы решена актуальная задача учета структурных неоднородностей при исследовании напряженно-деформированного состояния массива горных пород.

Проведен анализ результатов научных трудов, выполненных ранее другими исследователями. Выявлены преимущества их подходов и направления, которые

необходимо развить для возможности оценки влияния разного типа неоднородностей в рамках решения статической задачи теории упругости.

Выбран численный метод для решения статической задачи теории упругости. Проведен ряд оценочных тестов адекватности получаемых расчетных данных при использовании реализованного алгоритма. Алгоритм расширен возможностью внедрения контактных элементов по поверхности моделируемой структуры, как в плоской, так и объемной постановке.

По результатам лабораторных испытаний образцов вмещающих пород месторождений Хибин определены усредненные значения нормальной и тангенциальной жесткости закрытой трещины без явного наличия заполнителя.

Многовариантное моделирование напряженно-деформированного состояния массива горных пород в окрестности закрытой трещины, характеризуемой определенными параметрами жесткости, показало перераспределение полей напряжений, характерное анизотропному массиву.

Проведен анализ результатов расчетов НДС блока в трехмерной постановке разломной структуры с заполнителем. Выделены классы моделей, в которых внедрение контактных элементов по границе разлома наиболее эффективно.

Представлен использующийся на сегодняшний день подход к моделированию структурных неоднородностей с замещением их композитным материалом. Описан алгоритм расчета максимальных касательных напряжений и объемного отображения площадок сдвига, который позволяет оценить вероятность сдвига по поверхности структурной неоднородности. Установлена необходимость разработки узконаправленного инструмента для учета характеристик контакта блочных структур при моделировании напряженно-деформированного состояния массива горных пород.

Решена проблема сохранения структурированной сетки конечных элементов, при использовании контактных элементов по плоскости структур. Для этого разработан специальный фиктивный элемент, сохраняющий изотропность ненарушенного массива, граничащего со слоем контактных элементов.

В результате оценки результатов численного моделирования напряженнодеформированного состояния массива горных пород в окрестности разного рода структур и вариации заполнителя, предложена методика моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей, позволяющая оценить влияние разломных структур с различным масштабом и типом заполнителя на вероятность сдвига по их контакту и распределение главных нормальных компонент напряжений.

Методика применена на участке месторождения "Олений ручей" с выработкой, пересеченной крутопадающей трещиной. Выполнено численное моделирование крутопадающей структурной неоднородности с учетом полного тензора напряжений, углы главных компонент которого, действуют в отличном от нормального направления по отношению к самой структуре. Получены результаты, подтверждающие геодинамическую характеристику массива в окрестности исследуемого объекта.

# Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах: B изданиях, рекомендованных BAK $P\Phi$ :

- 1 Дмитриев С.В., Семенова И.Э. Выявление особенностей распределения напряженно-деформированного состояния массива при вариации контактной жесткости разлома // Горная промышленность. -2023.- № S1.- C. 110-115.
- 2 Семенова И.Э., Дмитриев С.В., Шестов А.А. Численное моделирование неоднородностей в трехмерной постановке метода конечных элементов // Горный журнал. -2020. -№ 12. C. 35-39.
- 3 Дмитриев С.В. Выбор оптимальной модификации контактного элемента для моделирования напряженно-деформированного состояния массива горных пород с учетом структурных неоднородностей // Север и рынок: формирование экономического порядка. 2019. № 1(63). С. 143-153.
- 4 Дмитриев С.В. Решение упругой задачи методом конечных элементов. Визуализация тензора напряжений // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). -2017. № 7. С. 222-227.
- 5 Аветисян И.М., Семенова И.Э., Дмитриев С.В., Шестов А.А. Анализ главных касательных напряжений и площадок сдвига в объемной модели упругодеформируемого массива горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2017. № S23. C. 258-264.

### В прочих изданиях:

- 6 Дмитриев С.В., Семенова И.Э., Шестов А.А. The numerical modeling of heterogeneities by the finite element method in 3d setting // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science: Proceedings of the EUROCK 2021 Conference on Rock Mechanics and Rock Engineering, Turin, Italy. Vol. 833.- 2021. P. 012094.
- 7 Дмитриев C.B. Evaluation of a potential shear in the vicinity of structural violations by calculation results of stress-strain state of the rock mass Evaluation of a potential shear in the vicinity of structural violations by calculation results of stress-strain state of the rock mass // EUROCK2018: Geomechanics and Geodynamics of Rock Masses: SET OF 2 VOLUMES, Vol. 1-2. 2018. P. 1593-1596.
- 8 Дмитриев С.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния массивов горных пород с учетом неоднородностей // Проблемы недропользования. -2017. -№ 1(12). C. 132-137.
- 9 Дмитриев С.В., Семенова И.Э, Шестов А.А. Обеспечение гетерогенности сетки при внедрении контактных элементов в трехмерные модели напряженно-деформированного состояния // Цифровые технологии в горном деле: Тезисы докладов Всероссийской научно-технической конференции. 2021. С. 23.
- 10 Дмитриев С.В. Решение задачи трехмерной визуализации расчетов напряженно-деформированного состояния массива горных пород // Геотехнология и обогащение полезных ископаемых: Материалы VII Конференции-школы молодых ученых, Апатиты. 2016. С. 5-10.
- 11 Дмитриев С.В. Применение численных методов для моделирования напряженно-деформированного состояния массивов горных пород с учетом неоднородности // Современная тектонофизика. Методы и результаты: материалы четвертой молодежной тектонофизической школы-семинара. 2015. С. 85-90.